# Binomi 4 – Luku 3 – Tehtävien malliratkaisut

**3.1**

Suoran $y = kx + b$ kulmakerroin on muuttujan $x$kerroin.

**a)**

Suoran $y = -3x$ kulmakerroin on $-3$.

**b)**

Suoran $y = 0{,}2x + 2$ kulmakerroin on 0,2.

**c)**

Suoran $y = 5 - 6x$ kulmakerroin on $-6$.

**Vastaus** **a)** $-3$ **b)** 0,2 **c)** $-6$

**3.2**

Suora $y = kx + b$ leikkaa $y$-akselin, kun $x = 0$. Leikkauspisteen $y$-koordinaatti saadaan sijoittamalla suoran yhtälöön $x = 0$, eli $y = k \cdot 0 + b = b$.

**a)**

Suora $y = 8x + 7$ leikkaa $y$-akselin pisteessä $(0, 7)$.

**b)**

Suora $y = 2x - 4$ leikkaa $y$-akselin pisteessä $(0, -4)$.

**c)**

Suora $y = 2 - 3x$ leikkaa $y$-akselin pisteessä $(0, 2)$.

**Vastaus** **a)** $(0, 7)$ **b)** $(0, -4)$ **c)** $(0, 2)$

**3.3**

**a)**

Suora kulkee pisteen $(0, 0)$ eli origon kautta. Suora leikkaa siis $y$-akselin, kun $y = 0$, joten suoran yhtälön vakiotermi $b = 0$.

Kuvaajasta nähdään, että suora kulkee myös pisteen $(-1, 3)$ kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin pisteiden $(x_1, y_1) = (0, 0)$ ja $(x_2, y_2) = (-1, 3)$ avulla.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{-1 - 0} = \frac{3}{-1} = -3$$

Suoran kulmakerroin on $k = -3$.

**b)**

Suora leikkaa $y$-akselin pisteessä $(0, -1)$, joten suoran yhtälön vakiotermi $b = -1$.

Kuvaajasta nähdään, että suora kulkee myös pisteen $(1, 3)$ kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin pisteiden $(x_1, y_1) = (0, -1)$ ja $(x_2, y_2) = (1, 3)$ avulla.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-1)}{1 - 0} = \frac{4}{1} = 4$$

Suoran kulmakerroin on $k = 4$.

**Vastaus** **a)** $k = -3,\ b = 0$ **b)** $k = 4,\ b = -1$

**3.4**

**a)**

Merkitään $(x_1, y_1) = (1, 3)$ ja $(x_2, y_2) = (5, 11)$.
Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - 3}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

Koska kulmakerroin on positiivinen, suora on nouseva.

**b)**

Sijoitetaan pisteen $(4, -1)$ koordinaatit suoran yhtälöön:

Jos piste on suoralla, sen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön.

$x = 4$
$y = -1$

Ratkaistaan muodostetusta yhtälöstä kulmakerroin *k.*

$$\begin{aligned} y &= kx + 2 \\ -1 &= k \cdot 4 + 2 \\ -4k &= 2 + 1 \\ -4k &= 3 \qquad |:(-4) \\ k &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Koska kulmakerroin on negatiivinen, suora on laskeva.

**c)**

Suora kulkee siis pisteiden $(0, -1)$ ja $(6, 0)$ kautta.
Lasketaan näiden pisteiden avulla kulmakerroin.

$$k = \frac{0 - (-1)}{6 - 0} = \frac{1}{6}$$

Koska kulmakerroin on positiivinen, suora on nouseva.

**Vastaus** **a)** $k = 2$ ja suora on nouseva.

**b)** $k = -\frac{3}{4}$ ja suora on laskeva.

**c)** $k = \frac{1}{6}$ ja suora on nouseva.

**3.5**

**a)**

Suoran $y = -7x + 4$ kulmakerroin $-7$ on negatiivinen, joten suora on laskeva.

Suoran $y = kx + b$ kulmakerroin on muuttujan *x* kerroin *k*.

**b)**

Suoran $y = 3 - 3x$ kulmakerroin $-3$ on negatiivinen, joten suora on laskeva.

**c)**

Suoran $y = \frac{2}{3}x - 5$ kulmakerroin $\frac{2}{3}$ on positiivinen, joten suora on nouseva.

**Vastaus** **a)** laskeva **b)** laskeva **c)** nouseva

**3.6**

Kuvaaja C on ainut suora, joka leikkaa $y$-akselin, kun $y = -1$.

Näin ollen kuvaaja C on $y = 3x - 1$. (1)

Kuvaaja D on ainut suora, joka leikkaa $y$-akselin, kun $y = 0$.

Näin ollen kuvaaja D on $y = -2x$. (3)

Kuvaaja A on suora, jonka kulmakerroin on
$k = \frac{3-2}{1-0} = \frac{1}{1} = 1.$

Näin ollen kuvaaja A on $y = x + 2$. (4)

Kuvaaja B on suora, jonka kulmakerroin on
$k = \frac{1-2}{2-0} = -\frac{1}{2} = -0{,}5.$

Näin ollen kuvaaja B on $y = -0{,}5x + 2$. (2)

**Vastaus** 1 – C 2 - B 3 – D 4 – A

**3.7**

**a)**

Merkitään $(x_1, y_1) = (-5, 0)$ ja $(x_2, y_2) = (1, 6)$.
Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{1 - (-5)} = \frac{6}{1 + 5} = \frac{6}{6} = 1$$

**b)**

Merkitään $(x_1, y_1) = (2, 5)$ ja $(x_2, y_2) = (4, -7)$.
Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-7 - 5}{4 - 2} = \frac{-12}{2} = -6$$

**Vastaus** **a)** $k = 1$ **b)** $k = -6$

**3.8**

**a)**

Lasketaan suoran kulmakerroin, kun se kulkee pisteiden $(-5, 2)$ ja $(3, -6)$ kautta.

$$k = \frac{-6 - 2}{3 - (-5)} = \frac{-8}{8} = -1$$

**b)**

Lasketaan suoran kulmakerroin, kun se kulkee pisteiden $(-6, 8)$ ja $(-1, 8)$ kautta.

$$k = \frac{8 - 8}{-1 - 6} = \frac{0}{-7} = 0$$

**Vastaus** **a)** $k = -1$ **b)** $k = 0$

**3.9**

**a)**

Suora kulkee pisteen $(0, 0)$ eli origon kautta. Suora leikkaa siis $y$-akselin, kun $y = 0$, joten suoran yhtälön vakiotermi $b = 0$.

Kuvaajasta nähdään, että suora kulkee myös pisteen $(-1, 4)$ kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin pisteiden $(x_1, y_1) = (0, 0)$ ja $(x_2, y_2) = (-1, 4)$ avulla.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{-1 - 0} = \frac{4}{-1} = -4$$

**b)**

Suora leikkaa $y$-akselin pisteessä $(0, 2)$, joten suoran yhtälön vakiotermi $b = 2$.

Kuvaajasta nähdään, että suora kulkee myös pisteen $(-3, 0)$ kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin pisteiden $(x_1, y_1) = (0, 2)$ ja $(x_2, y_2) = (-3, 0)$ avulla.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{-3 - 0} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

**Vastaus** **a)** $k = -4,\ b = 0$ **b)** $k = \frac{2}{3},\ b = 2$

**3.10**

**a)**

Suoran $y = 0{,}06x + 5{,}00$ kulmakerroin on 0,06. Muuttuja $x$ kuvaa sähkön kulutusta (kWh), joten jokainen kulutettu kWh tuo sähkölaskuun lisää 0,06 €. Kulmakerroin kuvaa siis sähkön hintaa kilowattituntia kohden.

Suoran$y = 0{,}06x + 5{,}00$ vakiotermi 5,0 kuvaa laskun perusmaksua, joka ei riipu sähkön kulutuksesta. Vaikka siis sähköä ei kuluta kuukaudessa yhtään kilowattituntia, niin laskun suuruus on vakiotermi eli 5,00 €.

**b)**

Kun sähkön kulutus on kuukaudessa 320 kWh, niin muuttuja $x = 320$.
Sijoitetaan arvo suoran yhtälöön ja lasketaan sähkölaskun suuruus *y.*

$y = 0{,}06 \cdot 320 + 5{,}00 = 24{,}20$

Sähkölaskun suuruus on 24,20 €.

**c)**

Sähkölasku on 35 € eli $y = 35$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *x.*

$$\begin{aligned} 35 &= 0{,}06x + 5{,}00 \\ 35 - 5{,}00 &= 0{,}06x \\ 0{,}06x &= 30 \qquad\qquad | : 0{,}06 \\ x &= 500 \end{aligned}$$

Sähkön kulutus kuukaudessa on 500 kWh.

**Vastaus** **a)** Kulmakerroin kuvaa sähkön hintaa kilowattitunnilta ja vakiotermi perusmaksua.

**b)** 24,20 €

**c)** 500 kWh

**3.11**

**a)**

Kun henkilön pituus on 1,8 m, niin muuttuja $x = 180$.
Sijoitetaan arvo suoran yhtälöön ja lasketaan henkilön massa.

$y = 0{,}875 \cdot 180 - 76 = 81{,}5$

Henkilön massa on 81,5 kg.

**b)**

Kun henkilön massa on 70 kg, niin muuttuja $y = 70$.
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan henkilön pituus $x$ (cm).

$$\begin{aligned} 70 &= 0{,}875x - 76 \\ 70 + 76 &= 0{,}875x \\ 0{,}875x &= 146 \qquad \mid : 0{,}875 \\ x &= 166{,}857\ldots \\ x &= 167 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

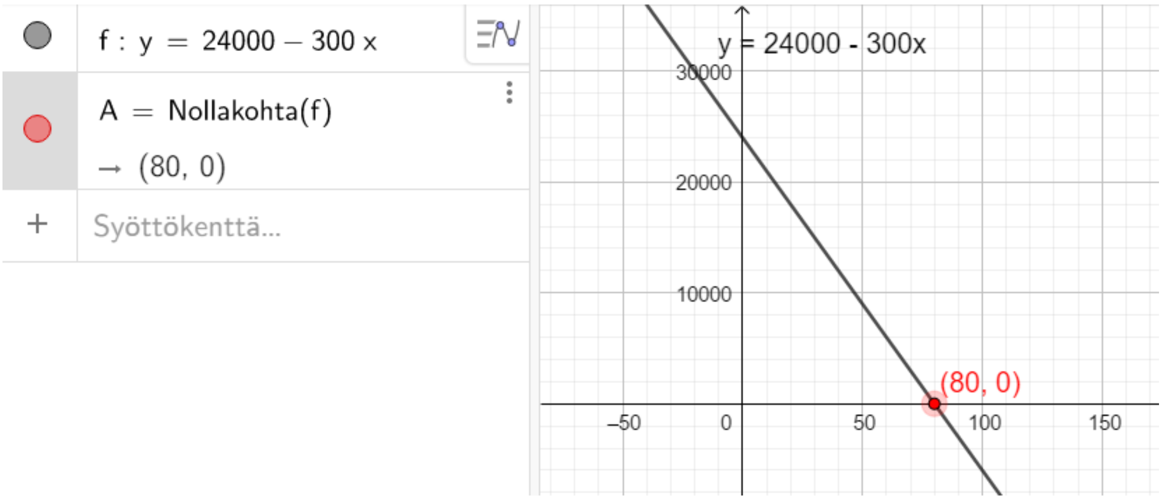
Henkilön pituus on 167 cm.

**Vastaus** **a)** 81,5 kg **b)** 167 cm

**3.12**

**a)**
Piirretään funktion kuvaaja geometriaohjelmalla.

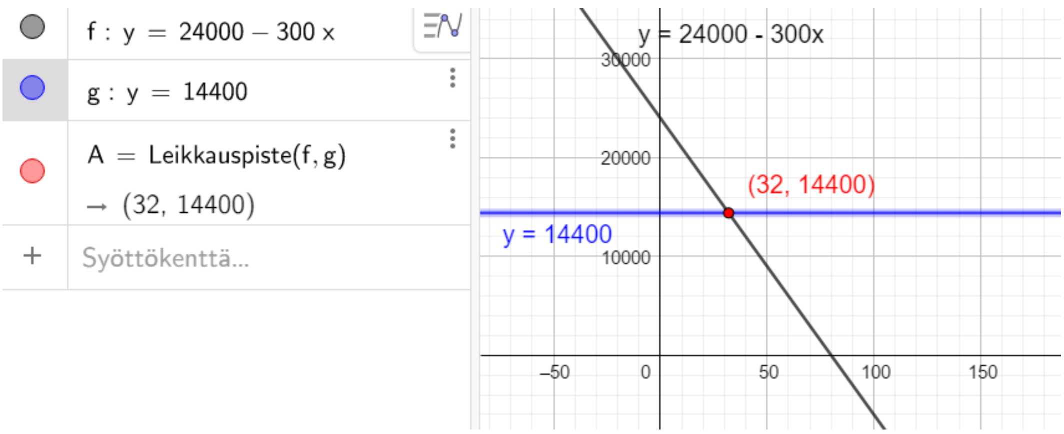
Kun laina on maksettu kokonaan takaisin, lainan määrä on 0 € eli $y = 0$.
Selvitetään kuvaajasta $x$-akselin leikkauspiste.




Suora leikkaa $x$-akselin pisteessä (80, 0), joten laina on maksettu kokonaan takaisin 80 kuukauden päästä.

**b)**

Kun lainaa on jäljellä 14 400 €, $y = 14400$. Piirretään samaan koordinaatistoon suora $y = 14400$. Kysyttyjen kuukausien määrä saadaan, kun selvitetään suorien leikkauspiste.




Leikkauspiste on (32, 14400), joten lainaa on jäljellä 14 400 €, kun on kulunut 32 kuukautta.

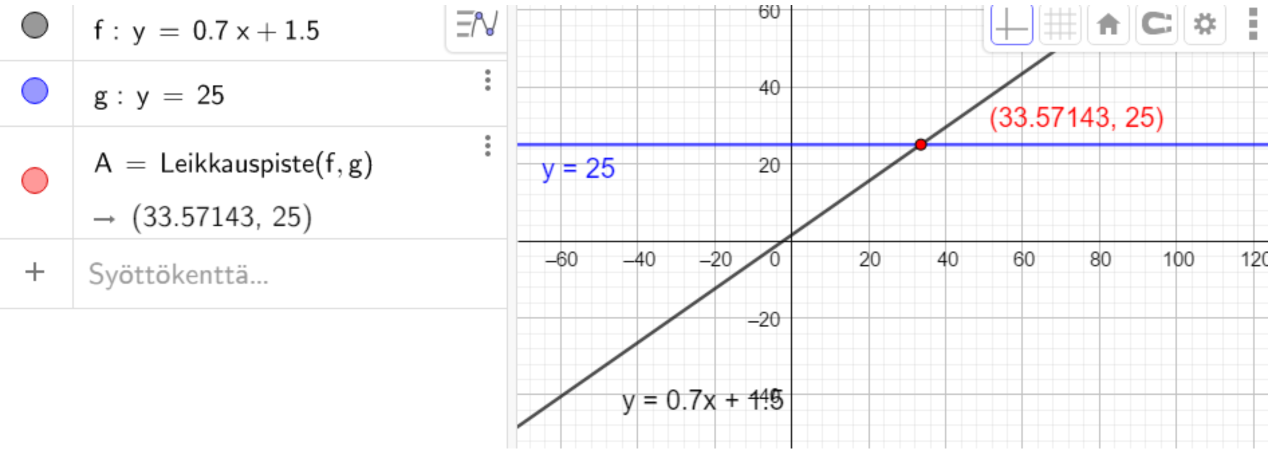
**Vastaus** **a)** 80 kuukauden kuluttua
**b)** 32 kuukauden kuluttua

**3.13**

**a)**

Piirretään suoran kuvaaja geometriaohjelmalla.

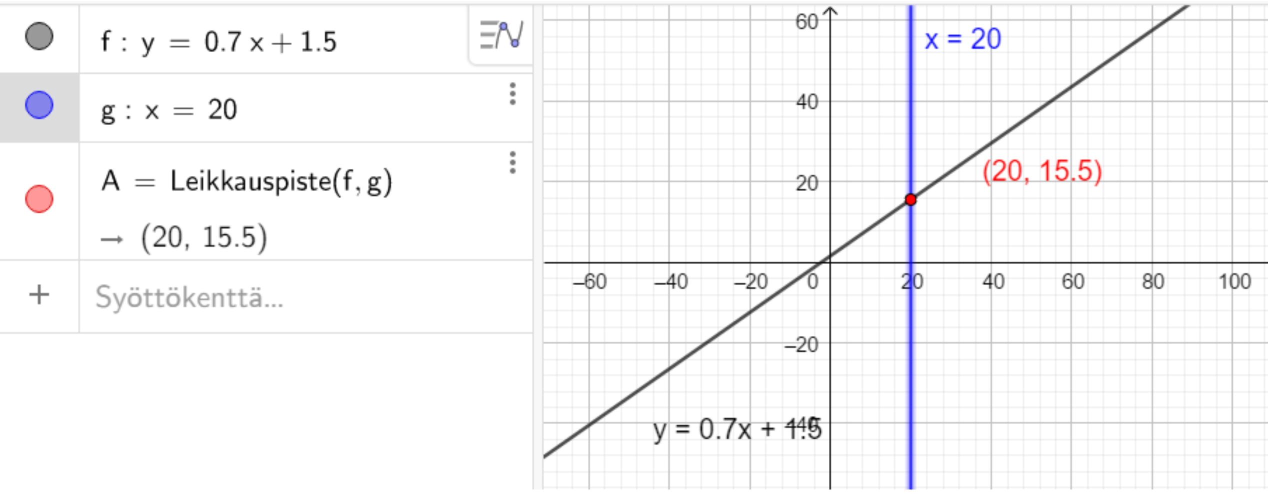
Kun kuusen pituus on 25 m, $y = 25$. Piirretään koordinaatistoon suora $y = 25$ ja määritetään rungon läpimitta $x$ (cm) suorien leikkauspisteen avulla.




Suorien leikkauspiste on (33,57143… , 25), joten kuusen rungon läpimitta on $x = 33{,}571\ldots \approx 34$ cm.

**b)**

Kun rungon läpimitta on 20 cm, $x = 20$.Piirretään samaan koordinaatistoon suora $x = 20$. Määritetään kuusen pituus suorien leikkauspisteen avulla.




Leikkauspiste on (20; 15,5), joten kuusen pituus on 15,5 m.

**Vastaus** **a)** 34 cm
**b)** 15,5 m

**3.14**

**a)**

Merkitään $(x_1, y_1) = (2, -4)$ ja $(x_2, y_2) = (-1{,}5)$.
Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-4)}{-1 - 2} = \frac{9}{-3} = -3$$

**b)**

Merkitään $(x_1, y_1) = (2, 5)$ ja $(x_2, y_2) = (0, 5)$.
Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 5}{0 - 2} = \frac{0}{-2} = 0$$

**c)**

Sijoitetaan pisteen $(-3, 16)$ koordinaatit suoran yhtälöön:

Jos piste on suoralla, sen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön.

$x = -3$
$y = 16$

Ratkaistaan muodostetusta yhtälöstä kulmakerroin *k*.

$$\begin{aligned}
y &= kx - 10 \\
16 &= k \cdot (-3) - 10 \\
3k &= -10 - 16 \\
3k &= -26 \qquad |:3 \\
k &= -\frac{26}{3}
\end{aligned}$$

**Vastaus** **a)** $k = -3$ **b)** $k = 0$ **c)** $k = -\frac{26}{3}$

**3.15**

**a)**

Muodostetaan kulmakertoimen lauseke pisteiden koordinaattien avulla.

$$k = \frac{p-2}{-4-8} = \frac{p-2}{-12}$$

Muodostetaan kulmakertoimen avulla yhtälö ja ratkaistaan *p.*

$$\begin{aligned} 12 &= \frac{p-2}{-12} \quad | \cdot (-12) \\ -144 &= p-2 \\ -144+2 &= p \\ p &= -142 \end{aligned}$$

**b)**

Kun suora on *x*-akselin suuntainen, sen kulmakerroin on 0.

Muodostetaan kulmakertoimen avulla yhtälö ja ratkaistaan *p.*

$$0 = \frac{p-2}{-12} \quad | \cdot (-12)$$

$$0 = p-2$$

$$2 = p$$

$$p = 2$$

**Vastaus** **a)** $p = -142$ **b)** $p = 2$

**3.16**

Suoran kulmakerroin on 2, joten suoran yhtälö on $y = 2x + 5$.

Suora kulkee pisteen $(s, -21)$ kautta, joten pisteen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön. Sijoitetaan koordinaatit yhtälöön ja ratkaistaan *s.*

$$\begin{aligned} y &= 2x + 5 \\ -21 &= 2s + 5 \\ -2s &= 5 + 21 \\ -2s &= 26 \qquad \mid :(-2) \\ s &= -13 \end{aligned}$$

**Vastaus** $s = -13$

**3.17**

Kuvaaja B on $x$-akselin suuntainen suora, jossa $y = 1$.

Näin ollen kuvaaja B on $y = 1$. (1)

Kuvaaja F on ainut suora, joka leikkaa $y$-akselin, kun $y = 0$.

Näin ollen kuvaaja F on $y = \frac{1}{3}x$. (3)

Kuvaaja A on suora, jonka kulmakerroin on

$$k = \frac{0 - 1}{3 - 0} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$$

ja joka leikkaa $y$-akselin, kun $y = 1$. Näin ollen kuvaaja A on $y = -\frac{1}{3}x + 1$. (5)

Kuvaaja C on suora, jonka kulmakerroin on

$$k = \frac{1 - (-2)}{0 - (-1)} = \frac{3}{1} = 3$$

ja joka leikkaa $y$-akselin, kun $y = 1$. Näin ollen kuvaaja A on $y = 3x + 1$. (2)

Kuvaaja D on suora, jonka kulmakerroin on

$$k = \frac{-1 - 2}{0 - (-1)} = \frac{-3}{1} = -3$$

ja joka leikkaa $y$-akselin, kun $y = -1$. Näin ollen kuvaaja D on $y = -3x - 1$. (4)

Kuvaaja E on suora, jonka kulmakerroin on

$$k = \frac{-1 - 0}{0 - (-3)} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$$

ja joka leikkaa $y$-akselin, kun $y = -1$. Näin ollen kuvaaja A on $y = -\frac{1}{3}x - 1$. (6)

**Vastaus** A – 5 B – 1 C – 2 D – 4 E – 6 F – 3

**3.18**

**a)**

Suoran yhtälö on $y = 320 - 80x$. Kulmakerroin on -80. Auton nopeus on siis 80 km/h ja jokainen tunti lyhentää etäisyyttä Helsingistä 80 km. Vakiotermi 320 kuvaa etäisyyttä Helsingistä ajomatkan alussa (320 km)

**b)**

Kun auto on ajanut 1 h 30 min, muuttujan *x* arvo on $x = 1{,}5$.
Sijoitetaan tämä etäisyyttä kuvaavan suoran yhtälöön ja lasketaan etäisyys.

$y = 320 - 80 \cdot 1{,}5 = 200$ (km)

Etäisyys Helsingistä on 200 km.

**c)**

Kun etäisyys Helsingistä on 100 km, muuttujan *y* arvo on $y = 100$.
Sijoitetaan tämä suoran yhtälöön ja ratkaistaan yhtälöstä ajoaika *x.*

$$
\begin{aligned}
100 &= 320 - 80x \\
80x &= 320 - 100 \\
80x &= 220 \qquad | : 80 \\
x &= \frac{220}{80} \\
x &= 2{,}75 \text{ (h)}
\end{aligned}
$$

Ajoaika on $2{,}75\text{ h} = 2\text{ h } 0{,}75 \cdot 60\text{ min} = 2\text{ h } 45\text{ min}$.

**Vastaus** **a)** Kulmakerroin *k* = -80 kuvaa auton keskinopeutta. Lisäksi jokainen tunti lyhentää etäisyyttä Helsingistä 80 km. Vakiotermi *b* = 320 on auton etäisyys Helsingistä matkan alussa.

**b)** 200 km

**c)** 2 h 45 min

**3.19**

**a)**

Kun lämpötila on 50 °F, niin muuttujan $x$ arvo on $x = 50$.
Sijoitetaan tämä suoran yhtälöön ja lasketaan $y$ eli lämpötila celsiusasteina.

$$y = \frac{5}{9} \cdot 50 - \frac{160}{9} = 10\ (°\mathrm{C})$$

Lämpötila on 10 °C.

**b)**

Kun lämpötila on 0 °C, niin muuttujan $y$ arvo on $y = 0$.
Sijoitetaan tämä suoran yhtälöön ja ratkaistaan $x$.

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} && \mid \cdot 9 \\ 0 &= 5x - 160 \\ -5x &= -160 && \mid : (-5) \\ x &= 32\ (°\mathrm{F}) \end{aligned}$$

Lämpötila on 32 °F.

**Vastaus** **a)** 10 °C **b)** 32 °F

**3.20**

**a)**

Ajomatkan alkaessa on ajettu 0 km eli $x = 0$.
Sijoitetaan tämä yhtälöön ja ratkaistaan polttoaineen määrä *y.*

$y = k \cdot 0 + 75 = 75$

Tankissa oli polttoainetta 75 litraa ajomatkan alkaessa.

**b)**

Kun autolla on ajettu 100 km, polttoainetta on jäljellä 68 l.
Sijoitetaan arvot

$x = 100$
$y = 68$

yhtälöön ja ratkaistaan kulmakerroin *k.*

$$\begin{aligned} 68 &= k \cdot 100 + 75 \\ 68 - 75 &= 100k \\ 100k &= -7 \\ k &= -\frac{7}{100} \end{aligned}$$

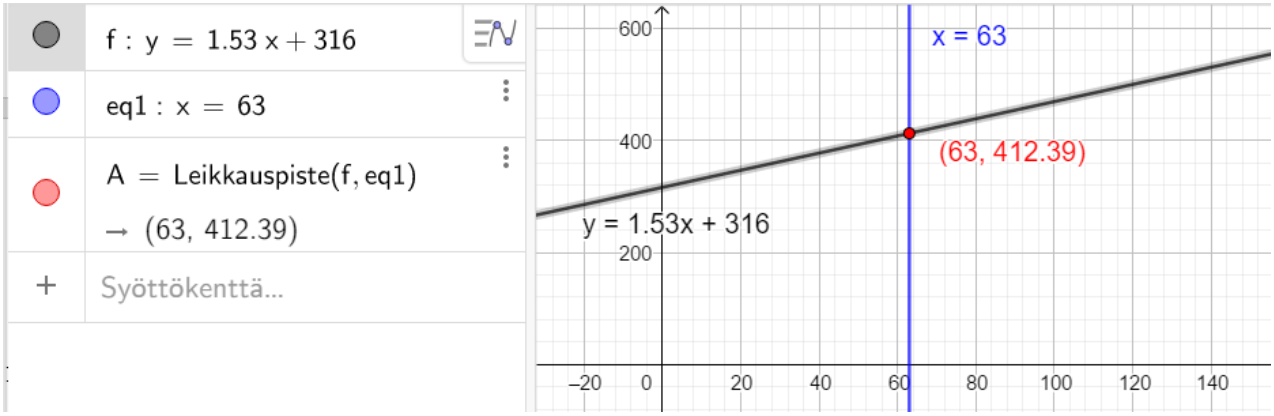
**Vastaus** **a)** 75 l **b)** $k = -\frac{7}{100} = -0{,}07$

**3.21**

**a)**

Piirretään suoran kuvaaja geometriaohjelmalla.

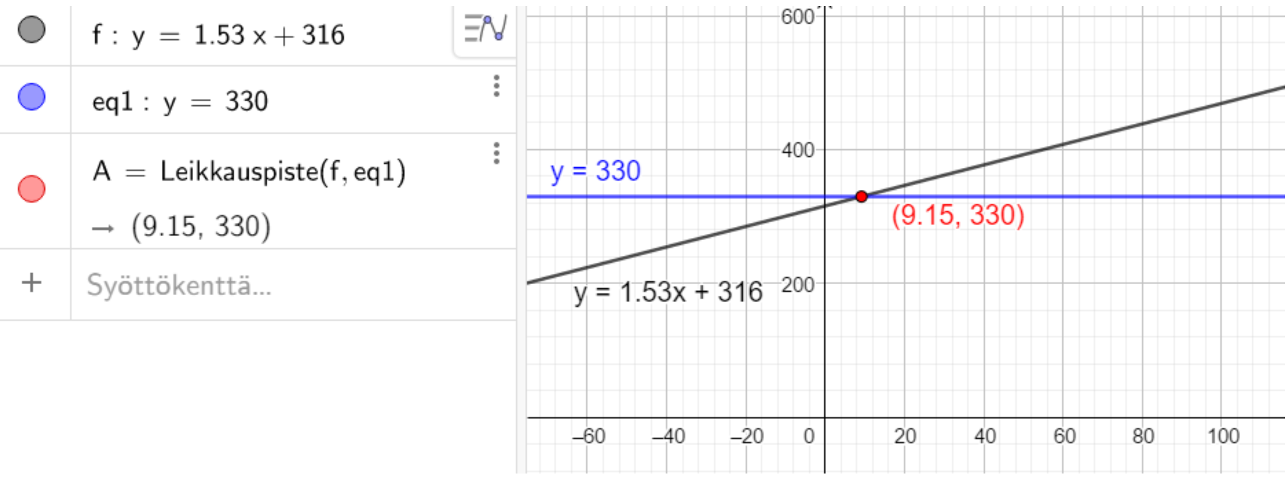
Kun vuosi on 2021, muuttuja $x$ on $x = 2021 - 1958 = 63$. Piirretään koordinaatistoon suora $x = 63$ ja määritetään hiilidioksidipitoisuus suorien leikkauspisteen avulla.




Suorien leikkauspiste on (63; 412,39...), joten hiilidioksidipitoisuus vuonna 2021 oli $y = 412{,}39\ldots$ ppm $\approx 412$ ppm.

**b)**

Kun hiilidioksidipitoisuus on 330 ppm, $y = 330$.Piirretään samaan koordinaatistoon suora $y = 330$. Määritetään kulunut aika vuosina suorien leikkauspisteen avulla.



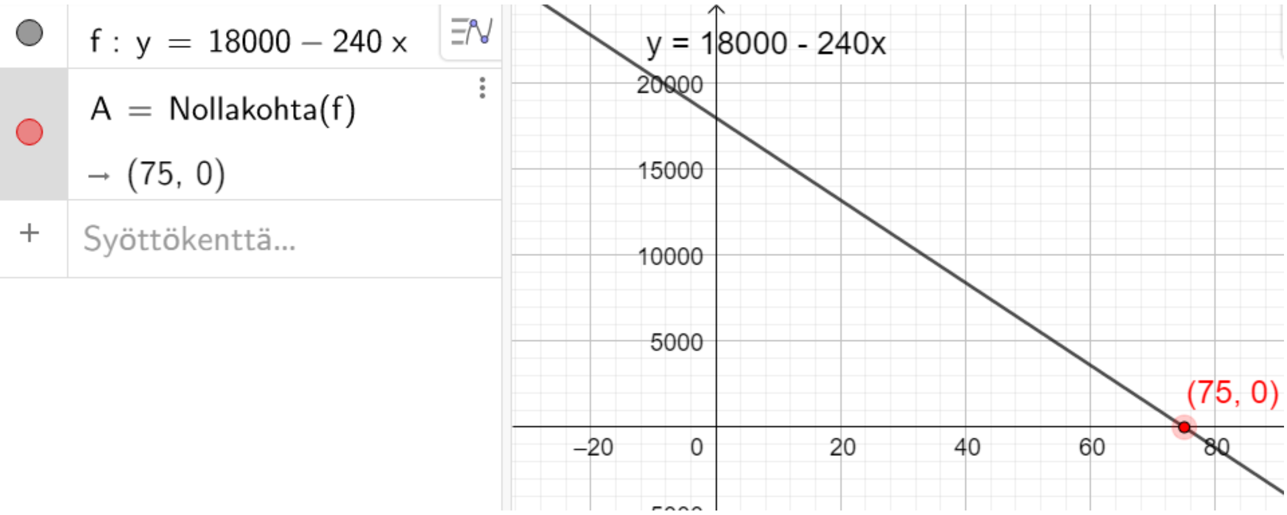

Leikkauspiste on (9,15...; 330), joten kysytty vuosi on $x = 1958 + 9{,}15\ldots \approx 1967$.

**Vastaus** **a)** 412 ppm
**b)** 1967

**3.22**

**a)**

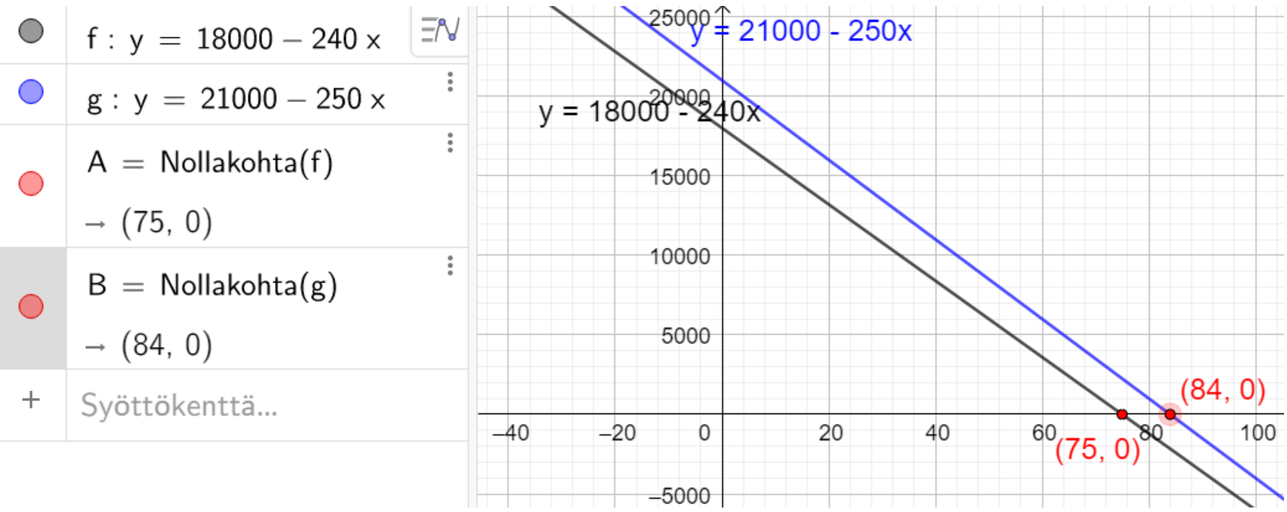
Piirretään suoran kuvaaja geometriaohjelmistolla. Laina on maksettu takaisin, kun $y = 0$. Tämä piste saadaan esimerkiksi nollakohdan avulla.




Nollakohta on (75, 0), joten laina on maksettu takaisin 75 kuukauden kuluttua.

**b)**

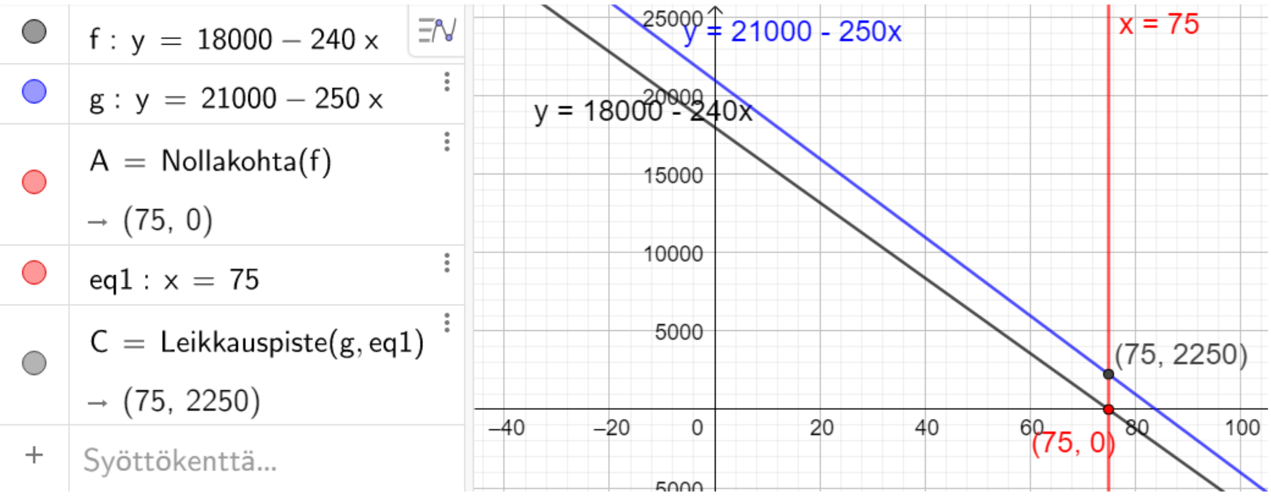
Piirretään molemmat suorat samaan koordinaatistoon.




Kuvaajan perusteella Iiron lainaa kuvaavan suoran nollakohta on suurempi kuin Henrikin, joten Henrik maksaa lainansa nopeammin pois.

**c)**

Kun Henrik on maksanut lainansa pois, kuukausia on kulunut 75. Piirretään koordinaatistoon suora $x = 75$ ja määritetään leikkauspisteiden avulla Iiron jäljellä oleva laina.




Leikkauspiste on (75, 2250), joten Iirolla on jäljellä 2250 € lainaa.

**Vastaus** **a)** 75 kuukautta

**b)** Henrik

**c)** 2250 €

**3.23**

**a)**

Kun sääriluu on 41 cm pitkä, $y = 41$. Sijoitetaan tämä naisen pituuden yhtälöön
ja ratkaistaan henkilön pituus $x$.

$41 = 0{,}43x - 27$
$x = 158{,}139\ldots$
$x \approx 158$ (cm)

Nainen oli 158 cm pitkä.

**b)**

Kun miehen pituus on 175 cm, $x = 175$. Lasketaan 175 cm pitkän miehen sääriluun pituus sijoittamalla muuttujan arvo miehen pituuden yhtälöön.

$y = 0{,}45 \cdot 175 - 31 = 47{,}75$ (cm)

Koska löytynyt luu oli 42 cm pitkä, sääriluu ei voi olla kyseisen miehen.

**Vastaus** **a)** 158 cm **b)** ei