Binomi 4 – Luku 9 – Tehtävien malliratkaisut

9.1

Tuotto (%)	Prosenttikerroin	4. vuosi
12	1,12	$1{,}12^4$
3	**100 % + 3 % = 103 % = 1,03**	$\mathbf{1{,}03^4}$
109,5 % – 100 % = 9,5 %	**1,095 (= 109,5 %)**	$1{,}095^4$
100,7 % – 100 % = 0,7 %	**1,007 (= 100,7 %)**	$\mathbf{1{,}007^4}$

Vastaus

Tuotto (%)	Prosenttikerroin	Kuinka moninkertaiseksi sijoitus kasvaa 4 vuodessa?
12	1,12	$1{,}12^4$
3	1,03	$1{,}03^4$
9,5	1,095	$1{,}095^4$
0,7	1,007	$1{,}007^4$

9.2

A : Prosenttikerroin on 100 % + 2 % = 102 % = 1,02 ja yhden muutoskerran jälkeen hinta on 4,52 (snt/kWh). Tilannetta kuvaa yhtälö

4. $4{,}26 \cdot 1{,}02 = 4{,}52$**.**

B: Prosenttikerroin on 1,13 ja viiden muutoskerran jälkeen hinta on 7,85 (snt/kWh). Tilannetta kuvaa yhtälö

5. $4{,}26 \cdot 1{,}13^5 = 7{,}85$.

C: Prosenttikerroin on 100 % − 2 % = 98 % = 0,98 ja muutoskertoja on yksi. Tilannetta kuvaa lauseke

3. $4{,}26 \cdot 0{,}98$**.**

D: Prosenttikerroin on 1,13 ja muutoskertoja 4. Tilannetta kuvaa lauseke

1. $4{,}26 \cdot 1{,}13^4$

Vastaus **A – 4**

B – 5

C – 3

D – 1

9.3

a)

Kun paino 42,0 g, sivun pituus 1,41 cm.

Funktion f arvo kuvaa kultakimpaleen massaa grammoissa. Muuttujan x arvo ilmaisee kuution sivun pituuden senteissä. Kun $x = 1{,}41$ (cm), funktion arvo on 42,0. Muodostetaan yhtälö $f(1{,}41) = 42{,}0$ ja ratkaistaan kerroin a.

$$\begin{aligned} a \cdot 1{,}41^3 &= 42{,}0 \\ a &= 14{,}982 \ldots \approx 15{,}0 \end{aligned}$$

Kerroin a ilmaisee kullan tiheyden $(\mathrm{g/cm^3})$.

b)

Lasketaan funktion $f(x) = 15{,}0 \cdot x^3$ arvo, kun $x = 2{,}11$ (cm).

$$f(2{,}11) = 15{,}0 \cdot 2{,}11^3 = 140{,}908 \ldots \approx 141 \text{ (g)}$$

Kultakimpaleen massa on 141 g.

c)

Massa on 58,2 g. Muodostetaan ja ratkaistaan yhtälö $f(x) = 58{,}2$.

$$\begin{aligned} 15{,}0 \cdot x^3 &= 58{,}2 \\ x &= 1{,}571 \ldots \approx 1{,}57 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Kimpaleen sivun pituus on 1,57 cm.

Vastaus **a)** $a = 15{,}0$, ilmaisee kullan tiheyden $(\mathrm{g/cm^3})$

b) 141 g

c) 1,57 cm

9.4

a)

Lasketaan funktion $f(x) = 0{,}27x^3$ arvo, kun $x = 13$ (m).

$f(13) = 0{,}27 \cdot 13^3 = 593{,}19 \approx 590$ (kg)

Käärme painoi 590 kg.

b)

Anakondan paino on 200 kg. Muodostetaan ja ratkaistaan yhtälö $f(x) = 200$.

$$0{,}27x^3 = 200$$
$$x = 9{,}048 \ldots \approx 9{,}0 \text{ (m)}$$

Vastaus **a)** 590 kg

b) 9,0 m

9.5

a)

Funktion p arvo kuvaa tuulivoimalan tehoa (kW). Muuttujan x arvo ilmaisee tuulen nopeuden (m/s). Kun $x = 9{,}0$ (m/s), funktion arvo on 4200. Muodostetaan yhtälö $p(9{,}0) = 4200$ ja ratkaistaan kerroin *a.*

$$a \cdot 9{,}0^3 = 4200$$
$$a = 5{,}761 \ldots \approx 5{,}76$$

b)

Lasketaan funktion $p(x) = 5{,}76 \cdot x^3$ arvo, kun $x = 2{,}11$ (cm).

$$p(6{,}0) = 5{,}76 \cdot 6{,}0^3 = 1244{,}16 \approx 1200 \text{ (kW)}$$

Tuulivoimalan teho on 1200 kW.

c)

Lasketaan tuulien tuottamat tehot.

$$p(7{,}5) = 5{,}76 \cdot 7{,}5^3 = 2430 \text{ (kW)}$$

$$p(5{,}0) = 5{,}76 \cdot 5{,}0^3 = 720 \text{ (kW)}$$

Verrataan 7,5 m/s tuottamaa tehoa 5,0 m/s tehoon.

$$\frac{2430 \text{ kW}}{720 \text{ kW}} = 3{,}375 \approx 3{,}4$$

Teho on noin 3,4-kertainen.

Vastaus **a)** $a = 5{,}76$

b) 1200 kW

c) 3,4 – kertainen

9.6

a)

Sijoituksen arvo alussa on 6000 €. Sijoitus x-kertaistuu joka vuosi, kun x on korkoa kuvaava prosenttikerroin. Muodostetaan tilanteeseen sopiva malli.

Kuluneet vuodet	**Sijoituksen arvo (€)**
0	**6000**
1	**6000** $\cdot x$
2	**6000** $\cdot x^2$
$\vdots$	$\vdots$
10	**6000** $\cdot x^{\mathbf{10}}$

10 vuoden kuluttua sijoituksen arvoa kuvaa malli $f(x) = 6000 \cdot x^{10}$.

b)

Selvitään mikä on sijoituksen korko, kun 10 vuoden päästä sijoituksen arvo on 8000 €. Muodostetaan yhtälö $f(x) = 8000$ ja ratkaistaan se.

$$6000 \cdot x^{10} = 8000$$
$$x = \pm 1{,}02919\ldots \approx \pm 1{,}0292$$

Prosenttikerroin on aina positiivinen. Kun kerroin on 1,0292, niin korkoprosentti on

$1{,}0292 - 1{,}0 = 0{,}0292 \approx 0{,}029 = 2{,}9\ \%$.

Korko on siis 2,9 %.

Vastaus **a)** $f(x) = 6000 \cdot x^{10}$

b) 2,9 %

9.7

Muodostetaan ensin sen mallin funktio, joka kuvaa auton arvoa kuuden vuoden päästä, kun vuosittaista arvon alenemista kuvaa prosenttikerroin *x*.

Kuluneet vuodet	Auton arvo (€)
0	**15890**
1	**15890** $\cdot x$
2	**15890** $\cdot x^2$
⋮	⋮
6	**15890** $\cdot x^{6}$

Auton arvoa kuuden vuoden päästä mallintaa funktio $f(x) = 15890 \cdot x^6$.

Selvitetään prosenttikerroin *x*, kun auton arvo on kuuden vuoden päästä 5900 €.

Muodostetaan yhtälö $f(x) = 5900$ ja ratkaistaan se.

$$15890 \cdot x^6 = 5900$$
$$x = \pm 0{,}84799 \ldots$$
$$x \approx \pm 0{,}848$$

Prosenttikerroin on aina positiivinen. Kun kerroin on 0,848, niin arvo on pienentynyt vuosittain

$1{,}0 - 0{,}848 = 0{,}152 \approx 15\ \%$.

Vastaus 15 %

9.8

Muodostetaan ensin sen mallin funktio, joka kuvaa solujen määrää kymmenen tuntia myöhemmin.

Kuluneet tunnit	**Solujen määrä**
0	**550**
1	**550** $\cdot x$
2	**550** $\cdot x^2$
$\vdots$	$\vdots$
10	**550** $\cdot x^{\mathbf{10}}$

Auton arvoa kuuden vuoden päästä mallintaa funktio $f(x) = 550 \cdot x^{10}$.

Selvitetään prosenttikerroin x, kun soluja on kymmenen tunnin päästä 780.

Muodostetaan yhtälö $f(x) = 780$ ja ratkaistaan se.

$$
\begin{aligned}
550 \cdot x^{10} &= 780 \\
x &= \pm 1{,}0355\ldots \\
x &\approx \pm 1{,}036
\end{aligned}
$$

Prosenttikerroin on aina positiivinen. Kun kerroin on 1,036, niin määrä on kasvanut joka tunti

$1{,}036 - 1{,}0 = 0{,}036 \approx 3{,}6\ \%$.

Vastaus 3,6 %

9.9

a)

Merkitään tarkastelun alussa henkilöstön määrää kirjaimella m ($m > 0$).

Viiden vuoden päästä henkilöstömäärä on pienentynyt 25 %.

$100\ \% - 25\ \% = 75\ \% = 0{,}75$

Henkilöstömäärä on viidessä vuodessa 0,75-kertaistunut eli se on $0{,}75m$.

b)

Merkitään vuotuista vähenemistä kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella k eli henkilöstön määrä k-kertaistuu vuosittain. Viiden vuoden päästä henkilöstön määrää kuvaa lauseke
$m \cdot k^5$.

Toisaalta henkilöstön määrä viiden vuoden päästä on $0{,}75m$.
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan k.

$$
\begin{aligned}
m \cdot k^5 &= 0{,}75m \\
k &= 0{,}94408\ldots \\
k &\approx 0{,}944
\end{aligned}
$$

Vuotuinen vähennystarve on siis $1{,}0 - 0{,}944 = 0{,}056 = 5{,}6\ \%$.

Vastaus **a)** $0{,}75m$

b) 5,6 %

9.10

a)

Merkitään tarkastelun alussa palkan suuruutta kirjaimella m (m > 0).

Viiden vuoden päästä palkat ovat nousseet 4,8 %.

$100\ \% + 4{,}8\ \% = 104{,}8\ \% = 1{,}048$

Palkan suuruus viiden vuoden päästä tulee olla $1{,}048m$.

Merkitään vuotuista korotusta kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella k.
Viiden vuoden päästä palkan suuruutta kuvaa lauseke $m \cdot k^5$.

Toisaalta palkan suuruus viiden vuoden päästä on $1{,}048m$.
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan k.

$$
\begin{aligned}
m \cdot k^5 &= 1{,}048m \\
k &= 1{,}009420 \ldots \\
k &\approx 1{,}0094
\end{aligned}
$$

Vuotuinen korotus on siis $1{,}0094 - 1{,}0 = 0{,}0094 = 0{,}94\%$.

b)

Jos palkka 1,2-kertaistuu, niin viiden vuoden päästä palkka on $1{,}2m$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan k.

$$
\begin{aligned}
m \cdot k^5 &= 1{,}2m \\
k &= 1{,}03713 \ldots \\
k &\approx 1{,}037
\end{aligned}
$$

Vuotuinen korotuksen tulee olla $1{,}037 - 1{,}0 = 0{,}037 = 3{,}7\ \%$.

Vastaus **a)** 0,94 %

b) 3,7 %

9.11

a)

Merkitään päästöjä vuonna 1990 kirjaimella *a.*

Päästöjen 39 % kasvua kuvaa prosenttikerroin $100\ \% + 39\ \% = 139\ \% = 1{,}39$.

Vuonna 2008 päästöjen määrä oli $1{,}39a$.

Merkitään vuotuista kasvua kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella *k.* Välillä 1990 – 2008 on 2009 – 1990 = 19 muutoskertaa, joten päästöjä vuoden 2008 lopussa kuvaa lauseke $a \cdot k^{19}$.

Muodostetaan vuoden 2008 päästöjen lausekkeiden avulla yhtälö ja ratkaistaan *k.*

$$
\begin{aligned}
a \cdot k^{19} &= 1{,}39a \\
k &= 1{,}01748\ldots \\
k &\approx 1{,}02
\end{aligned}
$$

Päästöt ovat kasvaneet vuosittain $1{,}02 - 1{,}0 = 0{,}02 = 2\%$.

b)

Välillä 1990 – 2015 on 2016 – 1990 = 26 muutoskertaa. Lasketaan, kuinka moninkertaiseksi päästöt kasvavat, kun vuosittainen muutos on $k = 1{,}0174828\ldots$.

$$a \cdot 1{,}01748\ldots^{26} = 1{,}5692\ldots \approx 1{,}6$$

Päästöt kasvavat 1,6-kertaiseksi.

Vastaus **a)** 2 %

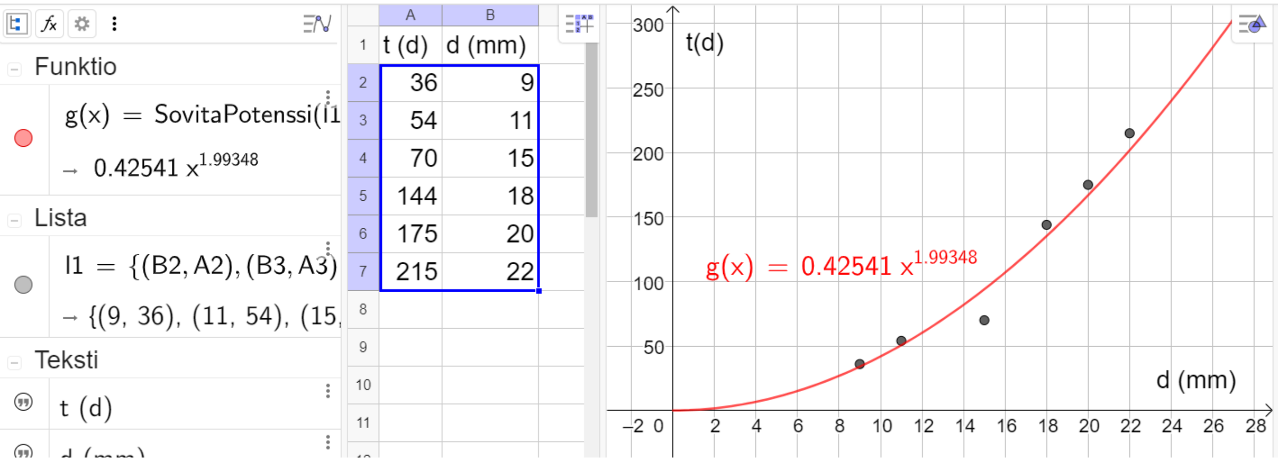
b) 1,6-kertaiseksi

9.12

Syötetään mittaustulokset taulukkolaskentaohjelmaan.

Mittaustuloksia kuvataan *dt*-koordinaatistossa, jolloin vaaka-akselina on varren halkaisija (mm) ja pysty-akselina aika päivinä.

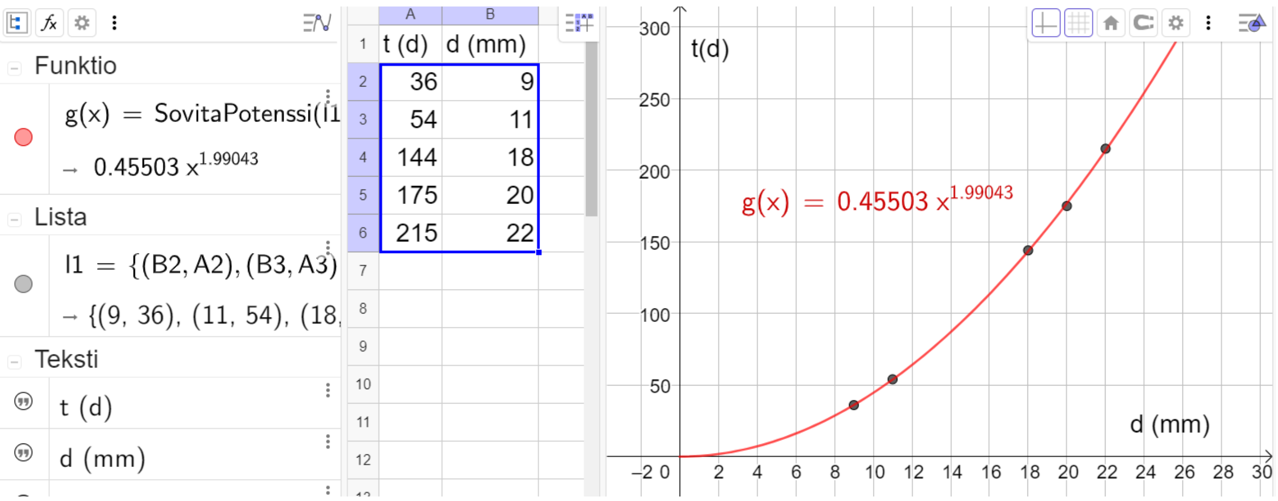
Koska on väitetty, että kasvuaika on suoraan verrannollinen halkaisijan neliöön, valitaan sovitettavaksi regressiomalliksi potenssi.



Pistejoukkoa kuvaava funktio on $t(d) = 0{,}43d^{1{,}99}$.

b)

Piste (70, 15) näyttää poikkeavan selkeästi mallin käyrästä. Luultavasti puutarhuri on mitannut halkaisijan kyseisessä tuloksessa väärin. Poistetaan piste ja määritetään malli uudelleen.



Mallin korjattu yhtälö on $t(d) = 0{,}46d^{1{,}99}$.

c)

Koska mallia kuvaa funktio $t(d) = 0{,}46d^{1{,}99}$
eli kasvuaika t on suoraan verrannollinen likimain halkaisijan d toiseen potenssiin, väite pitää paikkansa.

Suoraan verrannollisuuden malli
$y = kx$

d)

Käytetään korjattua mallia $t(d) = 0{,}46d^{1{,}99}$ ja merkitään kasvuajaksi 100 (d).
Ratkaistaan yhtälöstä varren halkaisija (mm).

$$100 = 0{,}46x^{1{,}99}$$
$$x = 14{,}944\ldots \approx 15{,}0$$

Varren halkaisija on 15 mm.

Vastaus **a)** $t(d) = 0{,}43d^{1{,}99}$

b) poistetaan piste (70, 15), $t(d) = 0{,}46d^{1{,}99}$

c) kyllä

d) 15 mm

9.13

a)

Kun halkaisija on 50 m eli säde on 50 m : 2 = 25 m, niin tuulivoimalan teho on 600 kW.

Funktion *p* arvo kuvaa tuulivoimalan tehoa (kW). Muuttujan *x* arvo ilmaisee roottorin säteen metreinä. Kun $x = 25$ (m), funktion arvo on 600. Muodostetaan yhtälö $p(25) = 600$ ja ratkaistaan kerroin *a.*

$$a \cdot 25^2 = 600$$
$$a = 0{,}96$$

b)

Lasketaan funktion $p(x) = 0{,}96 \cdot x^2$ arvo, kun $x = 40$ (m).

$f(80) = 0{,}96 \cdot 40^2 = 1536 \approx 1500$ (kW)

Tuulivoimalan teho on 1500 kW.

c)

Teho on 5 MW = 5000 kW. Muodostetaan ja ratkaistaan yhtälöstä $p(x) = 5000$ säde *x*.

$$0{,}96 \cdot x^2 = 5000$$
$$x = \pm 72{,}168.. \text{(m)}$$

Roottorin säde on positiivinen, joten *x* = 72,168…

Halkaisija on siis 2 · 72,168… m ≈ 140 m

Vastaus **a)** $a = 0{,}96$

b) 1500 kW

c) 140 m

9.14

a)

Oletetaan, että veren virtausnopeus v (cm^3/s) on suoraan verrannollinen suonen halkaisijan neljänteen potenssiin x^4 (cm). Tällöin mallia kuvaa yhtälö $v = a \cdot x^4$.Kun halkaisija on $x = 2{,}00$ (cm) niin virtausnopeus on $v = 301{,}6$ (m/s).

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan kerroin *a.*

$$301{,}6 = a \cdot 2{,}00^4$$
$$a = 18{,}85$$

Veren virtausnopeutta kuvaa malli $v(x) = 18{,}85x^4$

b)

Lasketaan virtausnopeudet mallin $v(x)$ avulla, kun $x = 0{,}2$ (cm) ja $x = 1{,}00$ (cm).

$$v(0{,}2) = 18{,}85 \cdot 0{,}2^4 = 0{,}0301\ldots \approx 0{,}030\ (\text{cm}^3/\text{s})$$

$$v(1{,}00) = 18{,}85 \cdot 1{,}00^4 = 18{,}85 \approx 19\ (\text{cm}^3/\text{s})$$

Virtausnopeus vaihtelee välillä 0,030 cm^3/s – 19 cm^3/s.

c)

Muodostetaan yhtälö $v(x) = 7{,}7 \cdot 10^{-12}$ ja ratkaistaan *x.*

$$18{,}85x^4 = 7{,}7 \cdot 10^{-12}$$
$$x = \pm 0{,}000799\ldots$$
$$x \approx \pm 8 \cdot 10^{-4}$$

Suonen halkaisija on positiivinen luku, joten halkaisija on $8 \cdot 10^{-4}$ cm.

Vastaus **a)** $v(x) = 18{,}85x^4$
b) 0,030 cm^3/s – 19 cm^3/s
c) $8 \cdot 10^{-4}$ cm

9.15

a)

Majavien määrä alussa 60. Määrä x-kertaistuu joka vuosi.

Kuluneet vuodet	Majavien määrä (kpl)
0	**60**
1	**60** $\cdot x$
2	**60** $\cdot x^2$
$\vdots$	$\vdots$
50	**60** $\cdot x^{50}$

50 vuoden kuluttua majavien määrää kuvaa malli $m(x) = 60 \cdot x^{50}$.

b)

Selvitään mikä on mallin prosenttikerroin x, kun 50 vuoden majavien määrä on 4000. Muodostetaan yhtälö $m(x) = 4000$ ja ratkaistaan se.

$$60 \cdot x^{50} = 4000$$
$$x = \pm 1{,}087622 \ldots \approx \pm 1{,}088$$

Prosenttikerroin on aina positiivinen. Kun kerroin on 1,088, niin kasvuprosentti on

$1{,}088 - 1{,}0 = 0{,}088 = 8{,}8\ \%$.

Majavien määrä kasvaa vuosittain 8,8 %

Vastaus **a)** $m(x) = 60x^{50}$

b) 8,8 %

9.16

Yrityksen liikevaihtoa (milj. euroa) viiden vuoden päästä mallintaa funktio $f(x) = 58 \cdot x^5$.

Selvitetään prosenttikerroin x, kun liikevaihto on viiden vuoden päästä 110 milj. €.

Muodostetaan yhtälö $f(x) = 110$ ja ratkaistaan se.

$$58 \cdot x^5 = 110$$
$$x = 1{,}1365\ldots$$
$$x \approx 1{,}14$$

Kun prosenttikerroin on 1,14, niin liikevaihto on kasvanut vuosittain

$1{,}14 - 1{,}0 = 0{,}14 \approx 14\ \%$.

Vastaus 14 %

9.17

Auton arvoa kahdeksan vuoden päästä mallintaa funktio $f(x) = 30000 \cdot x^8$.

Selvitetään prosenttikerroin x, kun auton arvo on kahdeksan vuoden päästä

$30000\text{ €} - 21000\text{ €} = 9000\text{ €}$

Muodostetaan yhtälö $f(x) = 9000$ ja ratkaistaan se.

$$
\begin{aligned}
30000 \cdot x^8 &= 9000 \\
x &= \pm 0{,}8602\ldots \\
x &\approx \pm 0{,}86
\end{aligned}
$$

Prosenttikerroin on aina positiivinen. Kun prosenttikerroin on 0,86,
niin auton arvo on pienentynyt vuosittain

$1{,}0 - 0{,}86 = 0{,}14 = 14\ \%$.

Kysytty prosentti on siis $p = 14\ \%$.

Vastaus $p = 14\ \%$

9.18

a)

Merkitään tarkastelun alussa asuntojen määrää kirjaimella a (a > 0).

24 vuoden päästä asuntojen määrä on kasvanut 5,0 %. Kasvua kuvaa prosenttikerroin

$100\ \% + 5{,}0\% = 105{,}0\ \% = 1{,}050$

Asuntojen määrä 24 vuodessa 1,050-kertaistuu eli se on $1{,}050a$.

Merkitään vuotuista kasvua kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella k eli asuntojen määrä k-kertaistuu vuosittain. 24 vuoden päästä asuntojen määrää kuvaa lauseke $a \cdot k^{24}$.

Toisaalta asuntojen määrä 24 vuoden päästä on $1{,}050a$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *k.*

$$a \cdot k^{24} = 1{,}050a$$
$$k = \pm 1{,}00203 \ldots$$
$$k \approx \pm 1{,}0020$$

Vuotuinen kasvu on siis $1{,}0020 - 1{,}00 = 0{,}0020 = 0{,}20\ \%$.

b)

10 vuoden päästä asuntojen määrän tulee olla $1{,}040a$.
Asuntojen määrää 10 vuoden päästä kuvaa lauseke $a \cdot k^{10}$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *k.*

$$a \cdot k^{10} = 1{,}040a$$
$$k = \pm 1{,}00392 \ldots$$
$$k \approx \pm 1{,}0039$$

Vuotuisen kasvun tulisi olla $1{,}0039 - 1{,}00 = 0{,}0039 = 0{,}39\ \%$.

Vastaus **a)** 0,20 %
b) 0,39 %

9.19

a)

Merkitään tarkastelun alussa liikevaihtoa kirjaimella a ($a > 0$).

20 vuoden päästä liikevaihto on 10-kertaistunut eli liikevaihto on $10a$.

Merkitään vuotuista kasvua kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella k eli liikevaihto k-kertaistuu vuosittain. 20 vuoden päästä liikevaihtoa kuvaa lauseke $a \cdot k^{20}$.

Toisaalta liikevaihto 20 vuoden päästä on $10a$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *k.*

$$
\begin{aligned}
a \cdot k^{20} &= 10a \\
k &= \pm 1{,}12201 \ldots \\
k &\approx \pm 1{,}122
\end{aligned}
$$

Prosenttikerroin on aina positiivinen. Prosenttikerroin on siis 1,22.

Liikevaihdon vuotuinen kasvu on siis $1{,}122 - 1{,}00 = 0{,}122 = 12{,}2$ %.

b)

20 vuoden päästä liikevaihto on $10a$. Liikevaihdon muutosta viidessä vuodessa kuvaa lauseke $a \cdot k^5$. Viiden vuoden jälkeen liikevaihto on nelinkertainen alkutilanteeseen nähden eli $4a$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *k.*

$$
\begin{aligned}
10a \cdot k^5 &= 4a \\
k &= 0{,}83255 \ldots \\
k &\approx 0{,}833
\end{aligned}
$$

Liikevaihdon vuotuinen väheneminen on $1{,}00 - 0{,}833 = 0{,}167 = 16{,}7$ %.

Vastaus **a)** 12,2 %

b) 16,7 %

9.20

a)
Muodostetaan taulukko. Merkitään lasiesineen arvoa aluksi kirjaimella *a.*

Kuluneet vuodet	Muutosprosentti	Esineen arvo (€)
1	**-0,7 % eli kerroin 0,993**	**0,993** $\cdot a$
2	**+2,5 % eli kerroin 1,025**	**1,025 · 0,993** $\cdot a$
3	**+8,7 % eli kerroin 1,087**	**1,087 · 1,025 · 0,993** $\cdot a$
4	**+15,5 % eli kerroin 1,155**	**1,155 ·1,087 · 1,025 · 0,993** $\cdot a$
5	**+18,9 % eli kerroin 1,189**	**1,189 ·1,155 ·1,087 · 1,025 · 0,993** $\cdot a$

Lasketaan esineen arvo viiden vuoden päästä.

$$1{,}189 \cdot 1{,}155 \cdot 1{,}087 \cdot 1{,}025 \cdot 0{,}993a = 1{,}519 \ldots \cdot a \approx 1{,}5a$$

Lasiesineen arvo kasvoi 1,5-kertaiseksi.

b)
Jos muutosprosentti on joka vuosi sama, niin lasiesineen arvoa kuvaa lauseke $a \cdot k^5$,
missä *k* on muutosta kuvaava prosenttikerroin.

Toisaalta viiden vuoden päästä arvo on $1{,}522 \ldots \cdot a$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *k.*

$$\begin{aligned} a \cdot k^5 &= 1{,}519 \ldots \cdot a \\ k &= 1{,}0872 \ldots \\ k &\approx 1{,}087 \end{aligned}$$

Esineen arvo nousi keskimäärin $1{,}087 - 1{,}0 = 0{,}087 = 8{,}7$ % vuodessa.

c)
Jos muutosprosentti on joka vuosi sama, niin lasiesineen arvoa 10 vuoden päästä kuvaa lauseke $a \cdot k^{10}$, missä *k* on muutosta kuvaava prosenttikerroin.

Toisaalta arvo on noussut 200 % , jota kuvaa prosenttikerroin 100 % + 200 % = 300 % = 3,0.
Näin ollen lasiesineen arvo 10 vuoden päästä on $3{,}0a$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *k.*

$$\begin{aligned} a \cdot k^{10} &= 3{,}0a \\ k &= \pm 1{,}11612 \ldots \\ k &\approx 1{,}12 \end{aligned}$$

Esineen arvo nousi keskimäärin $1{,}12 - 1{,}0 = 0{,}12 = 12$ % vuodessa.

Vastaus **a)** 1,5-kertaiseksi **b)** 8,7 % **c)** 12 %

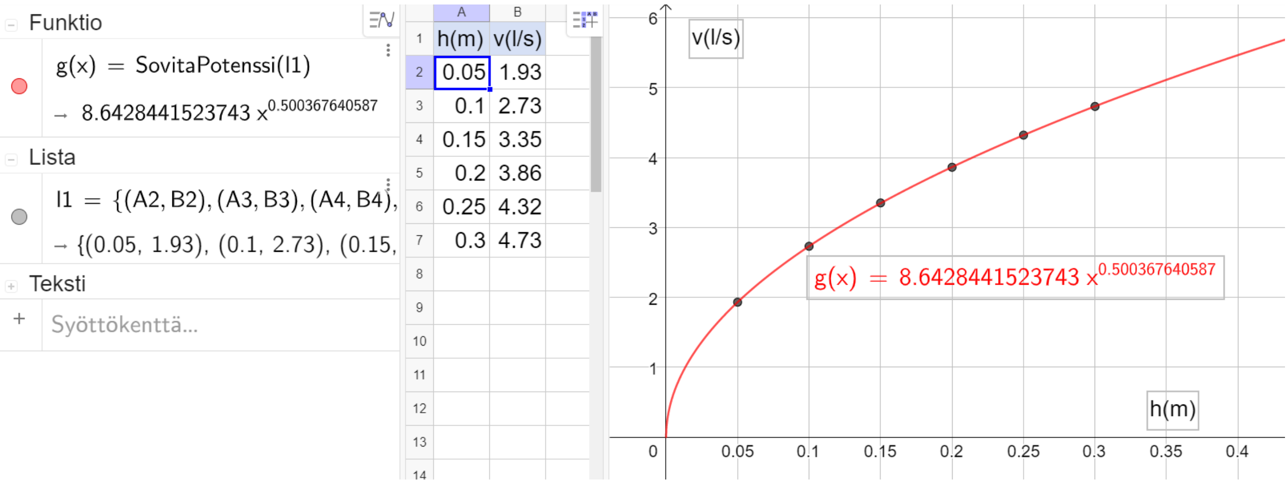
9.21

Syötetään mittaustulokset taulukkolaskentaohjelmaan.

Mittaustuloksia kuvataan *hv*-koordinaatistossa, jolloin vaaka-akselina on reiän keskikohdan syvyys (m) ja pysty-akselina veden virtausnopeus (l/s).

Koska virtausnopeus on suoraan verrannollinen syvyyden neliöjuureen, valitaan sovitettavaksi regressiomalliksi potenssi.

Neliöjuuri voidaan ilmoittaa murtopotenssina.



Pistejoukkoa kuvaava malli on $v(h) = 8{,}6h^{0{,}50}$.

b)

Suoraan verrannollisuutta kuvaa yhtälö $y = kx$, jossa k verrannollisuuskerroin.
Näin ollen mallissa $v(h) = 8{,}6h^{0{,}50}$ verrannollisuuskerroin on muuttujan h kerroin 8,6.

c)

Lasketaan mallin avulla virtausnopeus, kun $h = 0{,}12$ (m).

$v(0{,}12) = 8{,}6 \cdot 0{,}12^{0{,}50} = 2{,}9791\ldots \approx 2{,}98$ (l/s)

Vastaus **a)** $v(h) = 8{,}6h^{0{,}50}$

b) 8,6

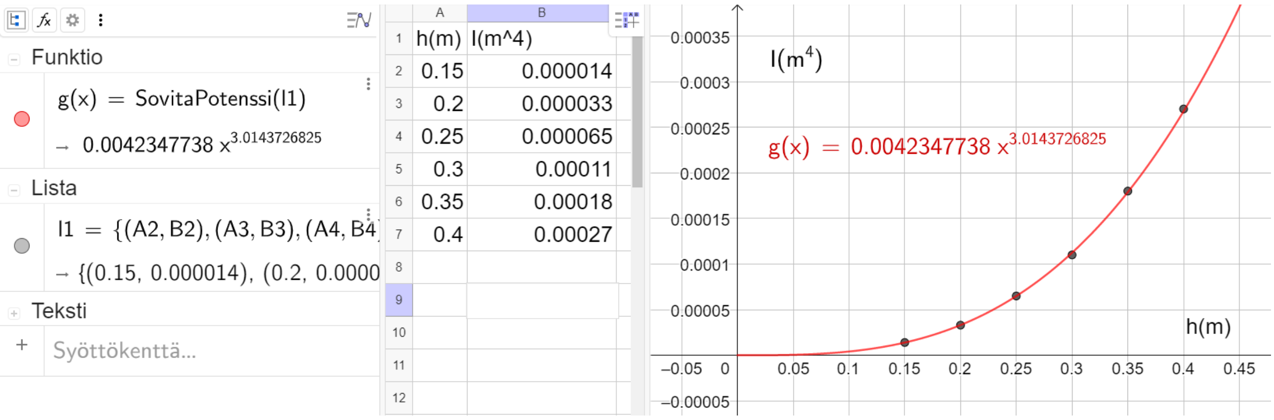
c) 2,98 (l/s)

9.22

Syötetään mittaustulokset taulukkolaskentaohjelmaan.

Mittaustuloksia kuvataan *hI*-koordinaatistossa, jolloin vaaka-akselina on poikkileikkauksen korkeus (m) ja pystyakselina jäyhyysmomentti (m^4).

Koska jäyhyysmomentti on suoraan verrannollinen korkeuden kuutioon, valitaan sovitettavaksi regressiomalliksi potenssi.



Pistejoukkoa kuvaava malli on $I(h) = 0{,}0042h^{3{,}0}$.

b)

Mallin verrannollisuuskerroin on 0,0042. Vakioleveys on tällöin

$h = 12 \cdot 0{,}0042 = 0{,}0504 \approx 0{,}050$ (m) eli 5,0 cm.

c)

Lasketaan mallin avulla jäyhyysmomentti, kun poikkileikkauksen korkeus on $h = 4 \cdot 2{,}5$ cm $= 10$ cm $= 0{,}1$ m.

$I(0{,}1) = 0{,}0042 \cdot 0{,}1^{3{,}0} = 0{,}0000042 = 4{,}2 \cdot 10^{-6}$ (m^4)

Vastaus **a)** $I(h) = 0{,}0042h^{3{,}0}$

b) 5,0 cm

c) $4{,}2 \cdot 10^{-6}$ m^4