

Binomi 5 – Luku 1 – Tehtävien malliratkaisut

1.1

a)

Koska tutkittava kohde on luonnonpuiston talitiaispoikueet ja pesät, on tutkimuksen perusjoukko luonnonpuiston talitiaispoikueet / pesät.

b)

Tutkimuksen havaintoyksiköt ovat tutkimukseen valitut 20 talitiaispesää.

c)

Havaintoaineiston muuttuja on pesän ominaisuus, jota tutkitaan. Muuttuja on siis munien lukumäärä pesässä.

d)

Voidaan olettaa, että luonnonpuistossa on enemmän kuin 20 talitiaispoikuetta. Näin ollen havaintoaineisto on otos.

Vastaus **a)** luonnonpuiston talitiaispoikueet / pesät

b) tutkimukseen valittu luonnonpuiston talitiaispesä

c) munien lukumäärä pesässä

d) otos

1.2

a)

Pinta-alan voi käytännössä ilmoittaa kuinka tarkasti tahansa, joten valtion pinta-ala on jatkuva muuttuja.

b)

Asuinhuoneiston lukumäärä voi olla vain positiivinen kokonaisluku, joten muuttuja on diskreetti.

c)

Auton huippunopeus voi saada minkä tahansa arvon järkevältä väliltä, joten muuttuja on jatkuva.

d)

Yleiskunto on luokiteltu asteikolla 1–4, joten muuttuja voi saada ainoastaan jonkin arvoista 1, 2, 3 tai 4. Muuttuja on siis diskreetti.

e)

Kaupunkien lukumäärä voi olla jokin luonnollinen luku, joten muuttuja on diskreetti.

Vastaus **a)** jatkuva

b) diskreetti

c) jatkuva

d) diskreetti

e) diskreetti

1.3

a)

Opiskelijoista viisi ei myöhästynyt kertaakaan, sillä muuttujan 0 frekvenssi on 5.

b)

Joukkoon ”myöhästyi vähintään kahtena aamuna” kuuluvat ne opiskelijat, jotka myöhästivät 2–5 kertaa. Lasketaan näiden muuttujien frekvenssi yhteen.

$$6 + 3 + 2 + 1 = 12$$

Opiskelijoista 12 myöhästyi vähintään kahtena aamuna.

c)

Opiskelijoiden lukumäärä saadaan selville laskemalla kaikkien muuttujien frekvenssit yhteen.

$$5 + 8 + 6 + 3 + 2 + 1 = 25$$

Ryhmässä oli 25 opiskelijaa.

d)

Muuttujan 2 frekvenssi on 6 ja ryhmän koko 25. Suhteellinen frekvenssi on siis

$$\frac{6}{25} = 0,24 = 24 \%$$

Suhteellisen frekvenssin mukaan 24 % ryhmän jäsenistä myöhästyi 2 kertaa kyseisen viikon aikana.

Vastaus a) 5

b) 12

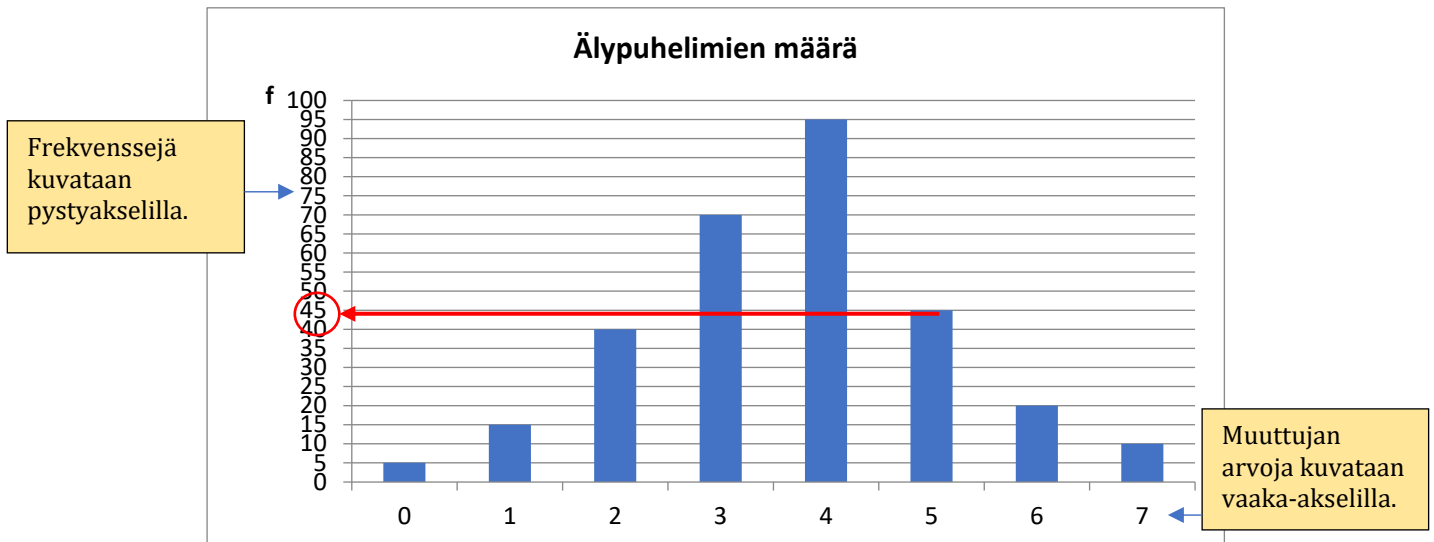
c) 25

d) 24 %, luku kertoo kaksi kertaa myöhästyneiden osuuden ryhmästä

1.4

a)

Kunkin pylvään korkeus kertoo muuttujan arvon frekvenssin.
Tutkimuksen kotitalouksista 45:llä on viisi älypuhelinta.



b)

Joukkoon "korkeintaan kaksi älypuhelinta" kuuluvat ne kotitaloudet, joissa on 0-2 älypuhelinta. Lasketaan näiden muuttujien frekvenssit yhteen.

$$5 + 15 + 40 = 60$$

Korkeintaan kaksi älypuhelinta on 60 kotitaloudessa.

c)

Lasketaan kaikkien muuttujien frekvenssit yhteen.

$$5 + 15 + 40 + 70 + 95 + 45 + 20 + 10 = 300.$$

Tutkimukseen osallistui 300 kotitaloutta.

Vastaus a) 45 kotitaloudessa
b) 60 kotitaloudessa
c) 300 kotitaloutta

1.5

a)

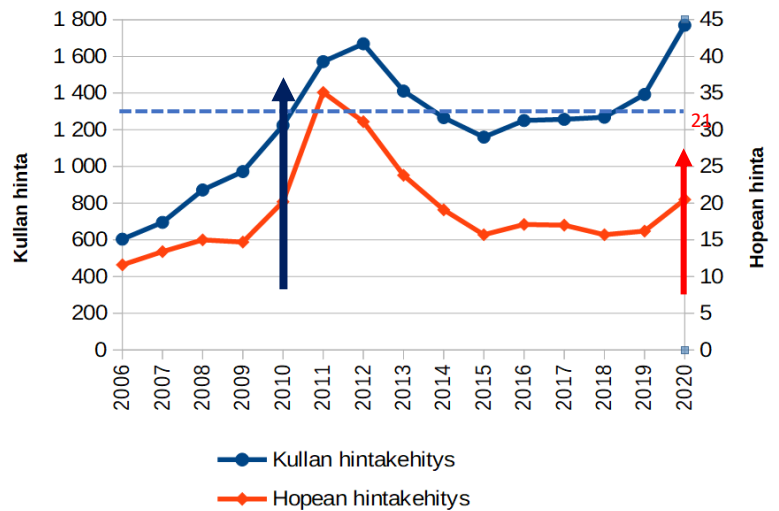
Kuvaajan perusteella kullan hinta oli korkeimmillaan vuonna 2020 ja hopean vuonna 2011.

b)

Hopean hinta vuonna 2020 oli noin 21 USD/oz.

c)

Kullan hinta ylittää 1000 USD/oz vuonna 2010.



d)

Hopean hinnan kehittymistä kuvaa punainen käyrä. Hinnat luetaan kuvan oikeassa reunassa olevalta pystyakselilta. Hopean keskihinta vuonna 2010 oli 20 USD/oz. Vuonna 2011 hopean hinta oli 35 USD/oz. Verrataan vuoden 2011 arvoa vuoden 2010 hintaan.

$$\frac{35 \text{ USD/oz}}{20 \text{ USD/oz}} = 1,75$$

Hinta nousi siis $1,75 - 1 = 0,75 = 75 \%$.

Vastaus a) kulta vuonna 2020, hopea vuonna 2011

b) 21 USD/oz

c) vuonna 2010

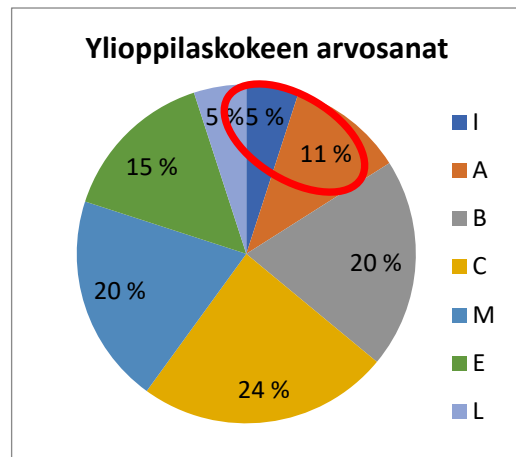
d) 75 %

1.6

a)

Diagrammin mukaan arvosanan I sai 5 % ja arvosanan A sai 11 % opiskelijoista. Näin ollen jommankumman heikommista arvosanoista sai

$5\% + 11\% = 16\%$ opiskelijoista.



b)

Arvosanan E sai 15 % opiskelijoista. Lasketaan, kuinka paljon se on 80 opiskelijasta.

$$80 \cdot 0,15 = 12$$

Arvosanan E sai 12 opiskelijaa.

Vastaus a) 16 %

b) 12 opiskelijaa

1.7

a)

Tutkimuksessa selvitettiin kaikkien EU-maiden verokantaa, joten perusjoukko on kaikki EU-maat.

b)

Tutkimuksen havaintoyksikkö on yksittäinen EU-maa.

c)

Tutkimuksessa selvittävä asia eli muuttuja oli maan arvonlisäverokanta.

d)

Tiedot on saatu suoraan kaikkien maiden verohallinnolta, joten kyseessä on kokonaisaineisto.

Vastaus **a)** kaikki EU-maat

b) EU-maa

c) maan arvonlisäverokanta

d) kokonaisaineisto

1.8

a)

Opettaja tutki ensimmäisen lukiovuoden opiskelijoiden arvosanat, joten havaintoyksikkö on kyseisen lukion ensimmäisen vuoden opiskelijat.

b)

Tutkimuksen selvitettävä muuttuja oli kemian 1. moduulin arvosana.

c)

Arvosana-asteikko on 4–10 ja voi olla vain kokonaisluku, joten muuttuja on diskreetti.

d)

Koska kaikki ensimmäisen vuoden opiskelijat ovat suorittaneet moduulin, kyseessä on kokonaisaineisto.

e)

Suurin frekvenssi (48) on muuttujalla 7. Näin ollen yleisin arvosana oli 7.

Vastaus **a)** kyseisen lukion ensimmäisen vuoden opiskelijat

b) kemian 1. moduulin arvosana

c) diskreetti

d) kokonaisaineisto

e) 7

1.9

a)

Tutkimukseen osallistui 200 asiakasta, joten frekvenssien summan tulisi olla 200.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan muuttujan 4 frekvenssi x .

$$\begin{aligned}26 + 30 + x + 51 + 36 + 15 &= 200 \\x + 158 &= 200 \\x &= 42\end{aligned}$$

Muuttujan 4 frekvenssi on 42.

b)

Muuttujan 7 frekvenssi on 15. Verrataan tätä tutkimukseen osallistuneiden määrään.

$$\frac{15}{200} = 0,075 = 7,5 \%$$

Asiakkaista 7,5 % kävi ruokaostoksilla seitsemän kertaa viikossa.

Vastaus a) 42

 b) 7,5 %

1.10

a)

Eri uskontojen kannattajien lukumääriä kuvaa parhaiten taulukko, josta määrät on helppo lukea.

b)

Eri uskontojen kannattajien osuuksia kuvaa parhaiten ympyrädiagrammi, josta näkee selkeästi, millaisia osuuksia eri uskontoja kannatetaan.

c)

Suurimmat uskonnot esittää selkeimmin vaakapylväsdiagrammi, josta näkee selkeästi pisimmät pylväät eli suurimmat uskonnot.

Vastaus a) taulukko

b) ympyrädiagrammi

c) pylväsdiagrammi

1.11

a)

Suurimmat sektorit ovat sininen (35 %) ja oranssi (28 %). Yleisimmät veriryhmät ovat siis A+ ja O+.

b)

Pienin sektori on vaaleanvihreä (1 %), joka kuvaa AB- -veriryhmää. Vähiten suomalaisia kuuluu siis veriryhmään AB-.

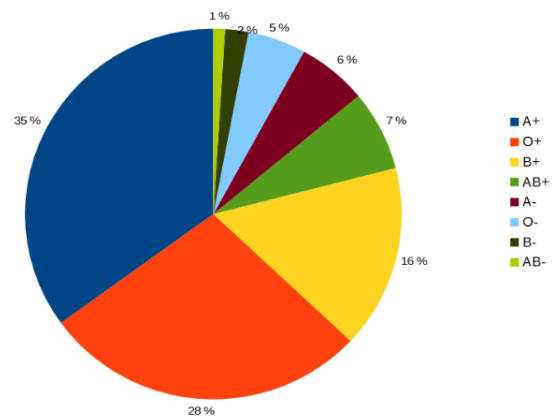
c)

Veriryhmään A+ kuuluu 35 % suomalaisista ja veriryhmään A- 6 % suomalaisista.

Veriryhmä A on siis $35 \% + 6 \% = 41 \%$ suomalaisista. Lasketaan, paljonko se on Suomen väkiluvusta.

$$5500000 \cdot 0,41 = 2255000 \approx 2,3 \text{ milj.}$$

Suomalaisista 2,3 miljoonaa kuuluu veriryhmään A.



Vastaus a) A+ ja O+

b) AB-

c) 2,3 miljoonalla

1.12

a)

Diagrammin perusteella 0 urheilupäivää viikossa on kahdella työntekijällä. Näin ollen 2 työntekijää ei harrasta liikuntaa lainkaan.

b)

Joukkoon "harrastaa ainakin kolmena päivänä viikossa" kuuluvat ne työntekijät, jotka harrastavat liikuntaa 3–6 kertaa viikossa. Lasketaan kyseisten muuttujien frekvenssit yhteen.

$$6 + 2 + 3 + 1 = 12$$

Yhteensä 12 työntekijää harrastaa ainakin kolmena päivänä viikossa liikuntaa.

c)

Koska tutkimuksen perusjoukko on yrityksen työntekijät ja kaikki yrityksen työntekijät osallistuivat tutkimukseen, tutkimusaineisto on kokonaisaineisto.

d)

Lasketaan kaikkien muuttujien frekvenssit yhteen.

$$2 + 3 + 6 + 6 + 2 + 3 + 1 = 23$$

Yrityksessä on 23 työntekijää.

- Vastaus**
- a) 2 työntekijää
 - b) 12 työntekijää
 - c) kokonaisaineisto
 - d) 23 työntekijää

1.13

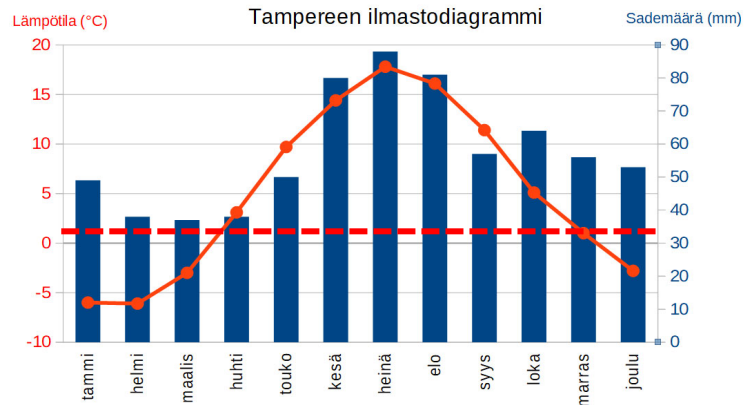
a)

Lämpötilaa kuvaa punainen kuvaaja, joka on korkeimmillaan heinäkuussa. Näin ollen lämpimin kuukausi on heinäkuu.

Sademääriä kuvaavat siniset pylväät. Korkein pylväs on heinäkuussa, joten heinäkuu oli myös sateisin kuukausi.

b)

Kuvaaja on $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ alapuolella tammikuussa, helmikuussa, maaliskuussa ja joulukuussa.



c)

Lämpimin kuukausi oli heinäkuu, jolloin keskilämpötila on noin $18\text{ }^{\circ}\text{C}$. Kylmin kuukausi oli tammikuu, jolloin keskilämpötila on noin $-6\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Lämpötilojen erotus on $18\text{ }^{\circ}\text{C} - (-6\text{ }^{\circ}\text{C}) = 24\text{ }^{\circ}\text{C}$.

d)

Kesä- ja elokuussa sataa noin 80 mm ja heinäkuussa n. 88 mm.

Yhteensä kesäkuukausina sataa siis $80\text{ mm} + 80\text{ mm} + 88\text{ mm} = 248\text{ mm}$.

Vastaus a) heinäkuu oli lämpimin ja sateisin

b) tammi-, helmi-, maaliskuu- ja joulukuussa

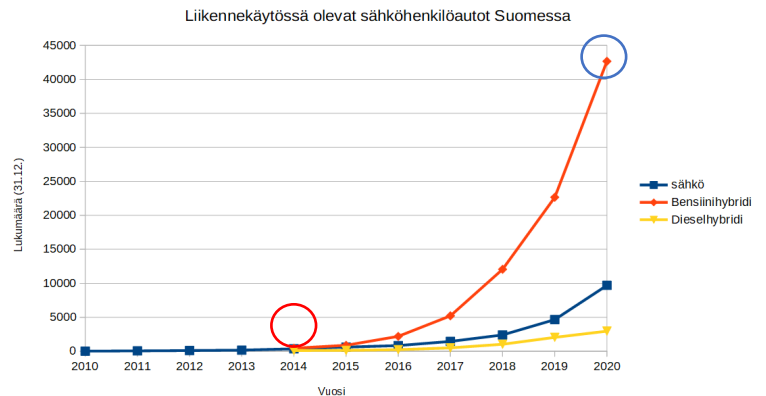
c) $24\text{ }^{\circ}\text{C}$

d) 248 mm

1.14

a)

Hybridiautojen kuvaajat lähtevät vuodesta 2014, joten autot tulivat Suomen tieliikenteeseen vuonna 2014.



b)

Sähköautoja oli vuoden 2020 lopussa liikenteessä n. 10 000 kappaletta.

c)

Pylväsdiagrammin mukaan sähköautoja rekisteröitiin 4245 kappaletta, bensiinihybridiautoja 12797 ja dieselhybridiautoja 435.

Autoja rekisteröitiin yhteensä $4245 + 12797 + 435 = 17477$ kappaletta.

d)

Sähköautoja rekisteröitiin vuonna 2019 1897 kappaletta ja vuonna 2020 määrä oli 4245. Verrataan vuoden 2020 määrää vuoteen 2019.

$$\frac{4245}{1897} = 2,237... \approx 2,24$$

Sähköautojen rekisteröinti määrä kasvoi $2,24 - 1 = 1,24 = 124\%$

e)

Ympyrädiagrammin mukaan vuonna 2020 ensirekisteröidyistä autoista 4,4 % oli sähköautoja, 13,3 % bensiinihybridejä ja 0,5 % dieselhybridejä.

Sähkö- tai hybridiautoja oli siis $4,4\% + 13,3\% + 0,5\% = 18,2\%$.

Vastaus

a) vuonna 2014

b) 10 000

c) 17 477

d) 124 %

e) 18,2 %

1.15

a)

Tutkimuksessa selvitettiin eniten myydyin kahvimerkin hintaa, joten perusjoukko on suosituimman kahvimerkin kahvipaketit.

b)

Havaintoyksikkö on tutkimukseen valittu eli arvotussa ruokakaupassa oleva suosituimman kahvimerkin kahvipaketti.

c)

Tutkittava ominaisuus eli muuttuja on kahvipaketin kilohinta.

d)

Koska tutkimukseen valittiin vain 100 ruokakauppaa, kyseessä on otos.

Vastaus **a)** suosituimman kahvimerkin kahvipaketit

b) tutkimukseen valittu kahvipaketti

c) kahvin kilohinta

d) otos

1.16

a)

Aineiston muuttuja on yo-kokeen arvosana.

b)

Koska arvosanan pistemäärä voi olla vain jokin kokonaisluku väliltä 1–7, kyseessä on diskreetti muuttuja.

c)

Yleisin arvosana on C, sillä pistemäärän 4 frekvenssi on suurin (29).

d)

Lasketaan pistemäärien frekvenssit yhteen.

$$6 + 13 + 24 + 29 + 23 + 18 + 5 = 118$$

Kokeeseen osallistui 118 opiskelijaa.

e)

Hylätyn arvosanan I sai 6 opiskelijaa, joten kokeen läpäisi $118 - 6 = 112$ opiskelijaa. Verrataan tätä kaikkiin osallistujiin.

$$\frac{112}{118} = 0,9491\dots \approx 95 \%$$

Vastaus a) arvosana

b) diskreetti

c) C

d) 118 opiskelijaa

e) 95 %

1.17

a)

Koska kyselyyn osallistui 150 henkilöä, frekvenssien summa on 150.
Merkitään muuttujan 2 frekvenssiä kirjaimella x ja muodostetaan yhtälö.

$$\begin{aligned}11 + 56 + x + 23 + 22 + 3 &= 150 \\x + 115 &= 150 \\x &= 35\end{aligned}$$

Kaksi ulkomaan matkaa vuosittain tekee 35 henkilöä vastaajista.

b)

Muuttujan 4 frekvenssi on 22. Verrataan tätä kyselyyn osallistuneiden määrään.

$$\frac{22}{150} = 0,14666\dots \approx 15 \%$$

15 % henkilöistä tekee neljä ulkomaanmatkaa.

c)

Joukkoon "korkeintaan kolme matkaa" sisältyvät ne henkilöt, jotka tekevät 0, 1, 2 tai 3 matkaa vuodessa. Lasketaan näiden frekvenssit yhteen.

$$11 + 56 + 35 + 23 = 125$$

Kyselyyn osallistuneista 125 tekee korkeintaan 3 matkaa.

d)

Joukkoon "vähintään 4 matkaa" kuuluvat ne, jotka tekevät 4 tai 5 matkaa. Heitä on yhteensä $22 + 3 = 25$. Verrataan tätä kyselyyn osallistuneiden määrään.

$$\frac{25}{150} = 0,1666\dots \approx 17 \%$$

Vastaus	a) 35	c) 125
	b) 15 %	d) 17 %

1.18

a)

Luetaan frekvenssit pylväiden korkeuden avulla. Täydet pisteet eli 6 pistettä sai 6 opiskelijaa.

b)

Lasketaan pisteiden frekvenssit yhteen.

$$2 + 5 + 3 + 8 + 2 + 8 + 6 = 34$$

Kokeeseen osallistui 34 opiskelijaa.

c)

Yli puolet pisteistä saanut opiskelija sai 4,5 tai 6 pistettä. Tällaisia opiskelijoita oli yhteensä $2 + 8 + 6 = 16$. Verrataan määrää kaikkien opiskelijoiden määrään 34.

$$\frac{16}{34} = 0,47058... \approx 47 \%$$

Vastaus a) 6 opiskelijaa

 b) 34 opiskelijaa

 c) 47 %

1.19

a)

Diagrammien mukaan Rooman keskilämpötila helmikuussa on n. 7 °C ja Melbournessa n. 20 °C, joten Melbournessa on keskimäärin lämpimämpää helmikuussa.

b)

Rooman läpimmin kuukausi on elokuu (noin 25 °C) ja Melbournen läpimmin kuukausi on tammikuu (noin 20 °C). Roomassa on siis keskimääräistä lämpimämpää.

c)

Vähäsateisin kuukausi on Roomassa elokuu (noin 23 mm) ja Melbournessa maaliskuu (noin 36 mm). Roomassa sataa siis vähemmän.

Vastaus **a)** Melbournessa

b) Rooma: elokuu 25 °C, Melbourne: tammikuu 20 °C, Roomassa lämpimämpi

c) Rooma: elokuu 23 mm, Melbourne: maaliskuu 36 mm,
Roomassa sataa vähemmän

1.20

a)

Kuvaajan 1 mukaan vuosina 2018–2020 kuoli yhteensä $43 + 41 + 37 = 121$ nuorta eli väite pitää paikkansa

b)

Kuvaajan 2 mukaan vuosina 2018–2020 loukkaantui yhteensä $234 + 137 + 186 + 89 + 155 + 71 = 872$ mopoilijaa.
Näin ollen keskimäärin mopoilijoita loukkaantui

$$\frac{872}{3} = 290,666\dots \approx 290$$

eli väite ei pidä paikkaansa.

c)

Kuvaajan 2 mukaan Vuonna 2011 loukkaantui $540 + 374 = 914$ 15–17-vuotiasta mopoilijaa.
Vuonna 2020 sama luku oli $155 + 71 = 226$.

Verrataan vuoden 2020 määrää vuoden 2011 määrään.

$$\frac{226}{914} = 0,2472\dots \approx 0,25$$

Määrä on siis pienentynyt $1 - 0,25 = 0,75 = 75\%$, eli väite pitää paikkansa.

d)

Kuvaajan 3 mukaan mopoilijoita oli kuolleista nuorista tienkäyttäjistä 6%.
Tämä on $482 \cdot 0,06 = 28,92 \approx 29$ nuorta.

Väite pitää siis paikkansa.

Vastaus	a) pitää	c) pitää
	b) ei pidä	d) pitää

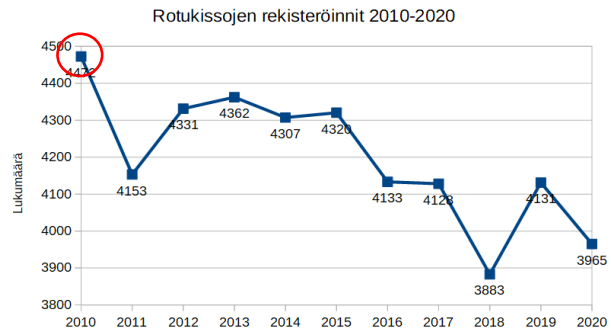
1.21

a)

Pylväsdiagrammin pisin pylväs on Ragdoll, joten se oli rekisteröintien mukaan Suomen suosituin rotu vuonna.

b)

Viivakaavion mukaan vuonna 2010 rekisteröitiin eniten kissarotuja.



c)

Maine cooneja rekisteröitiin 423 kappaletta vuonna 2020. Siperiankissoja rekisteröitiin 255 kappaletta. Verrataan arvoja.

$$\frac{423}{255} = 1,6588... \approx 1,66$$

Maine cooneja rekisteröitiin $1,66 - 1 = 0,66 = 66\%$ enemmän kuin Siperiankissoja.

d)

Viivakaavion mukaan kissoja rekisteröitiin 3965 kappaletta vuonna 2020. Pylväsdiagrammin mukaan Pyhiä birmoja rekisteröitiin 280 kappaletta. Verrataan määriä.

$$\frac{280}{3965} = 0,07061... \approx 0,071 = 7,1\%$$

Vastaus a) Ragdoll

b) vuonna 2010

c) 66 %

d) 7,1 %

1.22

a) Kongossa pisin palkki on pyramidin alin palkki, eli suurin ikäryhmä on 0–4-vuotiaat. Suomessa pisin palkki on 55–59-vuotiaat.

b) Suomessa yli 70-vuotiaita naisia on selkeästi enemmän kuin miehiä. Kongossa näkyy myös sama trendi.

c) Lasketaan alle 10-vuotiaiden määrä Suomessa.

$$155000 + 145000 + 125000 + 120000 = 545000$$

Verrataan tätä Suomen väkilukuun.

$$\frac{545000}{5500000} = 0,099\dots \approx 0,10 = 10 \%$$

Kongossa alle 10-vuotiaita on $380000 + 370000 + 400000 + 395000 = 1545000$. Verrataan tätä lukua Kongon väkilukuun.

$$\frac{1545000}{5300000} = 0,2915\dots \approx 0,30 = 30 \%$$

d) Selvitetään kuvaajasta työkäisten määrät Suomessa ja Kongossa.

Suomessa työkäisiä on

$$\frac{3125000}{5500000} = 0,5681\dots \approx 57 \%$$

Kongossa työkäisiä on

$$\frac{2410000}{5300000} = 0,45471\dots \approx 45 \%$$

Ikäluokka	Suomi	Kongo
60-64	350000	410000
55-59	370000	390000
50-54	360000	350000
45-49	310000	320000
40-44	345000	280000
35-39	365000	240000
30-34	360000	190000
25-29	355000	130000
20-24	310000	100000
yhteensä	3125000	2410000

Suomessa on suurempi osuus väestöstä työkäisiä.

- Vastaus**
- a) Kongo: 0–4-vuotiaat, Suomi: 55–59-vuotiaat
 - b) naisia on enemmän kuin miehiä
 - c) suomalaisista noin 10 % ja kongolaisista noin 30 %
 - d) Suomessa on suurempi osuus