Binomi 4 – Luku 6 – Tehtävien malliratkaisut

6.1

A

Malli kuvaa pysäköintimaksun suuruutta, joka on $4{,}0x$, kun x pysäköintiaika tunteina. Koska maksu kasvaa aina samassa suhteessa, riippumatta mikä pysäköintiaika on, voidaan tilannetta mallintaa lineaarisella mallilla.

B

Koska kalojen määrä kasvaa joka vuosi, myös kasvanut määrä 4 % on eri suuruinen joka vuosi. Muutoksen suuruus riippuu siis tarkasteluvuodesta, joten tilannetta ei voida mallintaa lineaarisen mallin avulla.

C

Malli kuvaa säästöjen määrää, kun aikaa on kulunut x kuukautta. Säästöjen määrä kasvaa aina 5 € riippumatta kuluneesta ajasta, joten tilannetta voidaan mallintaa lineaarisen mallin avulla.

Tilannetta A ja C voidaan mallintaa lineaarisen mallin avulla.

Vastaus A ja C

6.2

a)

Tankissa olevan polttoaineen määrä riippuu ajatusta matkasta, joten matkan avulla pyritään selittämään polttoaineen määrää. Ajettu matka on siis selittävä tekijä.

b)

Koska polttoaine vähenee 0,06 litraa jokaista ajettua kilometriä kohden, suoran kulmakerroin on $-0{,}06$.

c)

Ajettu matka kilometreinä on selittävä muuttuja, joten merkitään sitä kirjaimella x (km). Polttoaineen määrä tankissa on selitettävä muuttuja, joten merkitään sitä kirjaimella y (l).

Kun matkaa on kulunut 0 km, tankissa on 45 litraa polttoainetta. Tällöin suora kulkee pisteen (0, 45) kautta. Tämä on suoran ja y-akselin leikkauspiste.

Muodostetaan suoran yhtälö.

$y = -0{,}06x + 45$

$y = kx + b$
- $k = -0{,}06$
- $b = 45$

d)

Idan pitää tankata, kun tankki on tyhjä eli $y = 0$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x.

$$\begin{aligned} 0 &= -0{,}06x + 45 \\ 0{,}06x &= 45 \quad \mid :0{,}06 \\ x &= 750 \text{ (km)} \end{aligned}$$

Ida pystyy ajamaan tankkaamatta 750 km.

Vastaus **a)** ajettu matka

b) $k = -0{,}06$

c) $y = -0{,}06x + 45$

d) 750 km

6.3

a)

Valokuvaajan hinta y (€) muodostuu lähtöhinnasta 200 €, johon lisätään 45 € jokaisesta käytetystä tunnista x (h).

Mallintavan suoran kulmakerroin on siis 45 ja y-akselin leikkauspiste (0, 200).

Kokonaiskustannuksia (€) mallintaa suora

$y = 45x + 200.$

$y = kx + b$
- $k = 45$
- $b = 200$

b)

Kokonaiskustannukset ovat 500 €, joten $y = 500$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan kuvauksen kesto x.

$$
\begin{aligned}
500 &= 45x + 200 \\
300 &= 45x \qquad |:45 \\
x &= \frac{300}{45} \\
x &= 6{,}666\ldots \ \text{(h)}
\end{aligned}
$$

Koska valokuvaaja veloittaa tuntipalkkion täydeltä tunnilta, pyöristetään vastaus alaspäin.

Roosa voi palkata valokuvaajan korkeintaan 6 tunniksi.

Vastaus **a)** $y = 45x + 200$(€)

b) 6 tunniksi

6.4

a)

Veden määrä kanisterissa y (l) vähenee 0,08 l jokaista kulunutta tuntia kohden x (h).

Mallintavan suoran kulmakerroin on -0,08. Kun aika ei ole kulunut yhtään, kanisterissa on 10 litraa vettä, joten y-akselin leikkauspiste on (0, 10).

Muodostetaan tilannetta mallintavan suoran yhtälö.

$y = -0{,}08x + 10$

$y = kx + b$
- $k = -0{,}08$
- $b = 10$

b)

Kun aikaa on kulunut 5 tuntia, $x = 5$. Lasketaan kanisterin vesimäärä suoran yhtälön avulla.

$y = -0{,}08 \cdot 5 + 10 = 9{,}6$ (l)

Kanisterissa on 5 tunnin päästä 9,6 litraa vettä.

c)

Kun kanisteri on tyhjä, $y = 0$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan aika x.

$$
\begin{aligned}
0 &= -0{,}08x + 10 \\
0{,}08x &= 10 \qquad | : (0{,}08) \\
x &= \frac{10}{0{,}08} \\
x &= 125 \text{ (h)}
\end{aligned}
$$

Kanisteri on tyhjä 125 tunnin kuluttua

Vastaus **a)** $y = -0{,}08x + 10$ (l)
b) 9,6 l
c) 125 h

6.5

a)

Kalojen päivittäinen myyntimäärä y (€) lisääntyi jokaista päivää x kohden 3,0 kg.

Suoran kulmakerroin on siis 3,0. Kun päiviä ei ole kulunut yhtään, myyntimäärä on 80 kg. Näin ollen suora leikkaa y-akselin pisteessä (0, 80).

Muodostetaan tilannetta mallintavan suoran yhtälö.

$y = 3{,}0x + 80$

$y = kx + b$
- $k = 3{,}0$
- $b = 80$

b)

Selvitään, milloin savukalan päivittäinen myyntimäärä on yli 120 kg.
Muodostetaan epäyhtälö ja ratkaistaan se.

$$120 > 3{,}0x + 80$$
$$3{,}0x < 40 \quad | : 3{,}0$$
$$x < \frac{40}{3{,}0}$$
$$x < 13{,}333\ldots$$

Kun $x = 13$, $y = 3{,}0 \cdot 13 + 80 = 119\text{ (kg)} < 120\text{ (kg)}$.

Kun $x = 14$, $y = 3{,}0 \cdot 14 + 80 = 122\text{ (kg)} > 120\text{ (kg)}$.

Näin ollen savukalaa myydään 14 päivän kuluttua enemmän kuin kauppias pystyy sitä valmistamaan.

Vastaus **a)** $y = 3{,}0x + 80$ (kg)

b) 14 vuorokauden kuluttua

6.6

a)

Määritetään tunnettujen arvojen perusteella mallintavan suoran kahden pisteen koordinaatit.

Kun tilavuus on 0,060 m³, männyn massa on 25 kg. Tästä saadaan piste $(0{,}060;\ 25)$.

Kun tilavuus on 0,50 m³, männyn massa on 168 kg. Tästä saadaan piste $(0{,}50;\ 168)$.

Määritetään pisteiden avulla suoran kulmakerroin.

$$y = \frac{168 - 25}{0{,}50 - 0{,}060} = 325$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Muodostetaan suoran yhtälö kulmakertoimen 325 ja pisteen $(0{,}060;\ 25)$ avulla.

$$y - 25 = 325(x - 0{,}060)$$
$$y = 325x + 5{,}5$$

$y - y_0 = k(x - x_0)$

Ratkaistaan y CAS-laskimella

b)

Kun männyn tilavuus on 1,3 m³, $x = 1{,}3$. Lasketaan tätä vastaava massa y sijoittamalla $x = 1{,}3$ suoran yhtälöön.

$y = 325 \cdot 1{,}3 + 5{,}5 = 428$ (kg)
Männyn massa on 428 kg.

c)

Kun männyn massa on 5,5 kg, $y = 5{,}5$. Sijoitetaan tämä suoran yhtälöön ja ratkaistaan tilavuus y.

$$5{,}5 = 325x + 5{,}5$$
$$x = 0\ (\mathrm{m}^3)$$

Malli antaa 5,5 kg männyn tilavuudeksi 0 m³, joten malli ei päde näin pienillä massan arvoilla.

Vastaus **a)** $y = 325x + 5{,}5$(kg)

b) 428 kg

c) 0 m³, malli ei päde

6.7

a)

Muodostetaan tehtävänannosta saatavista arvoista taulukko.

Vuodesta 2016 kulunut aika (vuotta)	Rantaviivan pituus (km)
0	5700
2030 – 2016 = 14	5280
x	y

Määritetään tunnettujen arvojen perusteella mallintavan suoran kahden pisteen koordinaatit.

Kun aikaa on kulunut 0 vuotta, rantaviivan pituus on 5700 km.
Tästä saadaan suoran piste (0,5700).

Kun aikaa on kulunut 14 vuotta, rantaviivan pituus on 5280 km.
Tästä saadaan suoran piste (14,5280).

Määritetään pisteiden avulla suoran kulmakerroin.

$$y = \frac{5700 - 5280}{0 - 14} = -30$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Muodostetaan suoran yhtälö kulmakertoimen -30 ja y-akselin leikkauspisteen $(0, 5700)$ avulla.

$$y = -30x + 5700$$

$y = kx + b$
- $k = -30$
- $b = 5700$

b)

Rannat ovat kadonneet, kun rantaviivaa on jäljellä 0 km eli $y = 0$.
Sijoitetaan tämä suoran yhtälöön ja ratkaistaan *x*.

$0 = -30x + 5700$
$x = 190$

Rannat ovat kadonneet 190 vuoden kuluttua.

Vastaus **a)** $y = -30x + 5700(\text{km})$

b) 190 vuoden kuluttua

6.8

a)

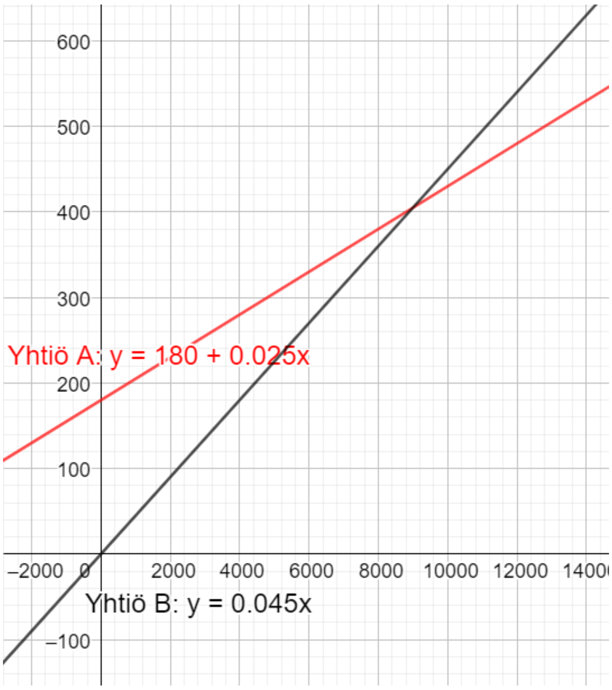
Havainnollistetaan tilannetta piirtämällä sähkösopimuksen vuotuiset kustannukset samaan koordinaatistoon.

Yhtiö A on aluksi kalliimpi, mutta Yhtiö B:n kustannukset kasvavat nopeammin. Vuosikustannukset ovat samat suorien leikkauspisteessä.

Ratkaistaan leikkauspiste yhtälöparin avulla.

$$\begin{cases} y = 180 + 0{,}025x \\ y = 0{,}045x \end{cases}$$

$x = 9000$ (kWh) $y = 405$ (€)



Kulutetun energian tulee olla vuodessa 9000 kWh.

b)

Leikkauspisteen y-koordinaatti kertoo vuotuisten kustannusten suuruuden.

Kustannukset ovat 405 €, kun sähkösopimukset ovat yhtä edulliset.

Vastaus **a)** 9000 kWh **b)** 405 €

6.9

a)

Jokainen osallistumiskerta kasvattaa kustannuksia kulmakertoimen verran,
joten kulmakerroin kuvaa osallistumiskerran hintaa.

Koska liikuntakerhon kustannuksia kuvaavan suoran kulmakerroin 3,5 on pienempi kuin askartelukerhon, liikuntakerhon osallistumiskerran yksikköhinta on halvempi.

b)

Selvitetään, milloin suorat saavat samat arvot. Ratkaistaan yhtälöpari.

$$\begin{cases} y = 3{,}5x + 80 \\ y = 4{,}5x + 60 \end{cases}$$

$x = 20 \quad y = 150$

Aaron ja Iiron tulisi osallistua kerhoon 20 kertaa, jotta kustannukset olisivat samat.

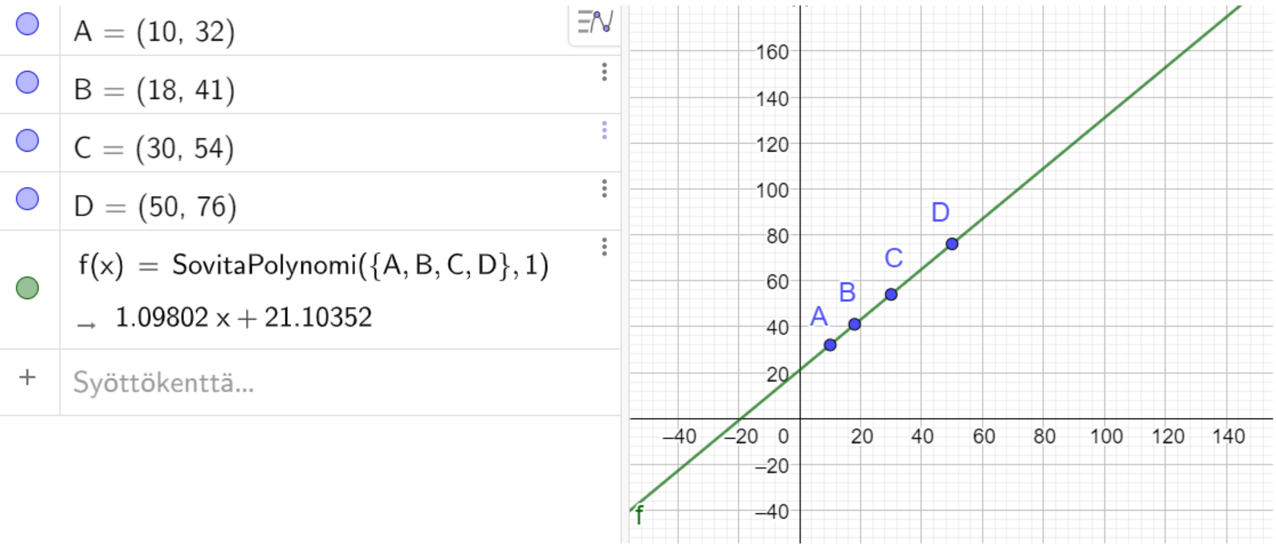
Vastaus **a)** liikuntakerhossa **b)** 20 kertaa

6.10

a) Lämpötila riippuu ajasta, joten aika on selittävä muuttuja *x.*

***x* (min)**	10	18	30	50
***y* (°C)**	32	41	54	76

Merkitään pisteet koordinaatistoon ja määritetään pistejoukkoa kuvaavan suoran yhtälö.



Pistejoukkoa kuvaa suora $y = 1{,}1x + 21{,}1$.

b)

Lämmityksen alkaessa aikaa on kulunut 0 min eli $x = 0$.
Lasketaan lämpötila suoran yhtälön avulla.

$y = 1{,}1 \cdot 0 + 21{,}1 = 21{,}1$ (° C

c)

Kun saunaa on lämmitetty 2 tuntia, $x = 2 \cdot 60 = 120$ (min).
Lasketaan lämpötila suoran yhtälön avulla.

$y = 1{,}1 \cdot 120 + 21{,}1 = 152{,}8$ °C

Koska lämpötila on noin suuri, malli ei päde pitkille lämmitysajoille.

Vastaus **a)** $y = 1{,}1x + 21{,}1$

b) 21,1 °C

c) malli ei päde

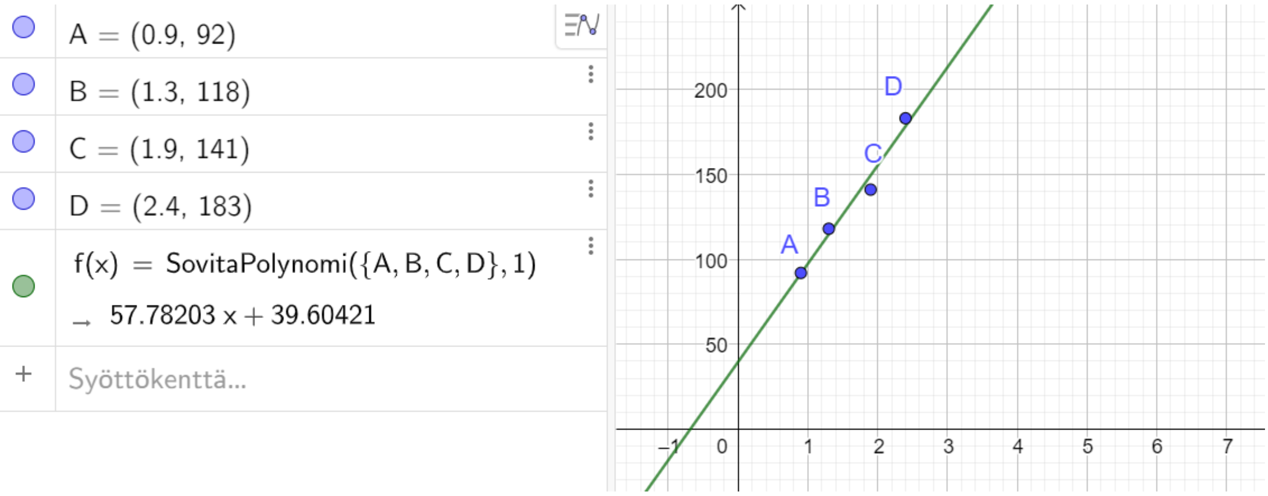
6.11

a)

Mainontaan käytetty rahamäärä x selittää myyntituloja y.

x **(1000 €)**	0,9	1,3	1,9	2,4
y **(1000 €)**	92	118	141	183

Merkitään pisteet koordinaatistoon ja määritetään pistejoukkoa kuvaavan suoran yhtälö.



Pistejoukkoa kuvaa yhtälö $y = 57{,}8x + 39{,}6$.

b)

Kun mainontaan käytetään 6500 €, $x = 6{,}5$.
Lasketaan suoran yhtälön avulla tätä vastaava myyntitulo.

$y = 57{,}8 \cdot 6{,}5 + 39{,}6 = 415{,}3$

Myyntitulot ovat siis $415{,}3 \cdot 1000 = 415300 \approx 415000$ €.

c)

Määritetään mainontaan tarvittava rahamäärä, kun myyntulot ovat 200 000 €.
Sijoitetaan suoran yhtälöön $y = 200$ ja ratkaistaan x.

$$200 = 57{,}8 + 39{,}6$$
$$x = 2{,}775 \ldots$$

Mainontaan on käytettävä $2{,}775 \ldots \cdot 1000$ € ≈ 2800 €.

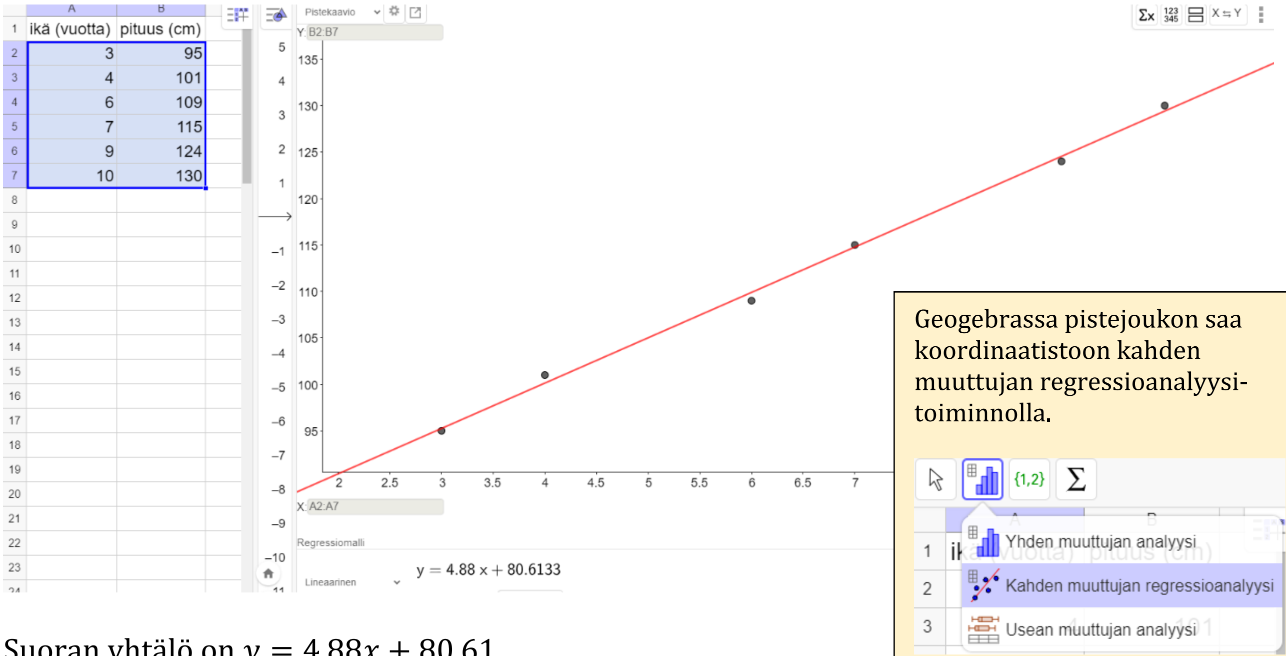
Vastaus **a)** $y = 57{,}8x + 39{,}6$ **b)** 415 000 € **c)** 2 800 €

6.12

a)

Pituuskasvua y (cm) selittää ikä x (vuotta).

Merkitään taulukon arvot pisteinä koordinaatistoon ja sijoitetaan pistejoukkoon ohjelmiston avulla suora.



Geogebrassa pistejoukon saa koordinaatistoon kahden muuttujan regressioanalyysi-toiminnolla.

Suoran yhtälö on $y = 4{,}88x + 80{,}61$.

b)

Kun Miisa on 5-vuotias, $x = 5$. Sijoitetaan arvo suoran yhtälöön ja lasketaan Miisan pituus.

$y = 4{,}88 \cdot 5 + 80{,}61 = 105{,}01 \approx 105$ (cm)

c)

Kun Miisa on 30-vuotias, $x = 30$. Sijoitetaan arvo suoran yhtälöön ja lasketaan Miisan pituus.

$y = 4{,}88 \cdot 30 + 80{,}61 = 227{,}01 \approx 227$ (cm)

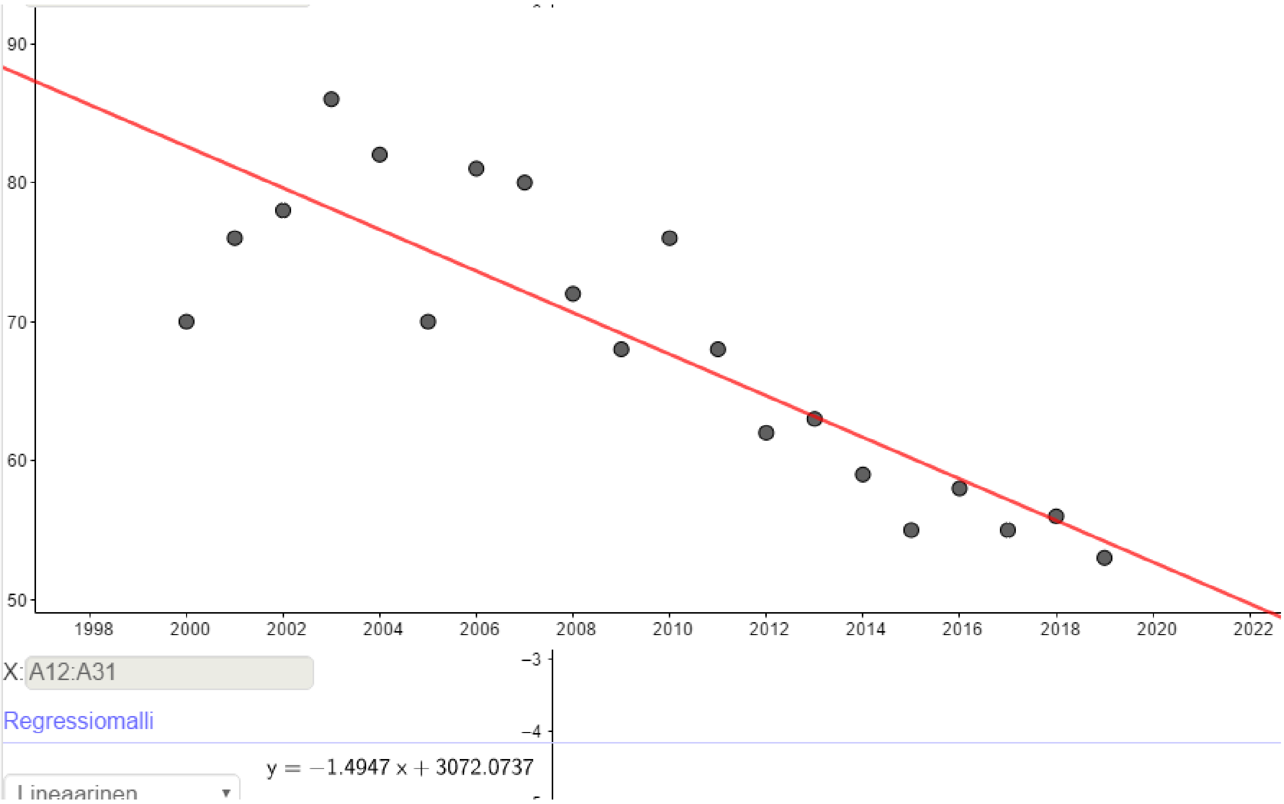
Malli pätee hyvin epätodennäköisesti, sillä on erittäin poikkeuksellista, että ihminen kasvaa niin pitkäksi.

Vastaus **a)** $y = 4{,}88x + 80{,}61$
b) 105 cm
c) malli ei päde

6.13

a)

Piirretään pistejoukko koordinaatistoon ja sovitetaan pistejoukkoon ohjelmiston avulla suora.



Hiilidioksidipäästöjä y (milj. tonnia) selittää vuosiluku x.
Tilannetta voidaan mallintaa lineaarisesti suoralla $y = -1{,}4947x + 3072{,}0737$.

b)

Tilaston mukaan vuonna 2000 oli päästöjä 70 miljoonaa tonnia.
Määrä on puolittunut, kun päästöjen määrä on 35 miljoonaa tonnia.
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan millä muuttujan x arvolla $y = 35$.

$$35 = -1{,}4947x + 3072{,}0737$$
$$x = 2031{,}895\,\ldots$$
$$x \approx 2032$$

Vuoden 2000 määrä puolittuu mallin mukaan vuonna 2032.

Vastaus **a)** $y = -1{,}4947x + 3072{,}0737$

b) vuonna 2032

6.14

a)

Ilman lämpötila y (°C) vähenee 2,5 °C jokaista kulunutta tuntia x kohden.

Mallintavan suoran kulmakerroin on siis $-2{,}5$. Kello 18.00, kun aikaa ei ole kulunut yhtään, lämpötila on 15,5 °C. Suora kulkee siis pisteen (0; 15,5) kautta, joka on y-akselin leikkauspiste.

Muodostetaan tilannetta mallintavan suoran yhtälö.

$y = -2{,}5x + 15{,}5$ °C

$y = kx + b$
- $k = -2{,}5$
- $b = 15{,}5$

b)

Kun kello on 22.00, aikaa on kulunut 4 tuntia eli $x = 4$.
Lasketaan lämpötila suoran yhtälön avulla.

$y = -2{,}5 \cdot 4 + 15{,}5 = 5{,}5$ °C

Kello 22.00 lämpötila on 5,5 °C.

c)

Kun lämpötila on 9,5 °C, $y = 9{,}5$ Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan aika *x.*

$$9{,}5 = -2{,}5x + 15{,}5$$
$$x = 2{,}4 \text{ (h)}$$

Lämpötila on 9,5 °C, kun aikaa on kulunut 2,4 h = 2 h 24 min eli klo 20.24.

Vastaus **a)** $y = -2{,}5x + 15{,}5$ °C

b) 5,5 °C

c) 20.24

6.15

Muodostetaan tehtävänannosta saatavista arvoista taulukko.

Kulunut aika (vuotta)	Verenpaine (mmHg)
0	147
2002 – 1972 = 30	137
x	y

Taulukon arvojen perusteella mallintava suora kulkee pisteiden (0, 147) ja (30, 137) kautta.

Määritetään pisteiden avulla suoran kulmakerroin.

$$y = \frac{147 - 137}{0 - 30} = \frac{10}{-30} = -\frac{1}{3}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Muodostetaan suoran yhtälö kulmakertoimen $-\frac{1}{3}$ ja y-akselin leikkauspisteen $(0, 147)$ avulla.

$$y = -\frac{1}{3}x + 147 \text{ (mmHg)}$$

$y = kx + b$
- $k = -\frac{1}{3}$
- $b = 147$

b)

Kun verenpaine on 140 mmHg, $y = 140$.
Sijoitetaan arvo suoran yhtälöön ja ratkaistaan kulunut aika *x*.

$$140 = -\frac{1}{3}x + 147$$
$$x = 21$$

Verenpaine oli 140 mmHg vuonna 1972 + 21 = 1993.

c)

Lasketaan vuoden 2013 mallin mukainen verenpaine. Tätä vastaa muuttujan *x* arvo 2013 – 1972 = 41. Sijoitetaan arvo suoran yhtälöön ja lasketaan verenpaine.

$$y = -\frac{1}{3} \cdot 41 + 147 = 133{,}33\ldots \text{ (mmHg)}$$

Verrataan laskettua arvoa vuoden 2013 oikeaan arvoon 135 mmHg.

$$\frac{133{,}333\ldots}{135} = 0{,}9876\ldots = 98{,}76\ldots$$

Mallin tulos on siis $100\ \% - 98{,}76\ldots\ \% \approx 1{,}2\ \%$ oikeaa arvoa pienempi.

Vastaus **a)** $y = -\frac{1}{3}x + 147$ (mmHg) **b)** vuonna 1993 **c)** 1,2 % pienempi

6.16

a)

Määritetään pisteiden avulla katua kuvaavan suoran kulmakerroin.

$$y = \frac{75 - 23}{-5 - 34} = -\frac{4}{3}$$

$k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Muodostetaan suoran yhtälö kulmakertoimen $-\frac{4}{3}$ ja pisteen (34, 23) avulla.

$$y - 23 = -\frac{4}{3(x - 34)}$$

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{205}{3}$$

$y - y_0 = k(x - x_0)$

Ratkaistaan y
CAS-laskimella

b)

Jos katu päättyy monumentin ja kirkon pisteiseen, muuttuja x voi saada arvoja vain kyseisten pisteiden x-koordinaattien muodostamalta väliltä. Suoran yhtälö on siis pätevä, kun $-5 < x < 34$.

c)

Tutkitaan, toteuttaako piste (30, 27) katua kuvaavan suoran yhtälön.

$$27 = -\frac{4}{3} \cdot 30 + \frac{205}{3}$$

$$27 = 28{,}333\ldots$$

epätosi

Sisäänkäynti ei siis sijaitse samalla kadulla.

Vastaus **a)** $y = -\frac{4}{3}x + \frac{205}{3}$

b) $-5 < x < 34$

c) ei

6.17

Muodostetaan tehtävänannosta saatavista arvoista taulukko.

Paikkakunta	**Etäisyys Turusta (km)**	**Lämpötila (°C)**
Turku	0	22,3
Helsinki	165	17,1
Salo	55	y

Etäisyys selittää lämpötilaa, joten etäisyys Turusta on muuttuja x (km) ja lämpötila y (°C).

Taulukon arvojen perusteella mallintava suora kulkee pisteiden (0; 22,3) ja (165; 17,1) kautta.

Määritetään pisteiden avulla suoran kulmakerroin.

$$y = \frac{17{,}1 - 22{,}3}{165 - 0} = -\frac{26}{825}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Muodostetaan suoran yhtälö kulmakertoimen $-\frac{26}{825}$ ja y-akselin leikkauspisteen $(0;\ 22{,}3)$ avulla.

$$y = -\frac{26}{825}x + 22{,}3$$

$y = kx + b$
- $k = -\frac{26}{825}$
- $b = 22{,}3$

Salon etäisyys Turusta on 55 km. Lasketaan suoran yhtälön avulla lämpötila y, kun $x = 55$.

$$y = -\frac{26}{825} \cdot 55 + 22{,}3 = 20{,}566\ldots \approx 20{,}6\ °\mathrm{C}$$

Lämpötila Salossa oli 20,6 °C.

Vastaus 20,6 °C

6.18

a)

Elinajanodotteet ovat samat mallintavien suorien leikkauspisteessä.

Leikkauspiste saadaan ratkaisemalla yhtälöpari.

$$\begin{cases} y = 0{,}20x - 316 \\ y = 0{,}27x - 463 \end{cases}$$

$x = 2100, \quad y = 104$

Elinajanodotteet ovat samat vuonna 2100 syntyneillä.

b)

Elinajanodote saadaan leikkauspisteen y-koordinaatista.

Vuonna 2100 syntyneillä elinajanodote on 104 vuotta.

Vastaus **a)** vuonna 2100 **b)** 104 vuotta

6.19

a)

Muodostetaan autokoulujen hintoja kuvaavien suorien yhtälöt, joissa y on kokonaishinta euroina ja x ajotuntien määrä.

Autokoulu A:n perusmaksu on 1150 €, johon lisätään jokaisesta ajotunnista 60 €.
Neljä ajotuntia kuuluu perusmaksuun, joten hintaa kuvaa suora

$y = 1150 + (x - 4) \cdot 60$
$y = 60x + 910$

Autokoulu B:n perusmaksu on 620 €, johon lisätään jokaista ajotuntia kohden 85 €.
Hintaa kuvaa suoran yhtälö $y = 85x + 620$.

b)

Kun ajotunteja on 10 kappaletta, $x = 10$. Lasketaan suorien yhtälöiden avulla kokonaishinnat.

A: $y = 60 \cdot 10 + 910 = 1510$ (€)

B: $y = 85 \cdot 10 + 620 = 1470$ (€)

Autokoulun B tarjoama paketti on edullisempi,

c)

Muodostetaan epäyhtälö ja ratkaistaan, millä ajotuntimäärällä x autokoulu A:n paketti on edullisempi.

$60x + 910 < 85x + 620$
$x > 11{,}6$

Ajotunteja tulee olla vähintään 12 kappaletta, jotta autokoulun A paketti on edullisempi.

Vastaus **a)** A: $y = 60x + 910$, B: $y = 85x + 620$

b) autokoulun B

c) 12 ajotuntia

6.20

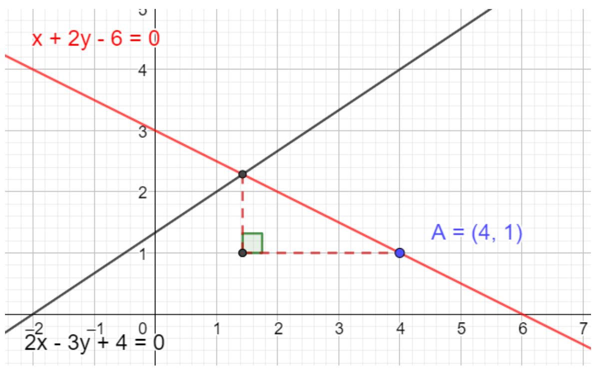
Suorat leikkaavat erkanemispisteessä, joten eroamispiste on samalla suorien leikkauspiste. Ratkaistaan leikkauspisteen koordinaatit yhtälöparista.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4 = 0 \\ x + 2y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{10}{7},\ \ y = \frac{16}{7}$$

Tiet eroavat pisteessä $\left(\frac{10}{7}, \frac{16}{7}\right)$.

Piste (4, 1) sijaitsee erkanevalla tiellä, sillä se toteuttaa suoran yhtälön.



Määritetään pisteen etäisyys suorakulmaisen kolmion avulla, jonka kateetit ovat x- ja y-akselien suuntaiset.

Kateettien pituudet saadaan eroamispisteen ja kysytyn pisteen koordinaattien avulla.
Kateettien pituudet ovat

$$a_y = \frac{16}{7} - 1 = \frac{9}{7} \qquad a_x = 4 - \frac{10}{7} = \frac{18}{7}$$

Pisteen etäisyys d tienhaarasta saadaan Pythagoraan lauseen avulla.

$$\left(\frac{9}{7}\right)^2 + \left(\frac{12}{7}\right)^2 = d^2$$

$$d = \sqrt{\left(\frac{9}{7}\right)^2 + \left(\frac{18}{7}\right)^2}$$

$$d = 2{,}874\ldots$$

$$d \approx 2{,}9\ (\text{km})$$

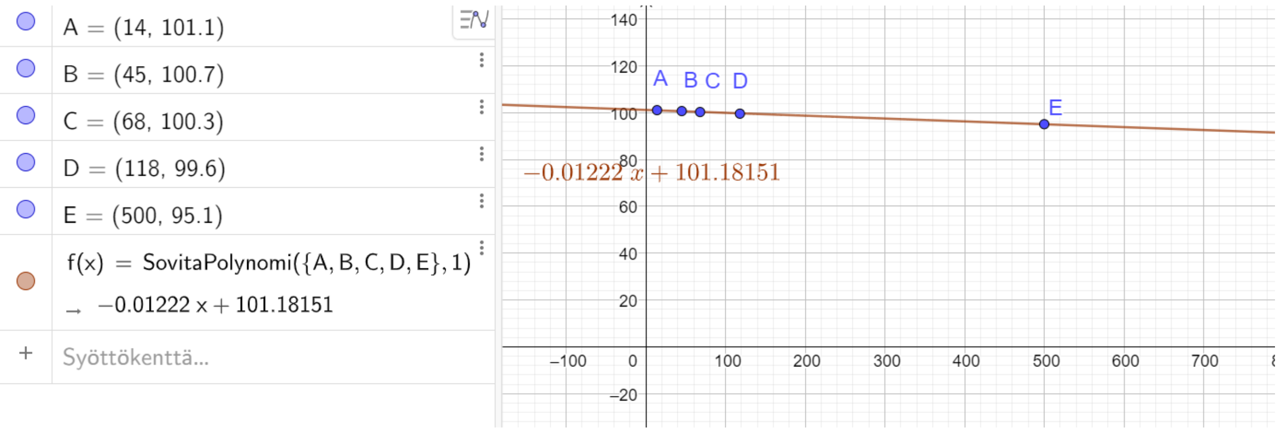
Vastaus $\left(\frac{10}{7}, \frac{16}{7}\right)$, 2,9 km

6.21

a) Ilmanpaine riippuu korkeudesta, joten korkeus on selittävä muuttuja *x.*

Korkeus *x* (m)	14	45	68	118	500
Ilmanpaine *y* (kPa)	101,1	100,7	100,3	99,6	95,1

Merkitään pisteet koordinaatistoon ja määritetään pistejoukkoa kuvaavan suoran yhtälö.



Pistejoukkoa kuvaa suora $y = -0{,}0122x + 101$

b)

Maan pinnalla korkeus on 0 m eli $x = 0$. Lasketaan suoran yhtälön avulla ilmanpaine.

$y = -0{,}0122 \cdot 0 + 101 = 101$ kPa

c)

Mount Everst on 8848 metrin korkeudella eli $x = 8848$.Lasketaan mallin mukainen ilmanpaine sijoittamalla tämä arvo suoran yhtälöön.

$y = -0{,}0122 \cdot 8848 + 101 = -6{,}9456$ kPa

Koska malli antaa ilmanpaineelle negatiivisen arvon, ei malli päde Mount Everestin korkeudella.

Vastaus **a)** $y = -0{,}0122x + 101$
b) 101 kPa
c) ei voida

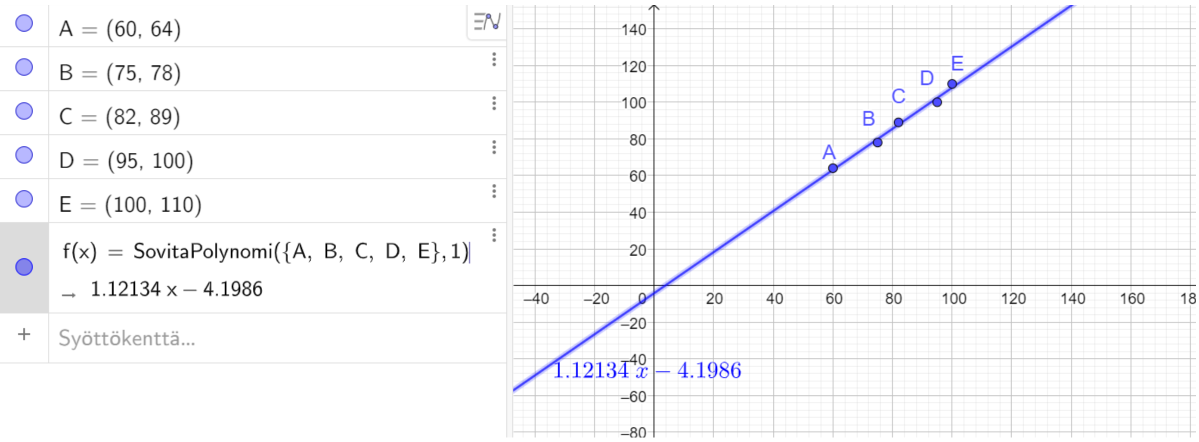
6.22

a)

Auton mittarilukema riippuu oikeasta nopeudesta, joten oikea nopeus on selittävä muuttuja *x.*

Nopeus *x* (km/h)	60	75	82	95	100
Mittarilukema *y* (km/h)	64	78	89	100	110

Merkitään pisteet koordinaatistoon ja määritetään pistejoukkoa kuvaavan suoran yhtälö.



Pistejoukkoa kuvaa suora $y = 1{,}12x - 4{,}20$.

b)

Kun mittarilukema on 160 km/h, $y = 160$. Sijoitetaan tämä arvo suoran yhtälöön
ja ratkaistaan oikea nopeus *x.*

$$160 = 1{,}12x - 4.20$$
$$x = 146{,}607\ldots$$
$$x \approx 147\ \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$$

c)

Mittari näyttää oikein, kun muuttuja *y* saa saman arvon kuin *x.*
Sijoitetaan suoran yhtälöön $y = x$ ja ratkaistaan yhtälöstä *x.*

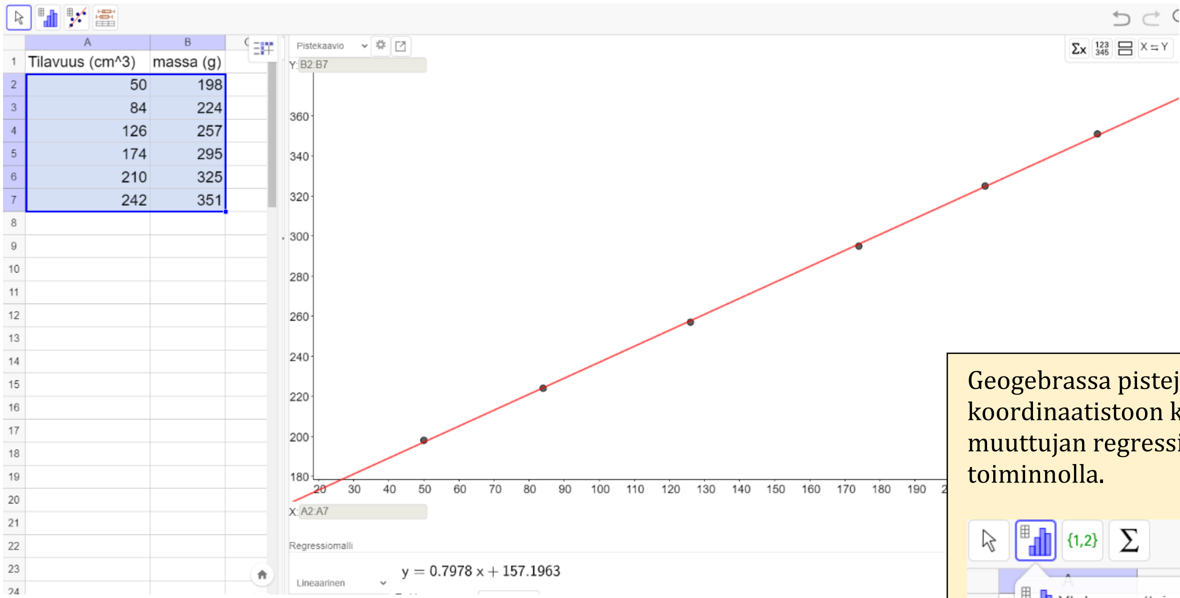
$$x = 1{,}12x - 4{,}20$$
$$x = 35\ \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$$

Vastaus **a)** $y = 1{,}12x - 4{,}20$ **b)** 147 km/h **c)** 35 km/h

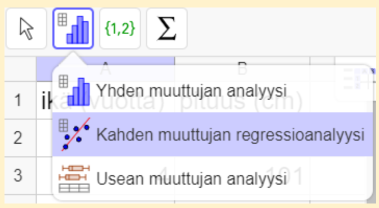
6.23

a) Massaa y (g) selittää tilavuus x (cm^3).

Merkitään taulukon arvot pisteinä koordinaatistoon ja sijoitetaan pistejoukkoon ohjelmiston avulla suora.



Geogebrassa pistejoukon saa koordinaatistoon kahden muuttujan regressioanalyysi-toiminnolla.



Suoran yhtälö on $y = 0{,}8x + 157{,}2$.

b)

Kun nestettä on 1 litra, tilavuus on $1\ dm^3 = 1000\ cm^3$. Tällöin $y = 1000$.

$y = 0{,}8 \cdot 1000 + 157{,}2 = 957{,}2 \approx 957$ (g)

c)

Kulmakerroin on 0,8, joten nesteen tiheys on $0{,}8\,\frac{g}{cm^3}$

d)

Kyllä, sillä nesteen tiheys on vakio, joten nesteen massa kasvaa aina samassa suhteessa, kun nestettä lisätään eli tilavuus kasvaa.

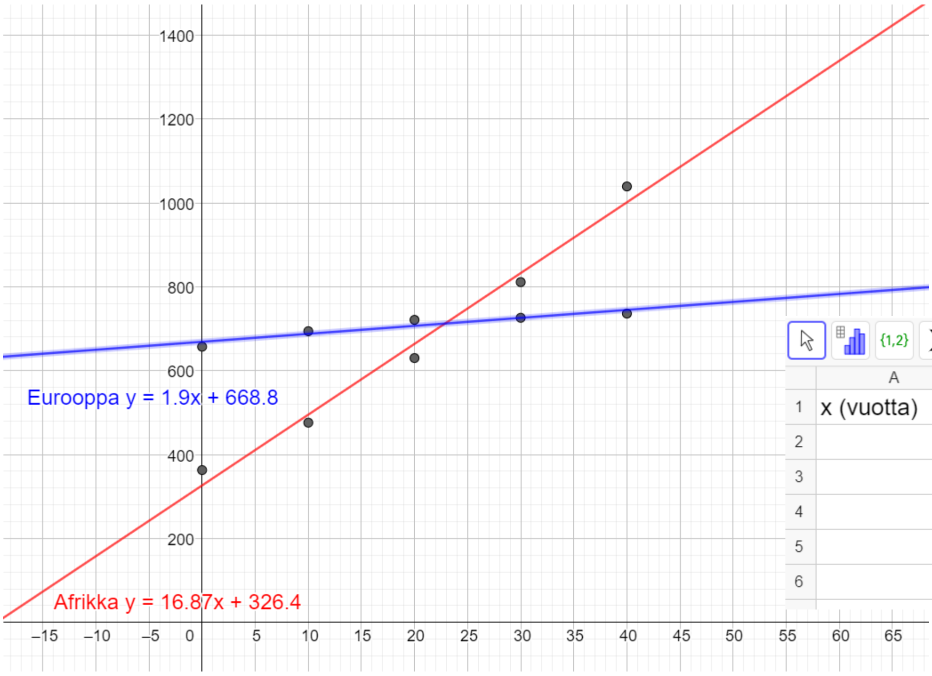
Vastaus **a)** $y = 0{,}8x + 157{,}2$
b) 957 g
c) $0{,}8\ cm^3$
d) voi

6.24

a)

Kulunut aika x (vuotta) selittää väkilukua y (milj. asukasta).

Merkitään taulukon arvot pisteinä koordinaatistoon ja sijoitetaan pistejoukkoihin ohjelmiston avulla suorat.



	A	B	C
1	x (vuotta)	A (milj. asuk.)	E (milj. asuk.)
2	0	363	657
3	10	476	694
4	20	630	721
5	30	811	726
6	40	1039	736

Afrikan väkiluvun kehitystä kuvaa suora $y = 16{,}9x + 326$.

Euroopan väkiluvun kehitystä kuvaa suora $y = 1{,}90x + 669$.

b)

Merkitään Euroopan väkilukua kirjaimella y_E. Kun Afrikan väkiluku on kaksinkertainen Euroopan väkilukuun verrattuna, $y_A = 2y_E$. Muodostetaan väkilukua mallintavien suorien avulla yhtälö ja ratkaistaan kulunut aika x.

$$\begin{aligned} y_A &= 2y_E \\ 16{,}9x + 326 &= 2(1{,}90x + 669) \\ x &= 77{,}251\ldots \\ x &\approx 77 \end{aligned}$$

Afrikan väkiluku olisi kaksinkertainen Euroopan väkilukuun verrattuna vuonna

$1970 + 77 = 2047$.

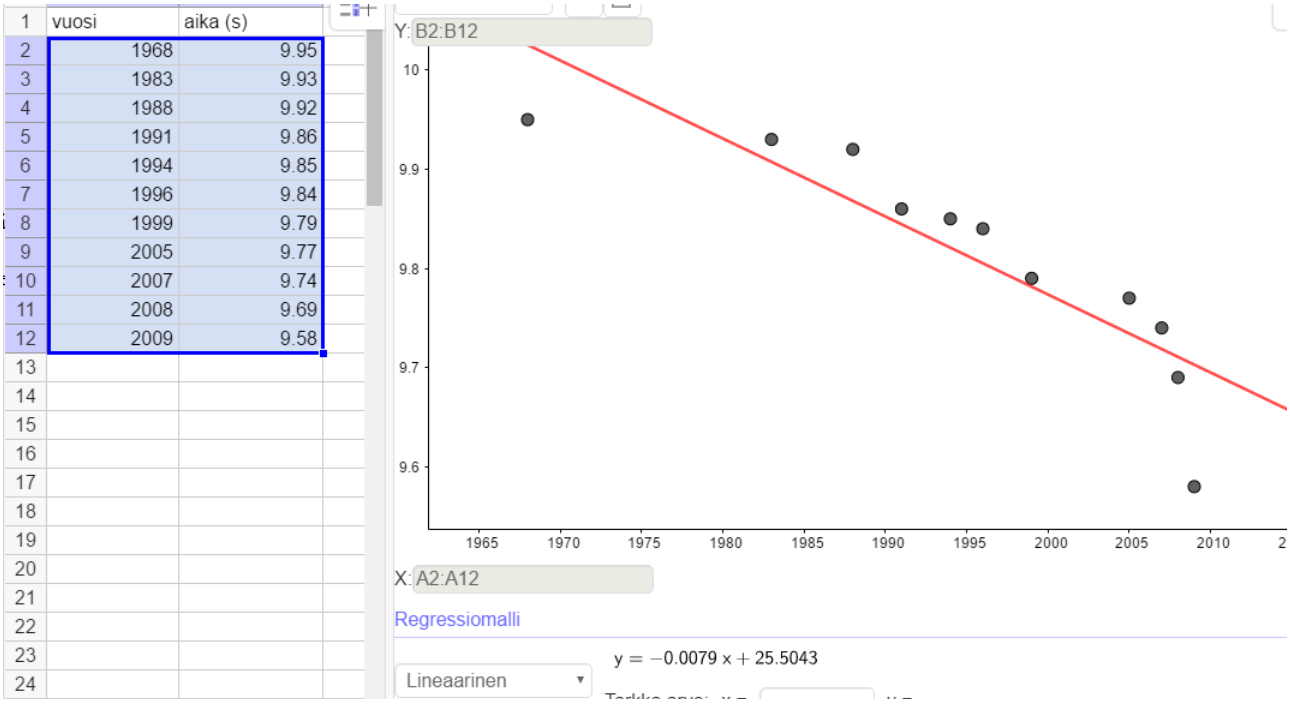
Vastaus **a)** Afrikka: $y = 16{,}9x + 326$, Eurooppa: $y = 1{,}90x + 669$
b) vuonna 2047

6.25

a)

Vuosiluku x selittää maailmanennätystä y (s).

Sijoitetaan pistejoukkoon ohjelmiston avulla suora.



Riippuvuutta kuvaavan suoran yhtälö on $y = -0{,}008x + 25{,}504$.

b)

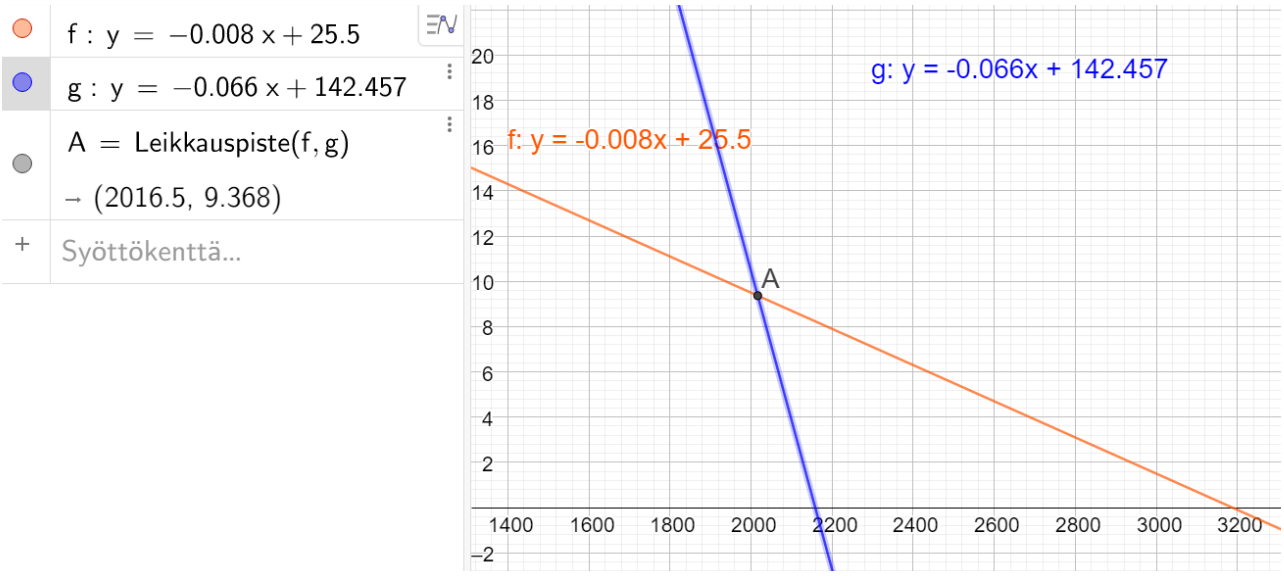
Muodostetaan mallin avulla yhtälö ja ratkaistaan, millä muuttujan x arvolla $y = 9{,}00$.

$$9{,}00 = -0{,}008x + 25{,}5$$
$$x = 2062{,}5$$
$$x \approx 2063$$

Raja alitettaisiin vuonna 2063.

c)

Piirretään suorat samaan koordinaatistoon ja selvitetään niiden leikkauspiste.



Suorat leikkaavat pisteessä (2016,5; 9,368)

Mallin mukaan naisten ennätyksen malli antaa pienemmän arvon kuin miesten malli, kun $x > 2016{,}5$. Näin ollen mallin mukaan naiset juoksisivat kovemmin vuoden 2017 jälkeen.

d)

Lineaarisen mallin mukaan ennätys paranisi joka vuosi yhtä monta sekuntia. Tämä ei käytännössä ole mahdollista ja johtaisi lopulta siihen, että ennätys olisi negatiivinen luku.

Vastaus **a)** $y = -0{,}008x + 25{,}504$

b) vuonna 2063

c) vuodesta 2017 alkaen

d) Ennätys ei voi parantua joka vuosi yhtä monta sekuntia, kuten lineaarisessa mallissa tapahtuu.

6.26

Kuvaan on piirretty lineaariset mallit hiilidioksidin maksimi- ja minimimäärälle.

Tulkitaan kuvasta pisteparit, joiden läpi mallisuorat kulkevat ja muodostetaan suorien yhtälöt. Suorissa x on vuosi ja y hiilidioksidin määrä (ppm).

Minimimäärän malli:

Suora näyttää kulkevan pisteiden (2008, 370) ja (2018, 390).

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{390 - 370}{2018 - 2008} = \frac{20}{10} = 2$$

Muodostetaan suoran yhtälö kulmakertoimen ja pisteen (2008, 370) avulla.

$$y - 370 = 2(x - 2008)$$
$$y = 2x - 3646 \text{ (ppm)}$$

Maksimimäärän malli:

Suora näyttää kulkevan pisteiden (2002, 390) ja (2012, 410).

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{410 - 390}{2012 - 2002} = \frac{20}{10} = 2$$

Muodostetaan suoran yhtälö kulmakertoimen ja pisteen (2002, 390) avulla.

$$y - 390 = 2(x - 2002)$$
$$y = 2x - 3614 \text{ (ppm)}$$

Lasketaan suorien yhtälöiden avulla hiilidioksipitoisuuden maksimi- ja minimiarvo, kun $x = 2050$.

Minimi: $y = 2 \cdot 2050 - 3646 = 454\text{(ppm)}$

Maksimi: $y = 2 \cdot 2050 - 3614 = 486\text{(ppm)}$

Hiilidioksidipitoisuus vuonna 2050 vaihtelee välillä 454 ppm – 486 ppm.

Vastaus 454 ppm – 486 ppm