

# Binomi 4 – Luku 1 – Tehtävien malliratkaisut

## 1.1

a)

$$6x - 6 = 10 - 2x$$

$$6x + 2x = 10 + 6$$

$$8x = 16 \quad | : 8$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{16}{8}$$

$$x = 2$$

← Kun termejä siirretään puolelta toiselle, niiden etumerkit vaihtuvat.

b)

$$5x - 3 = 2(3x - 4)$$

$$5x - 3 = 6x - 8$$

$$5x - 6x = -8 + 3$$

$$-x = -5 \quad | : (-1)$$

$$x = 5$$

← Sovelletaan kertolaskun osittelulakia  $a(b + c) = ab + ac$

← Kun termejä siirretään puolelta toiselle, niiden etumerkit vaihtuvat.

c)

$$3 - 2(4x + 1) = 4 - (5x - 2)$$

$$3 - 8x - 2 = 4 - 5x + 2$$

$$1 - 8x = 6 - 5x$$

$$-8x + 5x = 6 - 1$$

$$-3x = 5 \quad | : (-3)$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

← Sievennetään ensin yhtälöä suorittamalla kertolaskut.

**Vastaus**    a)  $x = 2$     b)  $x = 5$     c)  $x = -\frac{5}{3}$

## 1.2

a)

Ratkaistaan yhtälö toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

$$2x^2 - 2x - 4 = 0$$

← Kertoimet  $a = 2$ ,  $b = -2$  ja  $c = -4$ .

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2}$$

←  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{4}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{4}$$

$$x = \frac{2 \pm 6}{4}$$

$$x = \frac{2 + 6}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ tai } x = \frac{2 - 6}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

b)

Ratkaistaan yhtälö toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

← Kertoimet  $a = 1$ ,  $b = -6$  ja  $c = 9$ .

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2}$$

←  $\sqrt{0} = 0$

$$x = \frac{6 \pm 0}{2}$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

← Yhtälöllä on vain yksi ratkaisu.

c)

Muokataan yhtälö ensin muotoon  $ax^2 + bx + c = 0$ .

$$\begin{aligned}2x(4x + 1) &= 3 \\2x \cdot 4x + 2x \cdot 1 &= 3 \\8x^2 + 2x - 3 &= 0\end{aligned}$$

Ratkaistaan yhtälö toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

$$8x^2 + 2x - 3 = 0$$

← Kertoimet  $a = 8$ ,  $b = 2$  ja  $c = -3$ .

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-3)}}{2 \cdot 8}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 96}}{16}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{16}$$

$$x = \frac{-2 \pm 10}{16}$$

$$x = \frac{-2 + 10}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \text{ tai } x = \frac{-2 - 10}{16} = -\frac{12}{16} = -\frac{3}{4}$$

**Vastaus** a)  $x = -1$  tai  $x = 2$

b)  $x = 3$

c)  $x = -\frac{3}{4}$  tai  $x = \frac{1}{2}$

### 1.3

a)

$$\begin{aligned}5x + 6 &= 21 \\5x &= 21 - 6 \\5x &= 15 \quad | : 5 \\x &= 3\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}-6x + 4 &= 2 - 4x \\-6x + 4x &= 2 - 4 \\-2x &= -2 \quad | : (-2) \\x &= 1\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}1 - 3x &= -x - 5 \\-3x + x &= -5 - 1 \\-2x &= -6 \quad | : (-2) \\x &= 3\end{aligned}$$

**Vastaus**    a)  $x = 3$     b)  $x = 1$     c)  $x = 3$

## 1.4

a)

$$7(2x - 2) = 2 + 2(6x - 2)$$

$$14x - 14 = 2 + 12x - 4$$

$$14x - 14 = -2 + 12x$$

$$14x - 12x = -2 + 14$$

$$2x = 12 \quad | : 2$$

$$x = 6$$

← Sovelletaan kertolaskun osittelulakia  
 $a(b + c) = ab + ac$

b)

$$-3(5 - x) = 1 - 5(2x + 1)$$

$$-15 + 3x = 1 - 10x - 5$$

$$-15 + 3x = -4 - 10x$$

$$3x + 10x = -4 + 15$$

$$13x = 11 \quad | : 13$$

$$x = \frac{11}{13}$$

**Vastaus**    a)  $x = 6$     b)  $x = \frac{11}{13}$

1.5

a)

$$2 - (4x - 3) = 3 + 2(x - 1)$$

$$2 - 4x + 3 = 3 + 2x - 2$$

$$5 - 4x = 1 + 2x$$

$$-4x - 2x = 1 - 5$$

$$-6x = -4 \quad | : (-6)$$

$$x = \frac{-4}{-6}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

← Miinus sulkeiden edessä vaihtaa etumerkit.

b)

$$-(-4x + 9) - (8x + 3) = 0$$

$$4x - 9 - 8x - 3 = 0$$

$$-4x - 12 = 0$$

$$-4x = 12 \quad | : (-4)$$

$$x = -3$$

**Vastaus**    a)  $x = \frac{2}{3}$     b)  $x = -3$

## 1.6

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{x-2}{4}$$

← Lavennetaan murtoluvut samannimisiksi.

$$D \quad \frac{6x}{12} - \frac{4}{12} = \frac{3x-6}{12}$$

← Kerrotaan nimittäjällä.

$$C \quad 6x - 4 = 3x - 6$$

$$A \quad 6x - 3x = -6 + 4$$

$$E \quad 3x = -2$$

$$B \quad x = -\frac{2}{3}$$

**Vastaus** D - C - A - E - B

## 1.7

a)

Verrantoyhtälö ratkaistaan ristiinkertomalla.

$$\frac{3x}{5} = \frac{x+8}{3}$$

$$3x \cdot 3 = 5(x+8)$$

$$9x = 5x + 40$$

$$9x - 5x = 40$$

$$4x = 40 \quad | : 4$$

$$x = 10$$

b)

$$^{10)}\frac{x}{3} + ^{15)}\frac{1}{2} = ^{6)}\frac{2x}{5}$$

$$\frac{10x}{30} + \frac{15}{30} = \frac{12x}{30} \quad | \cdot 30$$

$$10x + 15 = 12x$$

$$10x - 12x = -15$$

$$-2x = -15 \quad | : (-2)$$

$$x = \frac{15}{2}$$

← Lavennetaan kaikki termit samannimisiksi.

← Kerrotaan kaikki termit yhteisellä nimittäjällä.

c)

$$\frac{x-1}{2} = \frac{8-3x}{4}$$

$$(x-1) \cdot 4 = 2(8-3x)$$

$$4x - 4 = 16 - 6x$$

$$4x + 6x = 16 + 4$$

$$10x = 20 \quad | : 10$$

$$x = 2$$

**Vastaus**    a)  $x = 10$     b)  $x = \frac{15}{2}$     c)  $x = 2$



1.8

a)

$$\begin{aligned}x + \frac{x}{2} &= \frac{x}{4} - 1 \\ \frac{4x}{4} + \frac{2x}{4} &= \frac{x}{4} - \frac{4}{4} \quad | \cdot 4 \\ 4x + 2x &= x - 4 \\ 6x - x &= -4 \\ 5x &= -4 \quad | : 5 \\ x &= -\frac{4}{5}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}{}^2) \frac{1}{3} + {}^3) \frac{2x+1}{2} &= \frac{x-5}{6} \\ \frac{2}{6} + \frac{6x+3}{6} &= \frac{x-5}{6} \quad | \cdot 6 \\ 2 + (6x+3) &= x-5 \\ 5 + 6x &= x-5 \\ 6x - x &= -5 - 5 \\ 5x &= -10 \quad | : 5 \\ x &= -2\end{aligned}$$

**Vastaus**    a)  $x = -\frac{4}{5}$     b)  $x = -2$

## 1.9

a)

Ratkaistaan yhtälö toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

← Kertoimet  $a = 1$ ,  $b = 6$  ja  $c = 5$ .

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1}$$

←  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm 4}{2}$$

$$x = \frac{-6 + 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ tai } x = \frac{-6 - 4}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

b)

Muokataan yhtälö ensin muotoon  $ax^2 + bx + c = 0$ .

$$\begin{aligned} 4x + 27 &= 2 - 6x - x^2 \\ 4x + 27 - 2 + 6x + x^2 &= 0 \\ x^2 + 10x + 25 &= 0 \end{aligned}$$

Ratkaistaan yhtälö ratkaisukaavalla.

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{-10 \pm 0}{2}$$

$$x = \frac{-10}{2} = -5$$

c)

Muokataan yhtälö ensin muotoon  $ax^2 + bx + c = 0$ .

$$x(3x - 9) = 10x + 14$$

$$3x^2 - 9x = 10x + 14$$

$$3x^2 - 9x - 10x - 14 = 0$$

$$3x^2 - 19x - 14 = 0$$

Ratkaistaan yhtälö ratkaisukaavalla.

$$3x^2 - 19x - 14 = 0$$

$$x = \frac{-(-19) \pm \sqrt{(-19)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-14)}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{361 + 168}}{6}$$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{529}}{6}$$

$$x = \frac{19 \pm 23}{6}$$

$$x = \frac{19 + 23}{6} = \frac{42}{6} = 7 \text{ tai } x = \frac{19 - 23}{6} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$$

**Vastaus** a)  $x = -5$  tai  $x = -1$

b)  $x = -5$

c)  $x = -\frac{2}{3}$  tai  $x = 7$

### 1.10

Muodostetaan yhtälö ja muokataan se muotoon  $ax^2 + bx + c = 0$ .

$$-x^2 + 15x - 50 = 4$$

$$-x^2 + 15x - 54 = 0$$

Ratkaistaan yhtälö toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

$$-x^2 + 15x - 54 = 0$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-54)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 - 216}}{-2}$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{9}}{-2}$$

$$x = \frac{-15 \pm 3}{-2}$$

$$x = \frac{-15 + 3}{-2} = \frac{-12}{-2} = 6 \text{ tai } x = \frac{-15 - 3}{-2} = \frac{-18}{-2} = 9$$

**Vastaus**  $x = 6$  tai  $x = 9$

**1.11**

$$4x^2 - 2(x^2 - 1) = 10$$

C  $4x^2 - 2x^2 + 2 = 10$

B  $4x^2 - 2x^2 = 10 - 2$

E  $2x^2 = 8$

A  $x^2 = 4$

D  $x = \pm 2$

← Sovelletaan kertolaskun osittelulakia  
 $a(b + c) = ab + ac$

← Otetaan neliöjuuri.

**Vastaus** C - B - E - A - D

## 1.12

a)

$$\begin{aligned}4x^2 &= 64 & | : 4 \\x^2 &= 16 & | \sqrt{\phantom{x}} \\x &= \pm\sqrt{16} \\x &= \pm 4\end{aligned}$$

Ratkaistaan yhtälö  
neliöjuuren avulla.

b)

$$\begin{aligned}x^2 - 5x &= 0 \\x(x - 5) &= 0 \\x = 0 \text{ tai } x - 5 &= 0 \\x &= 5\end{aligned}$$

Erotetaan termien yhteiseksi tekijäksi  $x$ .

Tulon nollasääntö:  
Tulo on nolla, jos  
jompikumpi tekijöistä  
on nolla.

**Vastaus**    a)  $x = \pm 4$     b)  $x = 0$  tai  $x = 5$

**1.13****a)**

$$\begin{aligned}(3x + 1)^2 &= 0 \\(3x + 1)(3x + 1) &= 0 \\3x + 1 &= 0 \\3x &= -1 \quad | : 3 \\x &= -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

Tulon nollasääntö:  
Tulo on nolla, jos  
jompikumpi tekijöistä  
on nolla.

**b)**

$$\begin{aligned}10x &= 5x^2 \\-5x^2 + 10x &= 0 \\-5x(x - 2) &= 0 \\-5x &= 0 \quad \text{tai} \quad x - 2 = 0 \\x &= 0 \quad \quad \quad x = 2\end{aligned}$$

Tulon nollasääntö.

**Vastaus**    **a)**  $x = -\frac{1}{3}$     **b)**  $x = 0$  tai  $x = 2$

**1.14****a)**

$$3 - 2(2x - 7) = 5(3 + 4x)$$

$$3 - 4x + 14 = 15 + 20x$$

$$-4x + 17 = 15 + 20x$$

$$-4x - 20x = 15 - 17$$

$$-24x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-24} = \frac{1}{12}$$

**b)**

$$-4(2 - 3x) - (5x - 1) = 0$$

$$-8 + 12x - 5x + 1 = 0$$

$$-7 + 7x = 0$$

$$7x = 7 \quad | : 7$$

$$x = 1$$

**Vastaus**    **a)**  $x = \frac{1}{12}$     **b)**  $x = 1$



## 1.15

a)

Sijoitetaan muuttujan arvo  $x = 4$  yhtälöön ja ratkaistaan vakio  $a$ .

$$\begin{aligned} a \cdot 4 - (a - 3) &= 6 \cdot 4 - 6 \\ 4a - a + 3 &= 18 \\ 3a + 3 &= 18 \\ 3a &= 15 & | : 3 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

Yhtälön ratkaisu on  $x = 4$ , kun  $a = 5$ .

b)

Jos yhtälö saadaan ratkaistua muotoon, jossa ei esiinny muuttujaa, yhtälö on joko aina tosi tai sillä ei ole ratkaisua.

Olkoon vakio  $a$  yhtä suuri kuin muuttujatermin kerroin yhtälön oikealla puolella eli  $a = 6$ . Ratkaistaan yhtälö.

$$\begin{aligned} 6x - (6 - 3) &= 6x - 6 \\ 6x + 3 &= 6x - 6 \\ 6x - 6x &= -6 - 3 \\ 0 &= 9 \end{aligned}$$

Yhtälö on epätosi, joten sillä ei ole ratkaisua, kun  $a = 6$ .

**Vastaus**    a)  $a = 5$     b)  $a = 6$

## 1.16

a)

Ratkaistaan yhtälö ristiinkertomalla.

$$\frac{4x + 2}{3} = \frac{2x - 1}{5}$$

$$(4x + 2) \cdot 5 = 3 \cdot (2x - 1)$$

$$20x + 10 = 6x - 3$$

$$20x - 6x = -3 - 10$$

$$14x = -13 \quad | : 14$$

$$x = -\frac{13}{14}$$

b)

$$2 - \frac{3x - 1}{4} = x + \frac{x + 3}{3}$$

$$\overset{12)}{2} - \overset{3)}{3x - 1} = \overset{12)}{x} + \overset{4)}{x + 3}$$
$$\frac{24}{12} - \frac{9x - 3}{12} = \frac{12x}{12} + \frac{4x + 12}{12}$$

$$\frac{24}{12} - \frac{9x - 3}{12} = \frac{12x}{12} + \frac{4x + 12}{12}$$

$$24 - (9x - 3) = 12x + (4x + 12)$$

$$24 - 9x + 3 = 16x + 12$$

$$27 - 9x = 16x + 12$$

$$-9x - 16x = 12 - 27$$

$$-25x = -15$$

$$x = \frac{-15^{(5)}}{-25} = \frac{3}{5}$$

Lavennetaan kaikki termit samannimisiksi.

Kerrotaan kaikki termit yhteisellä nimittäjällä.

**Vastaus**    a)  $x = -\frac{13}{14}$     b)  $x = \frac{3}{5}$

**1.17**

a) Ratkaistaan yhtälö toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

$$25x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 1}}{2 \cdot 25}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 100}}{50}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{0}}{50}$$

$$x = \frac{10 \pm 0}{50}$$

$$x = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

b)

$$3x(2x + 5) = 2(7 - x)$$

$$6x^2 + 15x = 14 - 2x$$

$$6x^2 + 15x + 2x - 14 = 0$$

$$6x^2 + 17x - 14 = 0$$

$$x = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-14)}}{2 \cdot 6}$$

$$x = \frac{-17 \pm \sqrt{625}}{12}$$

$$x = \frac{-17 \pm 25}{12}$$

$$x = \frac{-17 + 25}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ tai } \frac{-17 - 25}{12} = \frac{-42}{12} = -\frac{7}{2}$$

**Vastaus** a)  $x = \frac{1}{5}$  b)  $x = -\frac{7}{2}$  tai  $x = \frac{2}{3}$

**1.18****a)**

$$9x(x + 4) + 46 = 5$$

$$9x^2 + 36x + 46 - 5 = 0$$

$$9x^2 + 36x + 41 = 0$$

$$x = \frac{-36 \pm \sqrt{36^2 - 4 \cdot 9 \cdot 41}}{2 \cdot 9}$$

$$x = \frac{-36 \pm \sqrt{1296 - 1476}}{18}$$

$$x = \frac{-36 \pm \sqrt{-180}}{2}$$

Neliöjuuri ei ole määritelty negatiivisilla luvuilla, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua.

**b)**

$$(x + 1)^2 - 1 = 0$$

$$(x + 1)(x + 1) - 1 = 0$$

$$x^2 + x + x + 1 - 1 = 0$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

Tulon nollasääntö:  
Tulo on nolla, jos  
jompikumpi tekijöistä  
on nolla.

**Vastaus**    **a)** ei ratkaisua

**b)**  $x = -2$  tai  $x = 0$

**1.19****a)**

$$\begin{aligned}
3x(x - 2) &= 2(6 - 3x) \\
3x^2 - 6x &= 12 - 6x \\
3x^2 - 6x + 6x &= 12 \\
3x^2 &= 12 && | : 3 \\
x^2 &= 4 && | \sqrt{\phantom{x}} \\
x &= \pm\sqrt{4} \\
x &= \pm 2
\end{aligned}$$

Ratkaistaan yhtälö  
neliöjuuren avulla.

**b)**

Ratkaistaan yhtälö ristiinkertomalla.

$$\begin{aligned}
\frac{4x}{3} &= \frac{2x^2}{5} \\
4x \cdot 5 &= 3 \cdot 2x^2 \\
20x &= 6x^2 \\
-6x^2 + 20x &= 0 \\
x(-6x + 20) &= 0 \\
x = 0 & \quad \text{tai} \quad -6x + 20 = 0 \\
& & & -6x = -20 \\
& & & x = \frac{-20}{-6} = \frac{10}{3}
\end{aligned}$$

Erotetaan termien yhteiseksi tekijäksi x.

Tulon nollasääntö:  
Tulo on nolla, jos  
jompikumpi tekijöistä  
on nolla.

**Vastaus**    **a)**  $x = \pm 2$     **b)**  $x = 0$  tai  $x = \frac{10}{3}$

## 1.20

a)

Muodostetaan polynomien  $P(x)$  ja  $R(x)$  lausekkeen avulla yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$P(x) = -1$$

$$\frac{x^2}{3} - (2x + 1) = -1 \quad | \cdot 3$$

$$\frac{3x^2}{3} - 3(2x + 1) = -3$$

$$x^2 - 6x - 3 = -3$$

$$x^2 - 6x - 3 + 3 = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

Tulon nollasääntö.

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x - 6 = 0$$

$$x = 6$$

b)

Merkitään lausekkeet yhtä suuriksi ja ratkaistaan yhtälöstä  $x$ .

$$P(x) = R(x)$$

$$\frac{x^2}{3} - (2x + 1) = \frac{3x + 7}{3} \quad | \cdot 3$$

$$x^2 - 3(2x + 1) = 3x + 7$$

$$x^2 - 6x - 3 = 3x + 7$$

$$x^2 - 6x - 3x - 3 - 7 = 0$$

$$x^2 - 9x - 10 = 0$$

Ratkaistaan yhtälö toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

$$x^2 - 9x - 10 = 0$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 40}}{2}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$$x = \frac{9 \pm 11}{2}$$

$$x = \frac{9 + 11}{2} = \frac{20}{2} = 10 \quad \text{tai} \quad x = \frac{9 - 11}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

**Vastaus** a)  $x = 0$  tai  $x = 6$

b)  $x = -1$  tai  $x = 10$

## 1.21

Ratkaistaan vakion  $p$  arvo sijoittamalla yhtälöön  $x = 2$ .

$$\begin{aligned}p \cdot 2^2 - 9 \cdot 2 - 2 &= 0 \\4p - 18 - 2 &= 0 \\4p - 20 &= 0 \\4p &= 20 \quad | : 4 \\p &= 5\end{aligned}$$

Sijoitetaan yhtälöön  $p = 5$  ja ratkaistaan toisen asteen yhtälö.

$$5x^2 - 9x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 40}}{10}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{10}$$

$$x = \frac{9 \pm 11}{10}$$

$$x = \frac{9 + 11}{10} = \frac{20}{10} = 2 \quad \text{tai} \quad x = \frac{9 - 11}{10} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$$

Yhtälön toinen ratkaisu on siis  $x = -\frac{1}{5}$ .

**Vastaus**  $p = 5$  ja  $x = -\frac{1}{5}$

## 1.22

Ratkaistaan yhtälö ratkaisukaavalla.

$$9x^2 + bx + 4 = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4}}{2 \cdot 9}$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 144}}{18}$$

Yhtälöllä on täsmälleen yksi ratkaisu, kun toisen asteen yhtälön ratkaisukaavan juurettava lauseke  $b^2 - 144$  saa arvon nolla.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $b$ .

$$b^2 - 144 = 0$$
$$b = \pm 12$$

**Vastaus**  $b = -12$  tai  $b = 12$



### 1.23

a)

Toisen asteen yhtälöllä on vain yksi ratkaisu esimerkiksi silloin, kun sillä kaksi samaa tekijää.

Esimerkiksi yhtälöllä  $(x - 3)^2 = 0$  on vain yksi ratkaisu, sillä

$$\begin{aligned}(x - 3)^2 &= 0 \\(x - 3)(x - 3) &= 0 \\x - 3 &= 0 \\x &= 3\end{aligned}$$

b)

Toisen asteen yhtälöllä on toisena ratkaisuna  $x = 2$  esimerkiksi silloin, kun toisen tekijän lausekkeen arvo on 0, kun  $x = 2$ .

Esimerkiksi yhtälöllä  $x(x - 2) = 0$  on toisena ratkaisuna  $x = 2$ , sillä

$$\begin{aligned}x(x - 2) &= 0 \\x = 0 \text{ tai } x - 2 &= 0 \\x &= 2\end{aligned}$$

c)

Toisen asteen yhtälöllä ei ole yhtään ratkaisua esimerkiksi silloin, kun toisen asteen termi on yhtä suuri kuin negatiivinen luku, sillä luvun neliö on aina positiivinen luku.

Esimerkiksi yhtälöllä  $x^2 = -2$  ei ole yhtään ratkaisua, sillä

$$\begin{aligned}x^2 &= -2 \quad | \sqrt{\quad} \\x &= \pm\sqrt{-2}\end{aligned}$$

eikä neliöjuuri ole määritelty negatiivisilla luvuilla.

**Vastaus** a)  $(x - 3)^2 = 0$     b)  $x(x - 2) = 0$     c)  $x^2 = -2$