Binomi 4 – Luku 8 – Tehtävien malliratkaisut

8.1

a)

Ratkaistaan yhtälö neliöjuuren avulla. Koska eksponentti on parillinen, yhtälöllä on kaksi ratkaisua.

$$x^2 = 16 \quad | \sqrt{}$$
$$x = \pm\sqrt{16}$$
$$x = \pm 4$$

$4^2 = 16$
$(-4)^2 = 16$

b)

Yhtälöllä $x^2 = -4$ ei ole ratkaisuja, sillä mikään luku korotettuna toiseen potenssiin ei voi olla negatiivinen.

c)

Ratkaistaan yhtälö kuutiojuuren avulla. Koska eksponentti on partion, yhtälöllä on yksi ratkaisu.

$$x^3 = 27 \quad | \sqrt[3]{}$$
$$x = \sqrt[3]{27}$$
$$x = 3$$

d)

Ratkaistaan yhtälö kuutiojuuren avulla.

$$x^3 = -8 \quad | \sqrt[3]{}$$
$$x = \sqrt[3]{-8}$$
$$x = -2$$

Vastaus **a)** $x = \pm 4$ **b)** ei ratkaisua **c)** $x = 3$ **d)** $x = -2$

8.2

a)

Sievennetään yhtälö muotoon $x^2 = a$ ja ratkaistaan yhtälö neliöjuuren avulla.

$$
\begin{aligned}
4x^2 - 5 &= 7 \quad &&|+5 \\
4x^2 &= 12 \quad &&|:4 \\
x^2 &= 3 \quad &&|\sqrt{} \\
x &= \pm\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

Eksponentti on parillinen, joten yhtälöllä on kaksi ratkaisua.

b)

Sievennetään yhtälö muotoon $x^3 = a$ ja ratkaistaan yhtälö kuutiojuuren avulla.

$$
\begin{aligned}
5x^3 + 9 &= 24 \quad &&|-9 \\
5x^3 &= 15 \quad &&|:5 \\
x^3 &= 3 \quad &&|\sqrt[3]{} \\
x &= \sqrt[3]{3}
\end{aligned}
$$

Eksponentti on pariton, joten yhtälöllä on yksi ratkaisu.

Vastaus **a)** $x = \pm\sqrt{3}$

b) $x = \sqrt[3]{3}$

8.3

a)

$\sqrt[4]{6} \approx 1{,}5650 \ldots \approx 1{,}565$

Aseta pyöristykseen riittävästi desimaaleja.

b)

$\sqrt[7]{7} = 1{,}3204 \ldots \approx 1{,}320$

Voidaan laskea myös murtopotenssin avulla.

$\sqrt[7]{7} = 7^{\frac{1}{7}}$

c)

$\sqrt[9]{-2} = -1{,}08005 \ldots \approx -1{,}080$

Vastaus **a)** 1,565

b) 1,320

c) $-1{,}080$

8.4

a)

Ratkaistaan yhtälö kuudennen juuren avulla.

$$
\begin{aligned}
x^6 &= 7 \\
x &= \pm\sqrt[6]{7} \\
x &= \pm 1{,}3830\ldots \approx \pm 1{,}38
\end{aligned}
$$

b)

Ratkaistaan yhtälö yhdeksännen juuren avulla.

$$
\begin{aligned}
x^9 &= 15 \\
x &= \sqrt[9]{15} \\
x &= 1{,}3510\ldots \approx 1{,}35
\end{aligned}
$$

c)

Sievennetään yhtälö muotoon $x^4 = a$ ja ratkaistaan yhtälö neljännen juuren avulla.

$$
\begin{aligned}
4x^4 - 3 &= 9 && |+3 \\
4x^4 &= 12 && |:4 \\
x^4 &= 3 && |\sqrt[4]{} \\
x &= \pm\sqrt[4]{3} \\
x &= \pm 1{,}3160\ldots \approx \pm 1{,}32
\end{aligned}
$$

d)

Sievennetään yhtälö muotoon $x^5 = a$ ja ratkaistaan yhtälö viidennen juuren avulla.

$$
\begin{aligned}
9x^5 + 12 &= -6 && |-12 \\
9x^5 &= -18 && |:9 \\
x^5 &= -2 && |\sqrt[5]{} \\
x &= \sqrt[5]{-2} \\
x &= -1{,}14869\ldots \approx -1{,}15
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $x = \pm\sqrt[6]{7} \approx \pm 1{,}38$

b) $x = \sqrt[9]{15} \approx 1{,}35$

c) $x = \pm\sqrt[4]{3} \approx \pm 1{,}32$

d) $x = \sqrt[5]{-2} \approx -1{,}15$

8.5

1. Yhtälöllä on kaksi ratkaisua – D: $x^4 - 2 = 0$

Yhtälöllä on kaksi ratkaisua, sillä

$$
\begin{aligned}
x^4 - 2 &= 0 \\
x^4 &= 2 \qquad \Big| \sqrt[4]{} \\
x &= \pm\sqrt[4]{2}
\end{aligned}
$$

2. Yhtälön ratkaisu on kokonaisluku – B: $x^5 + 1 = 0$

$$
\begin{aligned}
x^5 + 1 &= 0 \\
x^5 &= -1 \qquad \Big| \sqrt[5]{} \\
x &= \sqrt[5]{-1} \\
x &= -1
\end{aligned}
$$

3. Yhtälöllä ei ole ratkaisua – A: $x^4 + 2 = 0$

$$
\begin{aligned}
x^4 + 2 &= 0 \\
x^4 &= -2
\end{aligned}
$$

Minkään luvun neljäs potenssi ei ole negatiivinen luku, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua.

4. Yhtälö ei ole potenssiyhtälö – C: $x^5 + x^4 = 1$

Yhtälössä esiintyy kaksi eri asteista muuttujatermiä, joten yhtälö ei ole potenssiyhtälö.

Vastaus 1 – D
2 – B
3 – A
4 – C

8.6

a)

Sievennetään yhtälö muotoon $x^4 = a$ ja ratkaistaan yhtälö neljännen juuren avulla.

$$
\begin{aligned}
3x^4 &= 48 && |:3 \\
x^4 &= 16 && |\sqrt[4]{} \\
x &= \pm\sqrt[4]{16} \\
x &= \pm 2
\end{aligned}
$$

b)

Sievennetään yhtälö muotoon $x^5 = a$ ja ratkaistaan yhtälö.

$$
\begin{aligned}
2x^5 + 5 &= 3 \\
2x^5 &= -2 && |:2 \\
x^5 &= -1 && |\sqrt[5]{} \\
x &= \sqrt[5]{-1} \\
x &= -1
\end{aligned}
$$

c)

Sievennetään yhtälö muotoon $x^6 = a$ ja ratkaistaan yhtälö.

$$
\begin{aligned}
5x^6 + 7 &= 2 \\
5x^6 &= -5 && |:5 \\
x^6 &= -1
\end{aligned}
$$

Minkään luvun kuudes potenssi ei ole negatiivinen luku, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua.

Vastaus **a)** $x = \pm 2$

b) $x = -1$

c) ei ratkaisua

8.7

a)

$$
\begin{aligned}
2x^2 - 3 &= 1 && \mid +3 \\
2x^2 &= 4 && \mid :2 \\
x^2 &= 2 && \Big| \sqrt{} \\
x &= \pm\sqrt{2} \\
x &= \pm 1{,}41421\ldots \approx \pm 1{,}41
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
3x^5 + 9 &= 0 \\
3x^5 &= -9 && \mid :3 \\
x^5 &= -3 && \Big| \sqrt[5]{} \\
x &= \sqrt[5]{-3} \\
x &= -1{,}2457\ldots \approx -1{,}25
\end{aligned}
$$

c)

$$
\begin{aligned}
3x^6 - 3 &= -1 && \mid +3 \\
3x^6 &= 2 && \mid :3 \\
x^6 &= \frac{2}{3} && \Big| \sqrt[6]{} \\
x &= \pm\sqrt[6]{\frac{2}{3}} \\
x &= \pm 0{,}9346\ldots \approx \pm 0{,}93
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $x \approx \pm 1{,}41$

b) $x \approx -1{,}25$

c) $x \approx \pm 0{,}93$

8.8

a)

$$
\begin{aligned}
2x + 3x^4 &= 4 + 2(x^4 + x) \\
2x + 3x^4 &= 4 + 2x^4 + 2x \qquad &&| -2x \\
3x^4 &= 4 + 2x^4 &&| -2x^4 \\
x^4 &= 4 &&\Big| \sqrt[4]{} \\
x &= \pm\sqrt[4]{4} \\
x &= \pm 1{,}414\ldots \approx \pm 1{,}4
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
3(2x^3 - 5) &= 2 - (x^3 + 3) \\
6x^3 - 15 &= 2 - x^3 - 3 \qquad &&| + x^3 \\
7x^3 - 15 &= -1 &&| + 15 \\
7x^3 &= 14 &&| : 7 \\
x^3 &= 2 &&\Big| \sqrt[3]{} \\
x &= \sqrt[3]{2} \\
x &= 1{,}259\ldots \approx 1{,}3
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $x = \pm\sqrt[4]{4} \approx \pm 1{,}4$

b) $x = \sqrt[3]{2} \approx 1{,}3$

8.9

a)

Muodostetaan yhtälö $f(x) = 6$ ja ratkaistaan *x.*

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 6 \\
3x^4 &= 6 \qquad | : 3 \\
x^4 &= 2 \qquad \Big| \sqrt[4]{} \\
x &= \pm\sqrt[4]{2}
\end{aligned}
$$

b)

Funktio g saa nollakohdassa arvon nolla. Muodostetaan yhtälö $g(x) = 0$ ja ratkaistaan *x.*

$$
\begin{aligned}
g(x) &= 0 \\
x^4 + 10 &= 0 \\
x^4 &= -10
\end{aligned}
$$

Minkään luvun neljäs potenssi ei ole negatiivinen luku, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua. Funktiolla g ei ole nollakohtia.

c)

Muodostetaan yhtälö merkitsemällä funktioiden lausekkeet yhtä suuriksi.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= g(x) \\
3x^4 &= x^4 + 10 \qquad | - x^4 \\
2x^4 &= 10 \qquad | : 2 \\
x^4 &= 5 \qquad \Big| \sqrt[4]{} \\
x &= \pm\sqrt[4]{5}
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $x = \pm\sqrt[4]{2}$

b) ei nollakohtia

c) $x = \pm\sqrt[4]{5}$

8.10

a)

Funktio saa nollakohdassa arvon 0. Muodostetaan yhtälöt ja ratkaistaan muuttuja *x.*

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 3x^5 + 18 &= 0 \\ 3x^5 &= -18 \quad |:3 \\ x^5 &= -6 \quad \Big|\sqrt[5]{} \\ x &= \sqrt[5]{-6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 0 \\ 6x^5 - 78 &= 0 \\ 6x^5 &= 78 \quad |:6 \\ x^5 &= 13 \quad \Big|\sqrt[5]{} \\ x &= \sqrt[5]{13} \end{aligned}$$

Funktion *f* nollakohta on $x = \sqrt[5]{-6}$ ja funktion f nollakohta $x = \sqrt[5]{13}$.

b)

Funktiot saavat saman arvon kuvaajien leikkauspisteessä eli $f(x) = g(x)$.
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *x.*

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 3x^5 + 18 &= 6x^5 - 78 \\ -3x^5 &= -96 \quad |:(-3) \\ x^5 &= 32 \quad \Big|\sqrt{} \\ x &= \sqrt[5]{32} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Leikkauspisteen x-koordinaatti on 2. Sijoitetaan $x = 2$ jompaankumpaan funktioiden lausekkeista ja lasketaan leikkauspisteen y-koordinaatti.

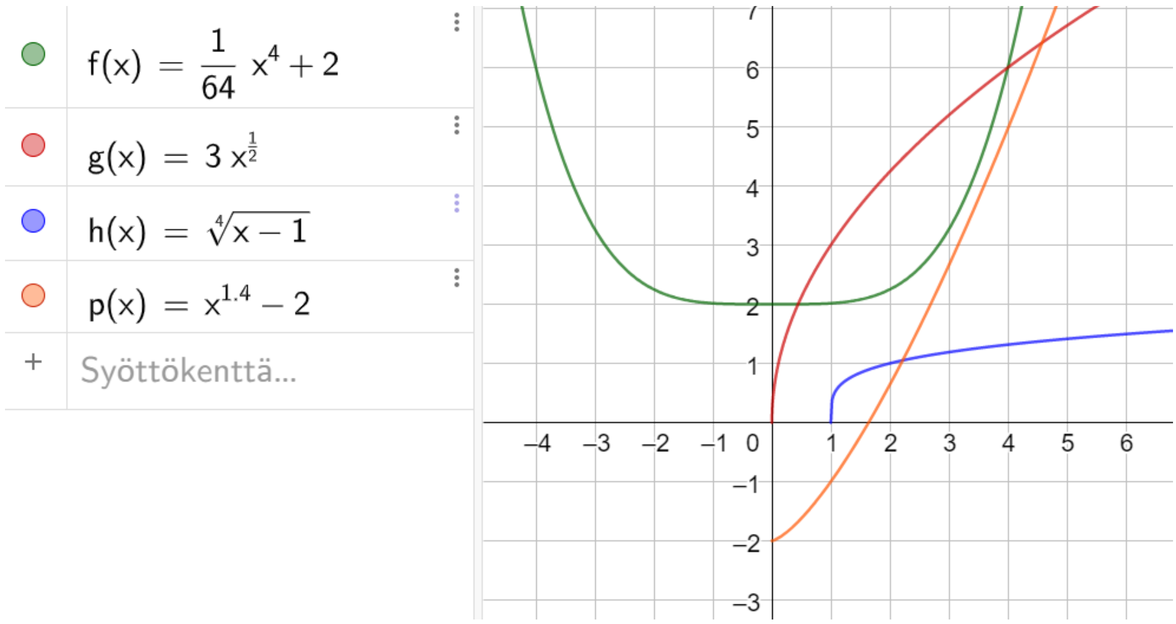
$f(2) = 3 \cdot 2^5 + 18 = 114$

Leikkauspiste on siis (2, 114).

Vastaus **a)** $f(x) = 0$, kun $x = -\sqrt[5]{6}$, ja $g(x) = 0$, kun $x = \sqrt[5]{13}$

b) $(2, 114)$

8.11



a) Kuvan perusteella funktio f kuvaaja kulkee pisteen (0, 2).

$f(0) = \frac{1}{64} \cdot 0^4 + 2 = 2$, eli funktio kulkee pisteen (0, 2) kautta.

b) Funktion h nollakohta näyttää olevan 1.

$h(1) = \sqrt[4]{1-1} = 0$ eli funktion nollakohta on 1.

c) Ainoa funktio, joka kulkee x-akselin alapuolella on p.

$p(0) = 0^{1.4} - 2 = -2$ eli kun $x = 0$, funktio p saa negatiivisen arvon.

d) Kuvan perusteella funktioiden f ja g leikkauspiste on (4, 6).

$$f(4) = \frac{1}{64} \cdot 4^4 + 2 = 6$$
$$g(4) = 3 \cdot 4^{\frac{1}{2}} = 6$$

Vastaus **a)** $f(x)$ **b)** $h(x)$ **c)** $p(x)$ **d)** $f(x)$ ja $g(x)$

8.12

Sievennetään yhtälöt muotoon $x^n = a$ ja ratkaistaan yhtälö juuren avulla

a)

$$
\begin{aligned}
2x^4 - 3 &= 159 && \mid +3 \\
2x^4 &= 162 && \mid :2 \\
x^4 &= 81 && \mid \sqrt[4]{} \\
x &= \pm\sqrt[4]{81} \\
x &= \pm 3
\end{aligned}
$$

Eksponentti on parillinen, joten yhtälöllä on kaksi ratkaisua.

b)

$$
\begin{aligned}
3x^5 + 103 &= 7 && \mid -103 \\
3x^5 &= -96 && \mid :3 \\
x^5 &= -32 && \mid \sqrt[5]{} \\
x &= \sqrt[5]{-32} \\
x &= -2
\end{aligned}
$$

Eksponentti on pariton, joten yhtälöllä on yksi ratkaisu.

c)

$$
\begin{aligned}
4(x^6 + 3) &= 12 \\
4x^6 + 12 &= 12 && \mid -12 \\
4x^6 &= 0 && \mid :4 \\
x^6 &= 0 && \mid \sqrt[6]{} \\
x &= 0
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $x = \pm 3$

b) $x = -2$

c) $x = 0$

8.13

a)

$$
\begin{aligned}
5x^5 - 8 &= 3(8 - x^5) \\
5x^5 - 8 &= 24 - 3x^5 && |+8+3x^5 \\
8x^5 &= 32 && |:8 \\
x^5 &= 4 && |\sqrt[5]{} \\
x &= \sqrt[5]{4} \\
x &= 1{,}3195\ldots \approx 1{,}32
\end{aligned}
$$

Eksponentti on pariton, joten yhtälöllä on yksi ratkaisu.

b)

$$
\begin{aligned}
3x^6 &= 13 - 2(x^6 - 6) \\
3x^6 &= 13 - 2x^6 + 12 && |+2x^6 \\
5x^6 &= 25 && |:5 \\
x^6 &= 5 && |\sqrt[6]{} \\
x &= \pm\sqrt[6]{5} \\
x &= \pm 1{,}3076\ldots \approx \pm 1{,}31
\end{aligned}
$$

Eksponentti on parillinen, joten yhtälöllä on kaksi ratkaisua.

Vastaus **a)** $x = \sqrt[5]{4} \approx 1{,}32$

b) $x = \pm\sqrt[6]{5} \approx \pm 1{,}31$

8.14

a)

$$
\begin{aligned}
3x^8 - 7 &= 4 \\
3x^8 &= 11 && |:3 \\
x^8 &= \frac{11}{3} && \left|\sqrt[8]{}\right. \\
x &= \pm\sqrt[8]{\frac{11}{3}} \\
x &= \pm 1{,}2375\ldots \approx \pm 1{,}2
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{3}x^5 - 3 &= x^5 + \frac{2}{3} && |\cdot 3 \\
x^5 - 9 &= 3x^5 + 2 && |+9-3x^5 \\
-2x^5 &= 11 && |:(-2) \\
x^5 &= -\frac{11}{2} && \left|\sqrt[5]{}\right. \\
x &= \sqrt[5]{-\frac{11}{2}} \\
x &= -1{,}406\ldots \approx -1{,}4
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $x \approx \pm 1{,}2$

b) $x \approx -1{,}4$

8.15

a)

$$
\begin{aligned}
4 - 3x^{10} &= 10 \\
-3x^{10} &= 14 \qquad | : (-3) \\
x^{10} &= -\frac{14}{3}
\end{aligned}
$$

Minkään luvun parillinen potenssi ei voi olla negatiivinen luku, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua.

b)

Yhtälössä $x^6 + x^4 + 1 = 0$ on kaksi termiä, joissa muuttujan eksponentti on parillinen.

Näin ollen $x^6 \geq 0$ ja $x^4 \geq 0$.

Koska luku 1 on positiivinen, lauseke $x^6 + x^4 + 1 > 0$ eikä siis voi saada arvoa 0.

8.16

a)

Muodostetaan yhtälö $f(x) = -4$ ja ratkaistaan *x.*

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 6 \\
5x^6 - 14 &= -4 \quad |+14 \\
5x^6 &= 10 \quad |:5 \\
x^6 &= 2 \quad \Big|\sqrt[6]{} \\
x &= \pm\sqrt[6]{2}
\end{aligned}
$$

b)

Funktio g saa nollakohdassa arvon nolla.
Muodostetaan yhtälö $g(x) = 0$ ja ratkaistaan muuttuja *x.*

$$
\begin{aligned}
g(x) &= 0 \\
3(x^6 + 2) &= 0 \\
3x^6 + 6 &= 0 \\
3x^6 &= -6 \quad |:3 \\
x^6 &= -2
\end{aligned}
$$

Minkään luvun kuudes potenssi ei ole negatiivinen luku,
joten yhtälöllä ei ole ratkaisua. Funktiolla g ei ole nollakohtia.

c)

Muodostetaan yhtälö merkitsemällä funktioiden lausekkeet yhtä suuriksi.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= g(x) \\
5x^6 - 14 &= 3(x^6 + 2) \\
5x^6 - 14 &= 3x^6 + 6 \\
2x^6 &= 20 \quad |:2 \\
x^6 &= 10 \quad \Big|\sqrt[6]{} \\
x &= \pm\sqrt[6]{10}
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $x = \pm\sqrt[6]{2}$

b) ei nollakohtia

c) $x = \pm\sqrt[6]{10}$

8.17

a)

$\sqrt[5]{2} = 2^{\frac{1}{5}}$

b)

$\sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$

c)

$\sqrt[4]{x^2} = x^{\frac{2}{4}} = x^{\frac{1}{2}}$

d)

$$\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{2}} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{6}}} = 2^{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}} = 2^{\frac{2}{6}-\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{6}}$$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Vastaus **a)** $2^{\frac{1}{5}}$

b) $x^{\frac{1}{6}}$

c) $x^{\frac{1}{2}}$

d) $2^{\frac{1}{6}}$

8.18

a)

Muodostetaan geometrisen jonon yleisen jäsenen avulla viidennen jäsenen lauseke ja ratkaistaan suhdeluku *q.*

$$
\begin{aligned}
a_5 &= 4 \cdot q^{5-1} \\
12 &= 4q^4 \quad | : 4 \\
3 &= q^4 \quad \left| \sqrt[4]{} \right. \\
q &= \pm\sqrt[4]{3}
\end{aligned}
$$

Geometrisen jonon yleinen jäsen
$a_n = a_1 q^{n-1}$

Suhdeluku voi olla joko positiivinen tai negatiivinen. Geometrisessa lukujonossa seuraava jäsen saadaan kertomalla edellisen jäsen suhdeluvulla. Lasketaan toinen jäsen suhdeluvun molemmilla arvoilla.

$$a_2 = 4 \cdot \sqrt[4]{3} = 5{,}2642\ldots \approx 5{,}26$$

$$a_2 = 4 \cdot \left(-\sqrt[4]{3}\right) = -4\sqrt[4]{3} = -5{,}2642\ldots \approx -5{,}26$$

Vastaus **a)** $q = \pm\sqrt[4]{3}$

b) $a_2 = \pm 4 \cdot \sqrt[4]{3} \approx \pm 5{,}26$

8.19

a)

$$x^4 = 81 \quad \Big| \sqrt[4]{}$$
$$x = \pm\sqrt[4]{81}$$
$$x = \pm 3$$

b)

Yhtälö on lähes samanlainen kuin a-kohdassa. Nyt vain muuttujan x tilalla on lauseke $2x - 5$. Ratkaistaan yhtälö neljännen juuren avulla ja muodostetaan omat yhtälöt positiiviselle ja negatiiviselle juurelle.

$$(2x-5)^4 = 81 \quad \Big| \sqrt[4]{}$$
$$2x - 5 = \pm 3$$
$$2x - 5 = 3 \qquad \text{tai} \qquad 2x - 5 = -3$$
$$2x = 8 \qquad\qquad 2x = 2$$
$$x = 4 \qquad\qquad x = 1$$

Yhtälön ratkaisu on $x = 1$ tai $x = 4$.

c)

$$(x-2)^4 + 81 = 0$$
$$(x-2)^4 = -81$$

Minkään luvun $(x - 2)$ neljäs potenssi ei voi olla negatiivinen, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua.

Vastaus **a)** $x = \pm 3$

b) $x = 1$ tai $x = 4$

c) ei ratkaisua

8.20

a)

Ratkaistaan, millä muuttujan *x* arvolla funktiot saavat arvon nolla.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 3x^6 + 13272 &= 0 \\ 3x^6 &= -13272 \qquad |:3 \\ x^6 &= -4421 \end{aligned}$$

Minkään luvun kuudes potenssi ei ole negatiivinen luku, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua. Funktiolla $f(x)$ ei siis ole nollakohtia.

$$\begin{aligned} g(x) &= 0 \\ 8x^6 - 7208 &= 0 \\ x &= \pm\sqrt[6]{901} \end{aligned}$$

Funktion $g(x)$ nollakohdat ovat $x = \pm\sqrt[6]{901}$.

b)

Merkitään funktioiden lausekkeet yhtä suuriksi ja ratkaistaan yhtälö.

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 3x^6 + 13272 &= 8x^6 - 7208 \\ x &= \pm 4 \end{aligned}$$

Selvitetään leikkauspisteen y-koordinaatti laskemalla jommankumman funktion arvo, kun $x = \pm 4$.

$f(-4) = 3 \cdot (-4)^6 + 13272 = 25560$ eli yksi leikkauspiste on $(-4, 25560)$.

$f(4) = 3 \cdot (4)^6 + 13272 = 25560$ eli toinen leikkauspiste on $(4, 25560)$.

Vastaus **a)** $f(x)$ ei nollakohtia, $g(x)$ nollakohdat $x = \pm\sqrt[6]{901}$

b) $(-4, 25560)$ ja $(4, 25560)$

8.21

a)

Aritmeettisen jonon kahden peräkkäisen jäsenen erotus eli differenssi on aina sama. Muodostetaan differenssin lauseke kahdella eri tavalla ja merkitään lausekkeet yhtä suuriksi.

$$\begin{aligned} d &= d \\ a_2 - a_1 &= a_3 - a_2 \\ x^5 - 3 &= 7 - x^5 \\ x &= \sqrt[5]{5} \end{aligned}$$

b)

Ratkaistaan ensin differenssi.

$d = a_2 - a_1 = \sqrt[5]{5}^5 - 3 = 5 - 3 = 2.$

Aritmeettisen jonon seuraava jäsen saadaan lisäämällä differenssi edelliseen jäseneen.

Näin ollen $a_4 = 7 + 2 = 9.$

Vastaus **a)** $x = \sqrt[5]{5}$

b) $a_4 = 9$

8.22

a)

Suoraan verrannollisten suureiden x ja y välillä on voimassa yhtälö $y = kx$, missä k on verrannollisuuskerroin. Koska tässä tilanteessa y suoraan verrannollinen muuttujan x viidenteen potenssiin, riippuvuutta kuvaava yhtälö on $y = kx^5$.

Määritetään tehtävässä annettujen arvojen avulla verrannollisuuskerroin k.

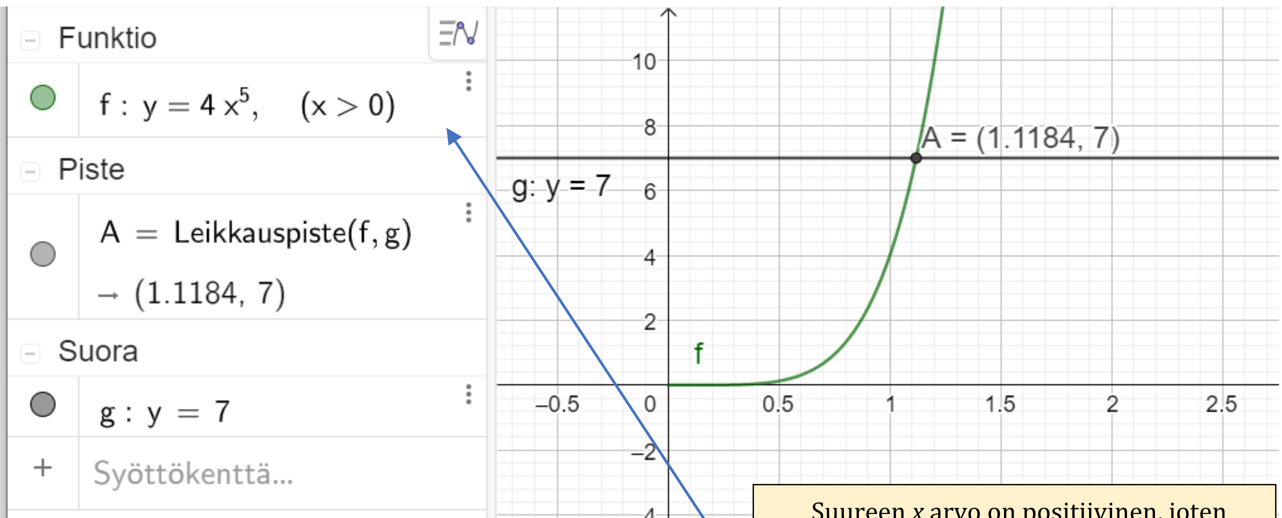
Kun $x = 2$, niin $y = 128$. Muodostetaan yhtälö.

$$
\begin{aligned}
128 &= k \cdot 2^5 \\
k &= 4
\end{aligned}
$$

Riippuvuutta kuvaa siis yhtälö $y = 4x^5$.

b)

Piirretään kuvaaja. Ratkaistaan kysytty arvo suoran $y = 7$ ja käyrän $y = 4x^5$ leikkauspisteen avulla.



Suureen x arvo on positiivinen, joten kuvaajan voi rajata muuttujan positiivisille arvoille esimerkiksi jos-komennolla.

jos$(x > 0, y = 4x^5)$

Kuvaajan perusteella $y = 7$, kun $x \approx 1{,}12$.

c)

Muodostetaan yhtälö, kun $y = 52$, ja ratkaistaan x.

$$
\begin{aligned}
y &= 4x^5 \\
52 &= 4x^5 \\
x &= 1{,}6703\ldots \\
x &\approx 1{,}67
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $y = 4x^5$ **b)** $x \approx 1{,}12$ **c)** $x \approx 1{,}67$

8.23

a)
Suoraan verrannollisten suureiden x ja y välillä on voimassa yhtälö $y = kx$, missä k on verrannollisuuskerroin. Koska tässä tilanteessa y:n neliö on suoraan verrannollinen muuttujan x kuutioon, riippuvuutta kuvaava yhtälö on $y^2 = kx^3$.

Määritetään tehtävässä annettujen arvojen avulla verrannollisuuskerroin k.

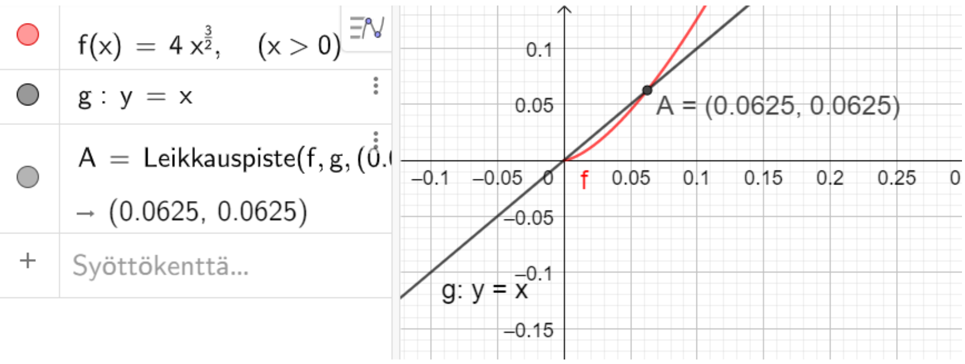
Kun $x = 4$, niin $y = 32$. Muodostetaan yhtälö.

$$32^2 = k \cdot 4^3$$
$$k = 16$$

Riippuvuutta kuvaa siis yhtälö

$$y^2 = 16x^3 \qquad \Big| \sqrt{}$$
$$y = \sqrt{16x^3}$$
$$y = 4\sqrt{x^3}$$
$$y = 4x^{\frac{3}{2}}$$

b)
Piirretään kuvaaja. Ratkaistaan kysytty arvo suoran $y = x$ ja käyrän $f(x) = 4x^{\frac{3}{2}}$ leikkauspisteen avulla.



Kuvaajan perusteella suureet ovat samat, kun $x \approx 0{,}063$.

c)
Merkitään funktion arvoksi 100 ja ratkaistaan yhtälöstä x.

$$y = 4x^{\frac{3}{2}}$$
$$100 = 4x^{\frac{3}{2}}$$
$$x = 8{,}5498 \ldots$$
$$x \approx 8{,}55$$

Vastaus **a)** $y = 4x^{\frac{3}{2}}$ **b)** $x \approx 0{,}063$ **c)** $x \approx 8{,}55$