Binomi 4 – Luku 4 – Tehtävien malliratkaisut

4.1

a)

Sijoitetaan suoran yhtälöön ensin kulmakerroin $k = 3$.

$y = 3x + b$

Ratkaistaan tämän jälkeen vakiotermi b sijoittamalla pisteen $(-4, 1)$ koordinaatit
$x = -4$ ja $y = 1$ suoran yhtälöön.

$$
\begin{aligned}
1 &= 3 \cdot (-4) + b \\
1 &= -12 + b \\
b &= 13
\end{aligned}
$$

Suoran yhtälö on siis $y = 3x + 13$

b)

Sijoitetaan suoran yhtälön kaavaan kulmakerroin $k = 3$ ja pisteen $(-4, 1)$ koordinaatit
$x_0 = -4$ ja $y_0 = 1$.

$$
\begin{aligned}
y - y_0 &= k(x - x_0) \\
y - 1 &= 3\big(x - (-4)\big) \\
y - 1 &= 3(x + 4) \\
y - 1 &= 3x + 12 \\
y &= 3x + 13
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $y = 3x + 13$ **b)** $y = 3x + 13$

4.2

a)

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (3, 4)$ ja $(x_2, y_2) = (-1, 12)$.

$$k = \frac{12-4}{-1-3} = \frac{8}{-4} = -2$$

$k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (3,4)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$y - 4 = -2(x - 3)$$
$$y - 4 = -2x + 6$$
$$y = -2x + 10$$

$y - y_0 = k(x - x_0)$

b)

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (2, -5)$ ja $(x_2, y_2) = (7, -5)$.

$$k = \frac{-5-(-5)}{7-2} = \frac{0}{5} = 0$$

$k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (2, -5)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$y - (-5) = 0(x - 2)$$
$$y + 5 = 0$$
$$y = -5$$

$y - y_0 = k(x - x_0)$

Suoran yhtälön $y = -5$ olisi voinut myös päätellä, sillä suoran molemmissa tunnetuissa pisteissä y-koordinaatti on -5. Riippumatta muuttujan x-arvosta $y = -5$.

c)

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (6, 1)$ ja $(x_2, y_2) = (6, 5)$.

$$k = \frac{5-1}{6-6} = \frac{4}{0}$$

$k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Nollalla ei voi jakaa, joten suoran kulmakerrointa ei ole määritelty.
Tällöin suora on y-akselin suuntainen ja sen yhtälö on $x = 6$.

Vastaus **a)** $y = -2x + 10$
b) $y = -5$
c) $x = 6$

4.3

a)

Sijoitetaan suoran yhtälöön ensin kulmakerroin $k = -5$.

$y = -5x + b$

Ratkaistaan tämän jälkeen vakiotermi b sijoittamalla pisteen $(2, -5)$ koordinaatit $x = 2$ ja $y = -5$ suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y &= -5x + b \\ -5 &= -5 \cdot 2 + b \\ -5 &= -10 + b \\ b &= 5 \end{aligned}$$

Suoran yhtälö on siis $y = -5x + 5$.

b)

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (3, -1)$ ja $(x_2, y_2) = (-1, 7)$.

$$k = \frac{7 - (-1)}{-1 - 3} = \frac{8}{-4} = -2$$

$$\boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (3, -1)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - (-1) &= -2(x - 3) \\ y + 1 &= -2x + 6 \\ y &= -2x + 5 \end{aligned}$$

$$\boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$$

Vastaus **a)** $y = -5x + 5$

b) $y = -2x + 5$

4.4

a)

Sijoitetaan suoran yhtälöön ensin kulmakerroin $k = -9$.

$y = -9x + b$

Ratkaistaan tämän jälkeen vakiotermi b sijoittamalla pisteen $(-3, 7)$ koordinaatit $x = -3$ ja $y = 7$ suoran yhtälöön.

$$
\begin{aligned}
y &= -9x + b \\
7 &= -9 \cdot (-3) + b \\
7 &= 27 + b \\
b &= -20
\end{aligned}
$$

Suoran yhtälö on siis $y = -9x - 20$.

b)

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (-3, 7)$ ja $(x_2, y_2) = (3, -11)$.

$$k = \frac{-11 - 7}{3 - (-3)} = \frac{-18}{6} = -3$$

$$\boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (-3, 7)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$
\begin{aligned}
y - 7 &= -3\big(x - (-3)\big) \\
y - 7 &= -3x - 9 \\
y &= -3x - 2
\end{aligned}
$$

$$\boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$$

Vastaus **a)** $y = -9x - 20$

b) $y = -3x - 2$

4.5

a)

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (5, 2)$ ja $(x_2, y_2) = (2, -4)$.

$$k = \frac{-4-2}{2-5} = \frac{-6}{-3} = 2 \qquad \longleftarrow \boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (5, 2)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - 2 &= 2(x-5) \qquad \longleftarrow \boxed{y - y_0 = k(x - x_0)} \\ y - 2 &= 2x - 10 \\ y &= 2x - 8 \end{aligned}$$

b)

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (-7, -3)$ ja $(x_2, y_2) = (-2, 12)$.

$$k = \frac{12-(-3)}{-2-(-7)} = \frac{15}{5} = 3 \qquad \longleftarrow \boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (-7, -3)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - (-3) &= 3\big(x - (-7)\big) \qquad \longleftarrow \boxed{y - y_0 = k(x - x_0)} \\ y + 3 &= 3x + 21 \\ y &= 3x + 18 \end{aligned}$$

Vastaus **a)** $y = 2x - 8$

b) $y = 3x + 18$

4.6

Suora näyttää kulkevan pisteiden $(-1, 3)$ ja $(2, 1)$ kautta.

Lasketaan ensin suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{1-3}{2-(-1)} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3} \longleftarrow \boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (2, 1)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$y - 1 = -\frac{2}{3}(x-2) \longleftarrow \boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$$

$$y - 1 = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$

Suora leikkaa y- akselin, kun $x = 0$. Leikkauspisteen y-koordinaatti on suoran yhtälön vakiotermi $\frac{7}{3}$. Leikkauspiste on siis $\left(0, \frac{7}{3}\right)$.

Vastaus $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$, $\left(0, \frac{7}{3}\right)$

4.7

a)

Piste $(-7, 9)$ on suoralla, jos sen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön.

$$\begin{aligned} 3 \cdot (-7) + 4 \cdot 9 - 15 &= 0 \\ -21 + 36 - 15 &= 0 \\ 0 &= 0 \\ &\text{tosi} \end{aligned}$$

Pisteen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön, joten piste on suoralla.

b)

Piste $(a, -3)$ on suoralla, joten sen tulee toteuttaa suoran yhtälö.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit suoran yhtälöön ja ratkaistaan *a.*

$$\begin{aligned} 3 \cdot a + 4 \cdot (-3) - 15 &= 0 \\ 3a - 12 - 15 &= 0 \\ 3a &= 27 \\ a &= 9 \end{aligned}$$

c)

Suora on nyt normaalimuodossa. Muutetaan suoran yhtälön ratkaistuun muotoon, josta voidaan lukea kulmakerroin ja y-akselin leikkauspiste.

$$\begin{aligned} 3x + 4y - 15 &= 0 \\ 4y &= -3x + 15 \quad | : 4 \\ y &= -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4} \end{aligned}$$

Ratkaistu muoto:
$y = kx + b$

Suoran kulmakerroin on siis $-\frac{3}{4}$ ja y-akselin leikkauspiste $\left(0, \frac{15}{4}\right)$.

Vastaus **a)** on

b) $a = 9$

c) $k = -\frac{3}{4}$, $\left(0, \frac{15}{4}\right)$

4.8

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (5, -6)$ ja $(x_2, y_2) = (4, -3)$.

$$k = \frac{-3-(-6)}{4-5} = \frac{3}{-1} = -3$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (5, -6)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y-(-6) &= -3(x-5) \\ y+6 &= -3x+15 \\ y &= -3x+9 \end{aligned}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Piste $(16, -37)$on suoralla, jos sen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön.

$$\begin{aligned} y &= -3x+9 \\ -37 &= -3 \cdot 16 + 9 \\ -37 &= -39 \end{aligned}$$

epätosi

Piste $(16, -37)$ ei ole suoralla.

Vastaus $y = -3x + 9$, piste ei ole suoralla

4.9

Muutetaan suoran yhtälöt ratkaistuun muotoon.

a)

$$\begin{aligned} x + y - 3 &= 0 \\ y &= -x + 3 \end{aligned}$$

Suoran kulmakerroin on siis -1. Koska kulmakerroin on negatiivinen, suora on laskeva.

b)

$$\begin{aligned} 6x - 2y &= 0 \\ -2y &= -6x \quad | : (-2) \\ y &= 3x \end{aligned}$$

Suoran kulmakerroin on siis 3. Koska kulmakerroin on positiivinen, suora on nouseva.

c)

$$\begin{aligned} 3x - 5y + 10 &= 0 \\ -5y &= -3x - 10 \quad | : (-5) \\ y &= \frac{3}{5} + 2 \end{aligned}$$

Suoran kulmakerroin on siis $\frac{3}{5}$, joten suora on nouseva.

Vastaus **a)** $k = -1$, laskeva

b) $k = 3$, nouseva

c) $k = \frac{3}{5}$, nouseva

4.10

Väite 1 – C. Suora on x-akselin suuntainen, kun kulmakerroin on nolla.

Väite 2 – D. Suoran kulmakerroin nähdään ratkaistusta muodosta $y = -3x$.

Väite 3 – A. Piste $(-3, 2)$ toteuttaa suoran yhtälön $y = x + 5$.

Väite 4 – B. Suora on muotoa $x = 3$ eli sillä ei ole kulmakerrointa.

Vastaus 1 – C, 2 – D, 3 – A, 4 – B

4.11

Lasketaan suorien kulmakertoimet.

Suora *s* näyttää kulkevan pisteiden $(1, 2)$ ja $(8, 5)$ kautta. Sen kulmakerroin on

$$k_s = \frac{5-2}{8-1} = \frac{3}{7}.$$

Suora *l* näyttää kulkevan pisteiden $(3, -1)$ ja $(8, 1)$ kautta. Sen kulmakerroin on

$$k_l = \frac{1-(-1)}{8-3} = \frac{2}{5}.$$

Koska suorilla ei ole sama kulmakerroin, suorat eivät ole yhdensuuntaiset.

Vastaus eivät

4.12

a)

Esitetään suorat ratkaistussa muodossa ja selvitetään niiden kulmakertoimet.

Suora *r*:

$$
\begin{aligned}
4x - 2y + 1 &= 0 \\
-2y &= -4x - 1 \quad | : (-2) \\
y &= 2x + \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

Suoran kulmakerroin on $k_r = 2$.

Suora *s*:

$$
\begin{aligned}
-2x + y - 3 &= 0 \\
y &= 2x + 3
\end{aligned}
$$

Suoran kulmakerroin on $k_s = 2$.

Koska suorien kulmakertoimet ovat samat, suorat ovat yhdensuuntaiset.

b)

Koska suorat *t* ja *s* ovat yhdensuuntaiset, niiden kulmakertoimet ovat samat. Näin ollen

$k_t = k_s = 2$.

Sijoitetaan kulmakerroin ja pisteen (12, 10) koordinaatit suoran yhtälöön ja esitetään se normaalimuodossa.

$$
\begin{aligned}
y - 10 &= 2(x - 12) \\
y - 10 &= 2x - 24 \\
-2x + y + 14 &= 0
\end{aligned}
$$

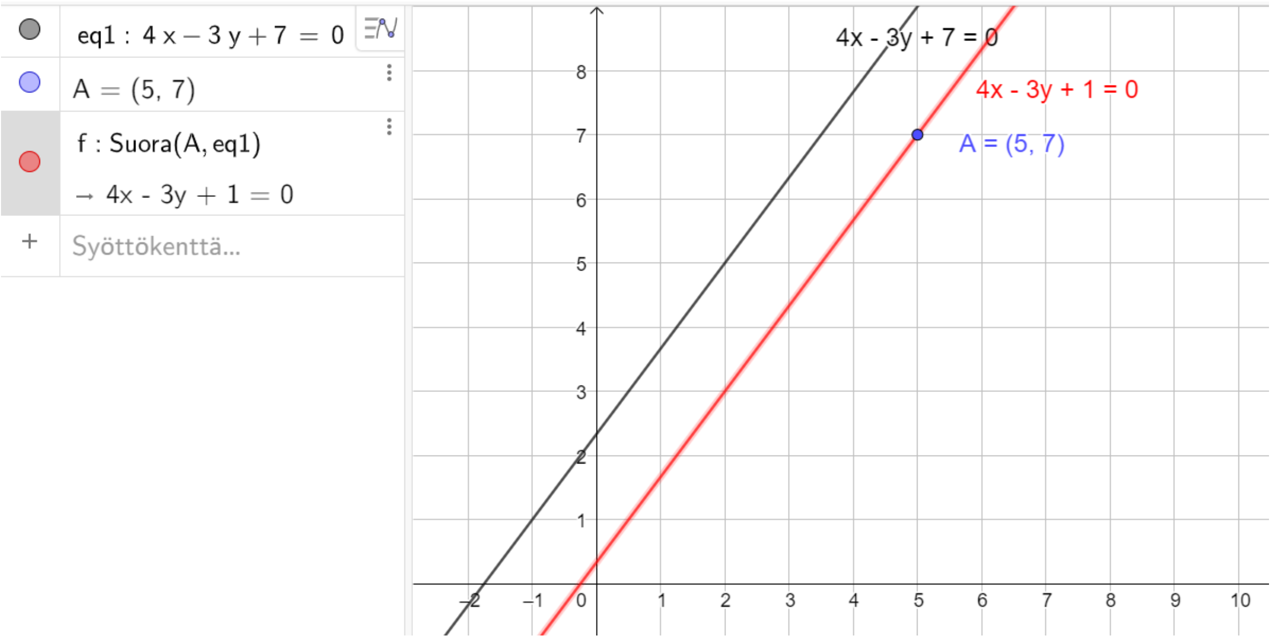
$\boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$

Vastaus **a)** ovat

b) $-2x + y + 14 = 0$

4.13

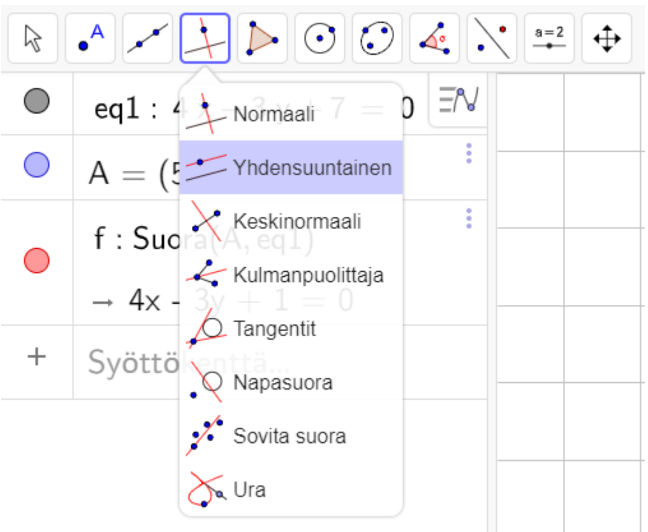
Piirretään geometriaohjelmalla suora t ja piste $(5, 7)$. Piirretään tämän jälkeen suoran t kanssa yhdensuuntainen suora, joka kulkee pisteen $(5, 7)$ kautta.



Suoran s yhtälö normaalimuodossa on $4x - 3y + 1 = 0$.

Vastaus $4x - 3y + 1 = 0$

Yhdensuuntainen suora -työkalu Geogebrassa:



4.14

a)

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (-9, -1)$ ja $(x_2, y_2) = (6, 9)$.

$$k = \frac{9-(-1)}{6-(-9)} = \frac{10^{(5}}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (6, 9)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - 9 &= \frac{2}{3}(x-6) \\ y - 9 &= \frac{2}{3}x - 4 \\ y &= \frac{2}{3}x + 5 \end{aligned}$$

$$\boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$$

b)

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (4, -2)$ ja $(x_2, y_2) = (-2, -1)$.

$$k = \frac{-1-(-2)}{-2-4} = \frac{1}{-6} = -\frac{1}{6}$$

$$\boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (4, -2)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - (-2) &= -\frac{1}{6}(x-4) \\ y + 2 &= -\frac{1}{6}x + \frac{4}{6} \\ y &= -\frac{1}{6}x - \frac{8}{6} \\ y &= -\frac{1}{6}x - \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$$

Vastaus **a)** $y = \frac{2}{3}x + 5$ **b)** $y = -\frac{1}{6}x - \frac{4}{3}$

4.15

Suora *a* näyttää kulkevan pisteiden $(-1,-1)$ ja $(3, 0)$ kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k_a = \frac{0-(-1)}{3-(-1)} = \frac{1}{4}$$

Sijoitetaan kulmakerroin ja suoran pisteen $(3, 0)$ koordinaatit suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - 0 &= \frac{1}{4}(x-3) \\ y &= \frac{1}{4}x - \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Suora *b* näyttää kulkevan pisteiden $(-1, 3)$ ja $(2,-1)$ kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k_b = \frac{-1-3}{2-(-1)} = \frac{-4}{3} = -\frac{4}{3}$$

Sijoitetaan kulmakerroin ja suoran pisteen $(2,-1)$ koordinaatit suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y-(-1) &= -\frac{4}{3}(x-2) \\ y+1 &= -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3} \\ y &= -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Suora *c* on pystysuora suora, jonka kaikissa pisteissä $x = 5$. Suoran yhtälö on siis $x = 5$.

Suora *d* on vaakasuora suora, jonka kaikissa pisteissä $y = 4$. Suoran yhtälö on siis $y = 4$.

Vastaus a: $y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$ c: $x = 5$
b: $y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$ d: $y = 4$

4.16

a) Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{5}\right)$ ja $(x_2, y_2) = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$.

$$k = \frac{\frac{2}{5} - \frac{4}{5}}{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}} = \frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{1}\right) = \frac{6}{5} \qquad \leftarrow \boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{5}\right)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$y - \frac{4}{5} = \frac{6}{5}\left(x - \frac{2}{3}\right) \qquad \leftarrow \boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$$

$$y - {}^{3)}\frac{4}{5} = {}^{3)}\frac{6}{5}x - \frac{12}{15}$$

$$y - \frac{12}{15} = \frac{18}{15}x - \frac{12}{15} \qquad | \cdot 15$$

$$15y - 12 = 18x - 12$$

$$-18x + 15y = 0 \qquad | : 3$$

$$-6x + 5y = 0$$

Vastaus $\quad -6x + 5y = 0$

4.17

Muutetaan suoran yhtälöt ratkaistuun muotoon.

a)

$$x - 6y + 18 = 0$$
$$-6y = -x - 18 \quad | : (-6)$$
$$y = \frac{1}{6}x + 3$$

Suoran kulmakerroin on $\frac{1}{6}$. Suoran yhtälön vakiotermi 3 on y-akselin leikkauspisteen y-koordinaatti. Leikkauspiste on siis (0,3).

b)

$$^{4)}\frac{2}{3}x + {}^{3)}\frac{3}{4}y = -2$$
$$\frac{8}{12}x + \frac{9}{12}y = -2 \qquad | \cdot 12$$
$$8x + 9y = -24$$
$$9y = -8x - 24 \quad | : 9$$
$$y = -\frac{8}{9}x - \frac{24}{9}$$
$$y = -\frac{8}{9}x - \frac{8}{3}$$

Suoran kulmakerroin on $-\frac{8}{9}$. Suoran yhtälön vakiotermi on y-akselin leikkauspisteen y-koordinaatti. Leikkauspiste on siis $\left(0, -\frac{8}{3}\right)$.

c)

$$\frac{y}{5} - \frac{2}{3} = 0 \quad | \cdot 5$$
$$y - \frac{2 \cdot 5}{3} = 0$$
$$y = \frac{10}{3}$$

Koska x-termiä ei ole, suoran kulmakerroin on 0. Suora leikkaa y-akselin pisteessä $\left(0, \frac{10}{3}\right)$.

Vastaus **a)** $k = \frac{1}{6}$, piste $(0, 3)$ **b)** $k = -\frac{8}{9}$, piste $\left(0, -\frac{8}{3}\right)$ **c)** $k = 0$, piste $\left(0, \frac{10}{3}\right)$

4.18

a)

Piste $(-6, -3)$ on suoralla, jos sen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön.

$$\begin{aligned} 5 \cdot (-6) - 15 \cdot (-3) - 12 &= 0 \\ -30 + 45 - 12 &= 0 \\ 3 &= 0 \\ &\text{epätosi} \end{aligned}$$

Pisteen koordinaatit eivät toteuta suoran yhtälöä, joten piste ei ole suoralla.

b)

Piste $(a, -3a)$ on suoralla, joten sen tulee toteuttaa suoran yhtälö.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit suoran yhtälöön ja ratkaistaan a.

$$\begin{aligned} 5 \cdot a - 15 \cdot (-3a) - 12 &= 0 \\ 5a + 45a - 12 &= 0 \\ 50a &= 12 \quad | : 50 \\ a &= \frac{12^{(2}}{50} \\ a &= \frac{6}{25} \end{aligned}$$

c)

Suora on nyt normaalimuodossa. Muutetaan suoran yhtälön ratkaistuun muotoon, josta voidaan lukea kulmakerroin ja y-akselin leikkauspiste.

$$\begin{aligned} 5x - 15y - 12 &= 0 \\ -15y &= -5x + 12 \quad | : (-15) \\ y &= {}^{5)}\frac{5}{15}x - {}^{3)}\frac{12}{15} \\ y &= \frac{1}{3}x - \frac{4}{5} \end{aligned}$$

Ratkaistu muoto:
$y = kx + b$

Suoran kulmakerroin on siis $\frac{1}{3}$ ja y-akselin leikkauspiste $\left(0, -\frac{4}{5}\right)$.

Vastaus **a)** ei ole **b)** $a = \frac{6}{25}$ **c)** $k = \frac{1}{3}$, piste $\left(0, -\frac{4}{5}\right)$

4.19

Muodostetaan ensin suoran yhtälö kahden pisteen avulla ja tutkitaan, toteuttaako kolmannen pisteen koordinaatit suoran yhtälön.

Valitaan pisteet $(x_1, y_1) = (7, 19)$ ja $(x_2, y_2) = (-3, -21)$.

$$k = \frac{-21 - 19}{-3 - 7} = \frac{-40}{-10} = 4 \qquad \longleftarrow \boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (7, 19)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - 19 &= 4(x - 7) \qquad \longleftarrow \boxed{y - y_0 = k(x - x_0)} \\ y - 19 &= 4(x - 7) \\ y - 19 &= 4x - 28 \\ y &= 4x - 9 \end{aligned}$$

Tutkitaan, onko piste $\left(\frac{3}{4}, -6\right)$ suoralla.

$$-6 = 4 \cdot \frac{3}{4} - 9$$
$$-6 = \frac{12}{4} - 9$$
$$-6 = 3 - 9$$
$$-6 = -6$$
tosi

Pisteet ovat samalla suoralla.

Vastaus ovat

4.20

a)

Esitetään suorat ratkaistussa muodossa ja selvitetään niiden kulmakertoimet.

Suora *r*:

$$
\begin{aligned}
9x - 12y + 5 &= 0 \\
-12y &= -9x - 5 \quad | : (-12) \\
y &= \frac{9}{12}x + \frac{5}{12} \\
y &= \frac{3}{4}x + \frac{5}{12}
\end{aligned}
$$

Suoran kulmakerroin on $k_r = \frac{3}{4}$.

Suora *s*:

$$
\begin{aligned}
-12x + 16y - 3 &= 0 \\
16y &= 12x + 3 \quad | : 16 \\
y &= \frac{12}{16}x + \frac{3}{16} \\
y &= \frac{3}{4}x + \frac{3}{16}
\end{aligned}
$$

Suoran kulmakerroin on $k_s = \frac{3}{4}$.

Koska suorien kulmakertoimet ovat samat, suorat ovat yhdensuuntaiset.

b)

Koska suorat *t* ja *r* ovat yhdensuuntaiset, niiden kulmakertoimet ovat samat. Näin ollen $k_u = k_r = \frac{3}{4}$.

Sijoitetaan kulmakerroin ja pisteen $(5, -3)$ koordinaatit suoran yhtälöön ja esitetään se normaalimuodossa.

$$
\begin{aligned}
y - (-3) &= \frac{3}{4}(x - 5) \qquad \leftarrow \boxed{y - y_0 = k(x - x_0)} \\
y + 3 &= \frac{3}{4}x - \frac{15}{4} \quad | \cdot 4 \\
4y + 12 &= 3x - 15 \\
-3x + 4y + 27 &= 0
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** ovat **b)** $-3x + 4y + 27 = 0$

4.21

Väite 1 – C	Suoran $2x + 8y - 3 = 0$ kulmakerroin on myös $k = \frac{1}{4}$.
Väite 2 – F	Suoran $x + 2y - 7 = 0$ kulmakerroin on $k = -\frac{1}{2}$
Väite 3 – A	Suoran $9x - 6 = 0$ kulmakerroin ei ole määritelty.
Väite 4 – B ja E	Pisteen $(-4, -1)$ koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön $6x - 9y + 15 = 0$ ja $3x - 12y = 0$
Väite 5 – D	Suoran $3y - 2 = 0$ kulmakerroin on 0.

Vastaus 1 – C, 2 – F, 3 – A, 4 – B ja E, 5 – D

4.22

Sijoitetaan pisteen $(a, 2)$ koordinaatit suoran yhtälöön ja ratkaistaan vakio a.

$$\begin{aligned} ax - 3y + a &= 0 \\ a \cdot a - 3 \cdot 2 + a &= 0 \\ a^2 + a - 6 &= 0 \end{aligned}$$

Ratkaistaan yhtälö toisen asteen ratkaisukaavalla.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$a = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$a = \frac{-1 + 5}{2} = 2 \text{ tai } a = \frac{-1 - 5}{2} = -3$$

Piste on suoralla, kun $a = -3$ tai $a = 2$.

Vastaus $a = -3$ tai $a = 2$

4.23

a)

Suora on *x*-akselin suuntainen, kun kulmakerroin eli muuttujan *x* kerroin on 0.
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *a.*

$$
\begin{aligned}
2a + 1 &= 0 \\
2a &= -1 \\
a &= -\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

b)

Suora on *y*-akselin suuntainen, kun suoran yhtälössä ei ole muuttujaa *y.*
Muuttujan *y* kertoimen on siis oltava 0. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *a.*

$$
\begin{aligned}
a^2 - 9 &= 0 \\
a^2 &= 9 \quad | \sqrt{} \\
a &= \pm\sqrt{9} \\
a &= \pm 3
\end{aligned}
$$

Vastaus **a)** $a = -\frac{1}{2}$

b) $a = -3$ tai $a = 3$