Binomi 4 – Luku 14 – Tehtävien malliratkaisut

6.1

a)

Esitetään suoran S yhtälö ratkaistussa muodossa.

$$\begin{aligned}
5x + 2y - 10 &= 0 \\
2y &= -5x + 10 \qquad | : 2 \\
y &= -\frac{5}{2}x + 5
\end{aligned}$$

Suoran kulmakerroin on muuttujan x kerroin eli $k = -\frac{5}{2}$.

b)

Koska kulmakerroin on negatiivinen, suora on laskeva.

c)

Suora leikkaa y-akselin, kun x-koordinaatti on 0. Leikkauspisteen y-koordinaatti on suoran vakiotermi eli 5. Suora S leikkaa siis y-akselin pisteessä $(0, 5)$.

d)

Suora leikkaa x-akselin, kun y-koordinaatti on 0. Selvitetään leikkauspisteen x-koordinaatti sijoittamalla $y = 0$ suoran yhtälöön ja ratkaisemalla *x.*

$$\begin{aligned}
0 &= -\frac{5}{2}x + 5 \\
\frac{5}{2}x &= 5 \qquad | \cdot 2 \\
5x &= 10 \qquad | : 5 \\
x &= 2
\end{aligned}$$

Suora S leikkaa x-akselin pisteessä $(2, 0)$.

Vastaus **a)** $k = -\frac{5}{2}$ **b)** laskeva **c)** $(0, 5)$ **d)** $(2, 0)$

14.2

Lasketaan suoran kulmakerroin. Nyt $(x_1, x_2) = (-3, 20)$ ja $(x_2, y_2) = (5, -4)$.

$$k = \frac{-4 - 20}{5 - (-3)} = \frac{-24}{8} = -3$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (5, -4)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - (-4) &= -3(x - 5) \\ y + 4 &= -3x + 15 \\ y &= -3x + 11 \end{aligned}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Suoran yhtälö on $y = -3x + 11$.

Vastaus $y = -3x + 11$

14.3

Suorat ovat yhdensuuntaiset, kun niiden kulmakertoimet ovat sama.

Määritetään ensin suoran $2x - 5y = 2$ esittämällä se ratkaistussa muodossa.

$$
\begin{aligned}
2x - 5y &= 2 \\
-5y &= -2x + 2 \quad |:(-5) \\
y &= \frac{2}{5}x + \frac{2}{5}
\end{aligned}
$$

Suoran kulmakerroin on muuttujan *x* kerroin, kun suoran yhtälö on ratkaistussa muodossa.

Suoran $2x - 5y = 2$ kulmakerroin on siis $\frac{2}{5}$.

Suora $y = kx + 3$ on jo ratkaistussa muodossa, joten jos $k = \frac{2}{5}$,
niin suorilla on sama kulmakerroin ja suorat ovat yhdensuuntaiset.

Vastaus $k = \frac{2}{5}$

14.4

a)

Jos suora kulkee pisteen $(12, -16)$ kautta, niin pisteen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön. Sijoitetaan arvot $x = 12$ ja $y = -16$ ja ratkaistaan vakio *b.*

$$
\begin{aligned}
-16 &= -8 \cdot 12 + b \\
-16 &= -96 + b \\
b &= 80
\end{aligned}
$$

b)

Suora leikkaa y-akselin pisteessä $(0, b)$, missä b on suoran vakiotermi.
Näin ollen suoran ja y-akselin leikkauspiste on $(0, 80)$.

Suora leikkaa x-akselin, kun $y = 0$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan *x.*

$$
\begin{aligned}
0 &= -8x + 80 \\
8x &= 80 \qquad | : 8 \\
x &= 10
\end{aligned}
$$

Suoran ja x-akselin leikkauspiste on siis $(10, 0)$.

Vastaus **a)** $b = 80$

b) $(0, 80)$ ja $(10, 0)$

14.5

Pisteiden koordinaatit ovat $A(3, 2)$, $B(-4, 3)$ ja $C(1, -2)$.

Tutkitaan ensin, toteuttavatko pisteen koordinaatit suoran yhtälön.
Jos toteuttaa, tutkitaan kulmakertoimen avulla, voiko suoran yhtälö esittää kuvan suoraa.

1) $y = 2x$

Suoran vakiotermi $b = 0$, joten suora leikkaa y-akselin pisteessä $(0, 0)$.
Kuvan perusteella yksikään suora ei kulje pisteen $(0, 0)$ kautta, joten mikään kuvan suorista ei esitä suoraa $y = 2x$.

2) $y = -2x - 5$

Suoran vakiotermi on $b = -5$, joten suora leikkaa y-akselin pisteessä $(0, -5)$.
Kuvassa on suora, joka kulkee kyseisen pisteen kautta sekä pisteen $B(-4, 3)$ kautta.
Tutkitaan toteuttaako piste B suoran yhtälön.

$y = -2x - 5$
$3 = -2 \cdot (-4) - 5$
$3 = 3$

Koordinaatit toteuttavat yhtälön, joten suora $y = -2x - 5$ on pisteen B kautta kulkeva laskeva suora.

3) $y - 2 = x - 3$

Esitetään suoran yhtälö ratkaistussa muodossa.

$y - 2 = x - 3 \quad | + 2$
$y = x - 1$

Suoran vakiotermi on $b = -1$, joten suora leikkaa y-akselin pisteessä $(0, -1)$.
Kuvan perusteella yksikään suora ei kulje pisteen $(0, -1)$ kautta, joten mikään kuvan suorista ei esitä suoraa $y - 2 = x - 3$.

4) $y - 3 = 3(x + 4)$

Suoran yhtälö on muodossa $y - y_0 = k(x - x_0)$, joten suora kulkee pisteen $(-4, 3)$ kautta ja sen kulmakerroin on 3. Suora on siis nouseva ja kulkee pisteen B kautta.

Ratkaistaan suoran ja x-akselin leikkauspiste, jossa $y = 0$.

$0 - 3 = 3(x + 4)$
$-3 = 3x + 12$
$3x = -15$
$x = -5$

Suora leikkaa x-akselin pisteessä $(-5, 0)$. Kuvassa pisteen B kautta kulkeva nouseva suora leikkaa myös x-akselin samassa pisteessä, joten pisteen B kautta kulkeva nouseva suora on $y - 3 = 3(x + 4)$.

5) $3y + 7x = 1$

Esitetään suoran yhtälö ratkaistussa muodossa.

$$\begin{aligned} 3y + 7x &= 1 \\ 3y &= -7x + 1 \\ y &= -\tfrac{7}{3}x + \tfrac{1}{3} \end{aligned}$$

Suoran vakiotermi on $b = \frac{1}{3}$, joten suora leikkaa y-akselin pisteessä $\left(0, \frac{1}{3}\right)$. Kuvan perusteella yksikään suora ei kulje kyseisen pisteen kautta, joten mikään kuvan suorista ei esitä suoraa $3y + 7x = 1$.

6) $y - \frac{3}{2} = \frac{1}{6}x$

Esitetään suoran yhtälö ratkaistussa muodossa.

$$\begin{aligned} y - \tfrac{3}{2} &= \tfrac{1}{6}x \\ y &= \tfrac{1}{6}x + \tfrac{3}{2} \end{aligned}$$

Suoran vakiotermi on $b = \frac{3}{2}$, joten suora leikkaa y-akselin pisteessä $\left(0, \frac{3}{2}\right)$.
Suoran kulmakerroin on $k = \frac{1}{6}$, joten se on nouseva.

Kuvassa on suora, joka kulkee kyseisen pisteen $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ kautta ja on nouseva. Kyseinen suora kulkee myös pisteen $A(3, 2)$. Tutkitaan, toteuttavatko pisteen A koordinaatit suoran yhtälön.

$$\begin{aligned} y - \tfrac{3}{2} &= \tfrac{1}{6}x \\ 2 - \tfrac{3}{2} &= \tfrac{1}{6} \cdot 3 \\ \tfrac{1}{2} &= \tfrac{3}{6} \\ \tfrac{1}{2} &= \tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

Koordinaatit toteuttavat yhtälön, joten suora $y - \frac{3}{2} = \frac{1}{6}x$ on pisteen A kautta kulkeva nouseva suora.

Vastaus		
	1) suoraa ei ole piirretty kuvaan	**2)** suora kulkee pisteen B kautta
	3) suoraa ei ole piirretty kuvaan	**4)** suora kulkee pisteen B kautta
	5) suoraa ei ole piirretty kuvaan	**6)** suora kulkee pisteen A kautta

Huom. Tehtävä on ollut monivalintatehtävä, jossa perusteluja ei ole tarvinnut kirjoittaa vastaukseen.

14.6

Lasketaan suoran S_2 kulmakerroin. Nyt $(x_1, y_1) = (-6, 8)$ ja $(x_2, y_2) = (-2, 12)$.

$$k = \frac{12 - 8}{-2 - (-6)} = \frac{4}{4} = 1$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (-6, 8)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - 8 &= 1\big(x - (-6)\big) \\ y - 8 &= x + 6 \\ y &= x + 14 \end{aligned}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Selvitetään suorien leikkauspiste ratkaisemalla yhtälöpari.

$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ y = x + 14 \end{cases}$$

Sijoitetaan alempi yhtälö ylempään.

$$\begin{aligned} 4x - (x + 14) &= 7 \\ 4x - x - 14 &= 7 \\ 3x &= 21 \quad |:3 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Ratkaistaan leikkauspisteen y-koordinaatti sijoittamalla $x = 7$ jompaankumpaan suoran yhtälöön.

$$y = 7 + 14 = 21$$

Suorien leikkauspiste on $(7, 21)$.

Vastaus $(7, 21)$

14.7

Selvitetään leikkauspisteet ratkaisemalla yhtälöpari.

$$\begin{cases} 3x + y = -3 \\ y = 2x^2 + x - 3 \end{cases}$$

Sijoitetaan alempi yhtälö ylempään.

$$3x + 2x^2 + x - 3 = -3 \quad | + 3$$
$$2x^2 + 4x = 0$$

Ratkaistaan yhtälö tulon nollasäännön avulla.

$$2x^2 + 4x = 0$$
$$x(2x + 4) = 0$$
$$x = 0 \quad \text{tai} \quad 2x + 4 = 0$$
$$2x = -4$$
$$x = -2$$

Ratkaistaan leikkauspisteen y-koordinaatti sijoittamalla $x = 0$ ja $x = -2$ suoran yhtälöön.

$$3 \cdot 0 + y = -3$$
$$y = -3$$

$$3 \cdot (-2) + y = -3 \quad | + 6$$
$$y = 3$$

Suoran ja paraabelit leikkauspisteet ovat $(0, -3)$ ja $(-2, 3)$.

Vastaus $(-2, 3)$ ja $(0, -3)$

14.8

a)

Tennisvuorojen vuosihinta kuukausikorttilaiselle y (€) muodostuu vuosikortin hinnasta 160 €, johon lisätään 3 € jokaisesta tennisvuorosta x.

Mallintavan suoran kulmakerroin on siis 3 ja y-akselin leikkauspiste (0, 160).

Kokonaiskustannuksia (€) mallintaa suora

$y = 3x + 160.$

$y = kx + b$
- $k = 3$
- $b = 160$

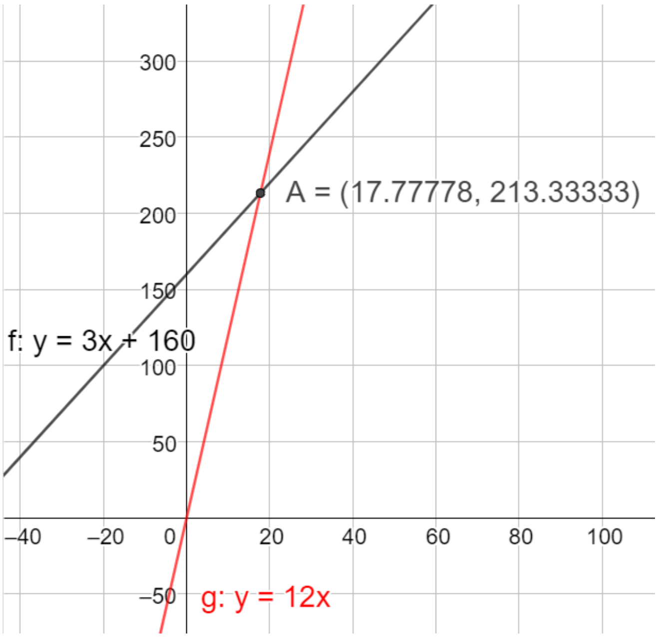
b)

Ilman vuosikorttia vuoron hinta on 12 €. Tällöin kustannuksia vuodessa (€) kuvaa suora $y = 12x$, kun x on tennisvuorojen määrä.

Selvitetään, milloin kausikorttilaisen vuosimaksu on pienempi ratkaisemalla yhtälöpari.

$$\begin{cases} y = 3x + 160 \\ y = 12x \end{cases}$$

$x = 17{,}777\ldots \quad y = 213{,}333\ldots$



Kun tennisvuoroja on vähintään 18, niin kausikortin ottaminen kannattaa.

Vastaus **a)** $y = 3x + 160$

b) 18 kertaa

14.9

a)

Olkoon y vastikkeen suuruus (€) ja x asunnon pinta-ala (m^2). Riippuvuutta kuvaava suora kulkee tällöin pisteiden (75; 315,00) ja (33; 205,80) kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{315{,}00 - 205{,}80}{75 - 33} = 2{,}6 \quad \longleftarrow \quad \boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (75; 315{,}00)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$\begin{aligned} y - 315{,}00 &= 2{,}6(x - 75) \\ y &= 2{,}6x + 120 \end{aligned} \quad \longleftarrow \quad \boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$$

Yhtiövastike riippuu asunnon pinta-alasta yhtälön $y = 2{,}6x + 120$ mukaisesti.

b)

Lasketaan vastikkeen suuruus y, kun $x = 92$.

$$y = 2{,}6 \cdot 92 + 120 = 359{,}20 \text{ (€)}$$

Yhtiövastike on 359,20 €.

c)

Kun vastike on 255,20 €, $y = 255{,}20$. Sijoitetaan arvo suoran yhtälöön ja ratkaistaan x.

$$\begin{aligned} 255{,}20 &= 2{,}6x + 120 \\ x &= 52 \end{aligned}$$

Asunnon pinta-ala on 52 m^2.

Vastaus **a)** $y = 2{,}6x + 120$

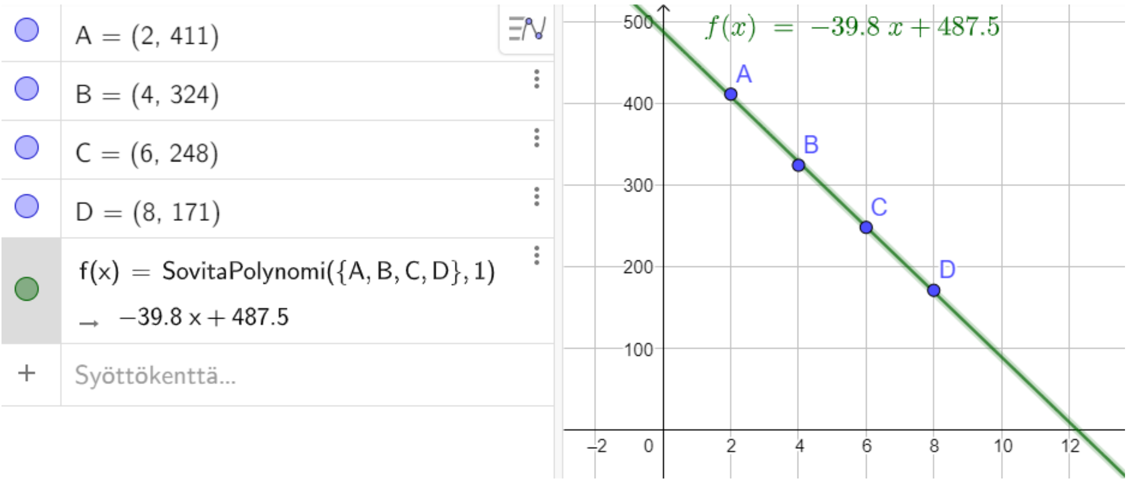
b) 359,20 €

c) 52 m^2

14.10

a)

Merkitään pisteet koordinaatistoon ja määritetään pistejoukkoa kuvaava yhtälö.



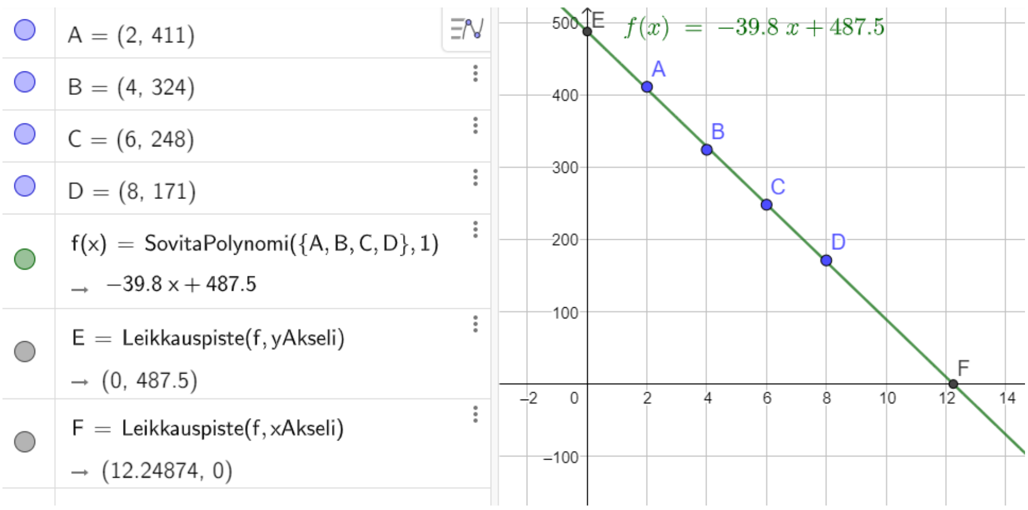
Jäljellä olevien sivujen määrä y riippuu käytetystä ajasta x (h) yhtälön $y = -40x + 488$.

b)

Kun kirjaa ei ole vielä luettu yhtään, käytetty aika $x = 0$. Suora leikkaa y-akselin, kun $x = 0$ ja leikkauspisteen x-koordinaatti on suoran yhtälön vakiotermi 488. Kirjassa on siis 488 sivua.

c)

Malli on pätevä, kun sivujen määrä sekä käytetty aika ovat positiivisia lukuja.
Selvitään mallin pätevyysalue etsimällä suoran ja koordinaattiakselien leikkauspisteet.



Malli on siis pätevä välillä $0 \leq x \leq 12{,}2$ (h).

Vastaus **a)** $y = -40x + 488$ **b)** 488 sivua **c)** $0 \leq x \leq 12{,}2$ (h)

14.11

a)

Muodostetaan annetuista tiedoista taulukko.

Mainontaraha (€)	Myyntitulot (€)
150	3000
330	4800
x	y

Lineaarista mallia kuvaa suora. Muodostetaan sen suoran yhtälö, joka kulkee pisteiden (150, 3000) ja (330, 4800) kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{4800 - 3000}{330 - 150} = 10$$

$$\boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Valitaan suoran tunnetuksi pisteeksi $(x_0, y_0) = (150, 3000)$.
Sijoitetaan pisteen koordinaatit ja kulmakertoimen arvo suoran yhtälöön.

$$y - 3000 = 10(x - 150)$$
$$y = 10x + 1500$$

$$\boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$$

Myyntitulo (€) riippuu mainontaan käytetystä rahasta yhtälön $y = 10x + 1500$ mukaisesti.

b)

Kun myyntitulot ovat 8000 €, $y = 8000$. Muodostetaan mallin avulla yhtälö ja ratkaistaan x.

$$8000 = 10x + 1500$$
$$x = 650 \ (€)$$

Mainontaan tulisi käyttää 650 €.

c)

Mainontaan ei voi käyttää negatiivista määrää rahaa, joten $x \geq 0$. Toisaalta mainontaan voi käyttää korkeintaan 650 €. Malli on siis pätevä, kun $0 \leq x \leq 650$.

Vastaus **a)** $y = 10x + 1500$ **b)** 650 € **c)** $0 \leq x \leq 650$

14.12

a)

Muodostetaan annetuista tiedoista taulukko.

Korkeus (km)	Lämpötila (°C)
0	15
11	-56
x	y

Lämpötila laskee lineaarisen mallin kulmakertoimen verran yhden kilometrin matkalla.

Lasketaan kulmakerroin.

$$k = \frac{-56-15}{11-0} = -\frac{71}{11} = -6{,}4545\ldots \approx -6{,}5$$

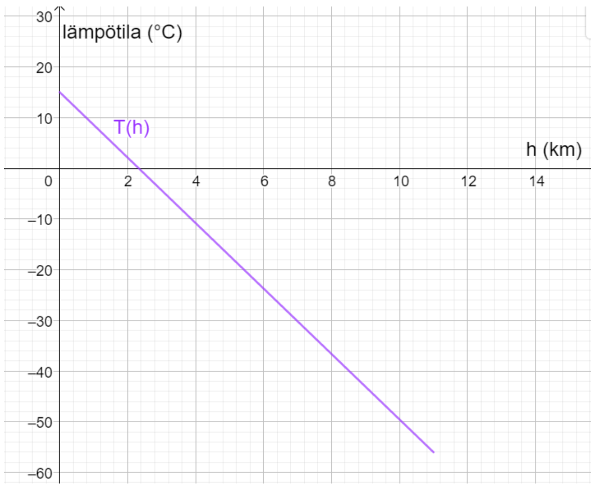
Lämpötila laskee 6,5 °C.

b)

Muodostetaan ilman lämpötilaa kuvaavan suoran yhtälö. Suoran kulmakerroin on $k = -\frac{71}{11}$. Valitaan tunnetuksi pisteeksi (0, 15) ja sijoitetaan arvot suoran yhtälöön.

$$y - 15 = -\frac{71}{11}(x-0)$$
$$y = -\frac{71}{11}x + 15$$

Lämpötila (°C) riippuu siis korkeudesta (km) mallin $T(h) = -\frac{71}{11}h + 15$ mukaisesti, kun $0 \le h \le 11$.



Vastaus **a)** 6,5 °C
b) $T(h) = -\frac{71}{11}h + 15$, kun $0 \le h \le 11$

14.13

a)

Kun kynttilää on poltettu 0 h, sen korkeus on 100 cm. Kun kynttilä on palanut loppuun, sen korkeus on 0 cm ja aikaa on kulunut 450 h.

Kynttilän pituutta mallintava suora leikkaa y-akselin pisteessä (0, 100), joten $b = 100$.

Ratkaistaan kulmakerroin k suoran yhtälön avulla.

$$0 = k \cdot 450 + 100$$
$$k = -\frac{2}{9}$$

Lauseke on siis $y = -\frac{2}{9}t + 100$.

b)

Kynttilät ovat yhtä pitkiä, kun niiden lausekkeet saavat saman arvon.
Merkitään lausekkeet yhtä suuriksi ja ratkaistaan t.

$$-\frac{2}{9}t + 100 = 120 - 0{,}005t^2$$
$$t = -44{,}813 \ldots \quad \text{tai} \quad t = 89{,}258 \ldots$$

Aika on positiivinen luku, joten $t = 89{,}258 \ldots \approx 89$ (h).

Kynttilät ovat yhtä pitkät 89 tunnin kuluttua.

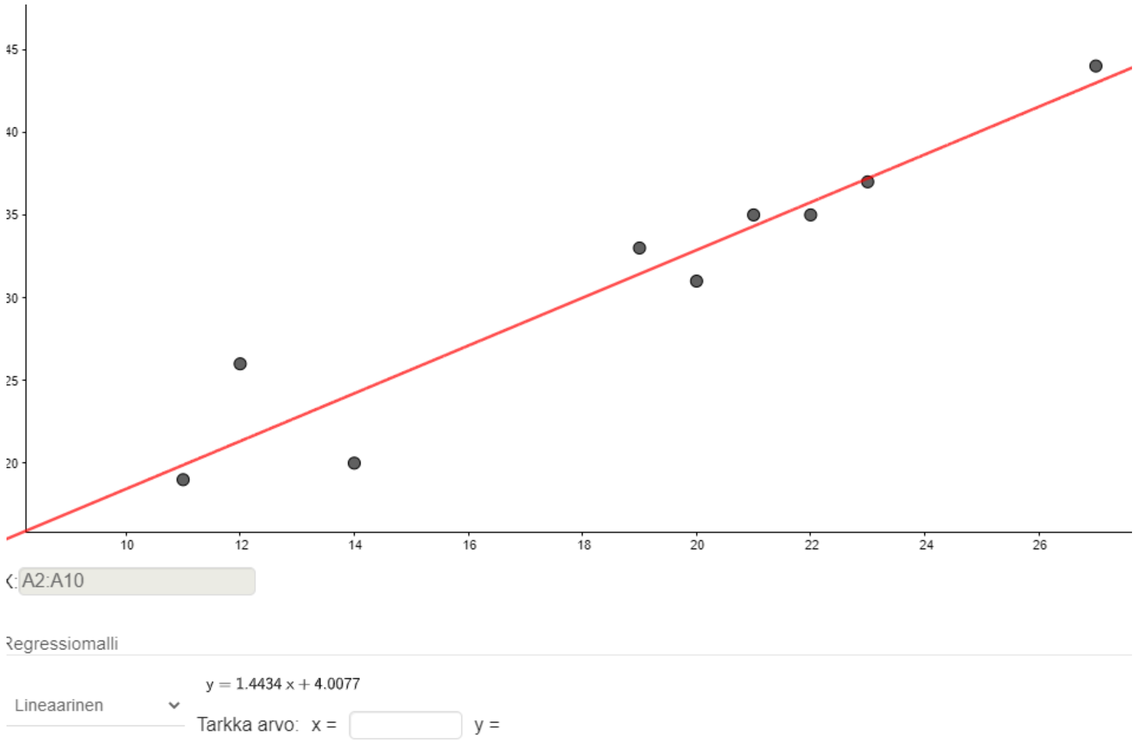
Vastaus **a)** $y = -\frac{2}{9}t + 100$, eli $k = -\frac{2}{9},\ b = 100$

b) 89 h

14.14

a)

Piirretään pistejoukko koordinaatistoon ja sovitetaan pistejoukkoon ohjelmiston avulla suora.



Heinäsirkkojen siritysten määrä y riippuu lämpötilasta x (°C) suoran $y = 1{,}44x + 4{,}01$ mukaisesti.

b)

Lasketaan mallin avulla siritysten määrä, kun $x = 37{,}2$.

$y = 1{,}44 \cdot 37{,}2 + 4{,}01 = 57{,}578 \approx 58$

Lämpötilassa 37,2 °C kuulisi 58 siritystä.

c)

Lasketaan mallin avulla siritysten määrä, kun $x = 2$.

$y = 1{,}44 \cdot 2 + 4{,}01 = 6{,}89 \approx 7$

Mallin mukaan sirityksiä olisi 7. Todellisuudessa heinäsirkat eivät liiku noin alhaisessa lämpötilassa, joten malli ei toimi pienillä lämpötilan arvoilla.

Vastaus **a)** $y = 1{,}44x + 4{,}01$ **b)** 58 siritystä **c)** 7, malli ei päde

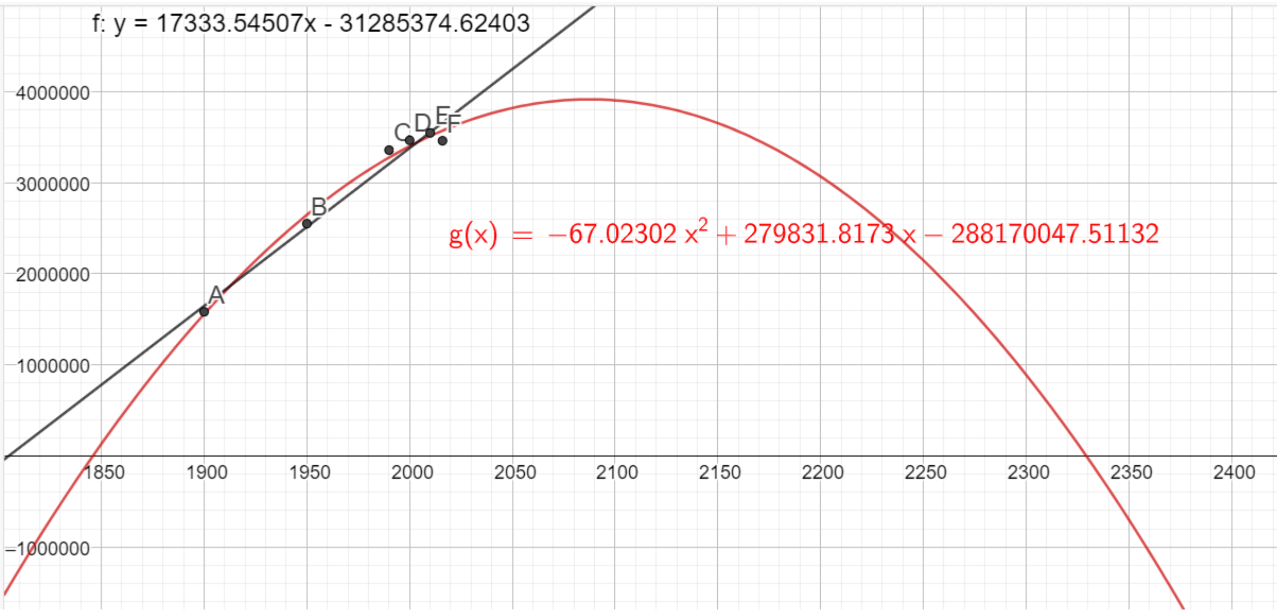
14.15

Lasketaan 15–64-vuotiaiden asukkaiden lukumäärät eri vuosina.

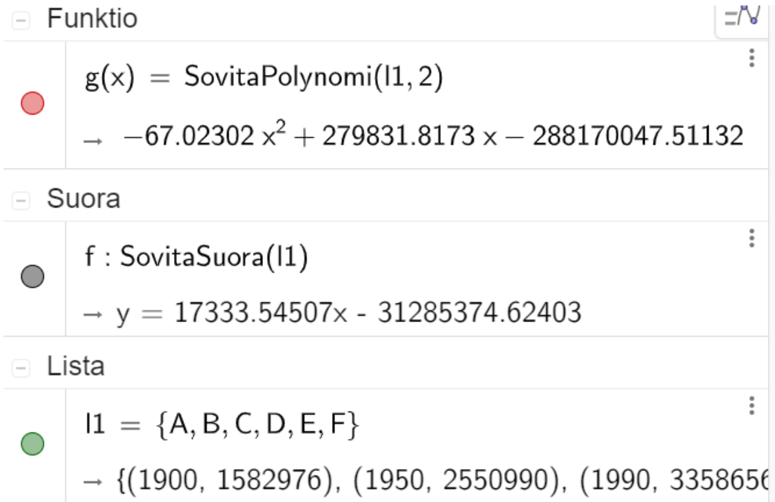
Vuosi	Väkiluku	14–64 %-osuus	14–64-vuotiaiden lukumäärä
1900	2656000	59,6	$2656000 \cdot 0{,}596 = 1582976$
1950	4030000	63,3	$4030000 \cdot 0{,}633 = 2550990$
1990	4998000	67,2	$4998000 \cdot 0{,}672 = 3358656$
2000	5181000	66,9	$5181000 \cdot 0{,}669 = 3466089$
2010	5375000	66,0	$5375000 \cdot 0{,}66 = 3547500$
2016	5503000	62,9	$5503000 \cdot 0{,}629 = 3461387$

Vuosi on selittävä tekijä (x) ja väkiluku selitettävä (y).

Piirretään pistejoukko koordinaatistoon ja sovitetaan pistejoukkoon ohjelmiston avulla suora ja polynomi.



Annetaan mallien lukuarvot neljän merkitsevän numeron tarkkuudella.



Väkilukua (1000 asukasta) mallintaa lineaarinen malli

$y = 17{,}33x - 31290.$

Väkilukua (1000 asukasta) mallintaa polynomi

$y = -0{,}06702x^2 + 279{,}8 - 288200.$

Selvitetään mallien antamat arvot vuosina 2035 ja 2350 kuvaajasta.

Vuosi 2035

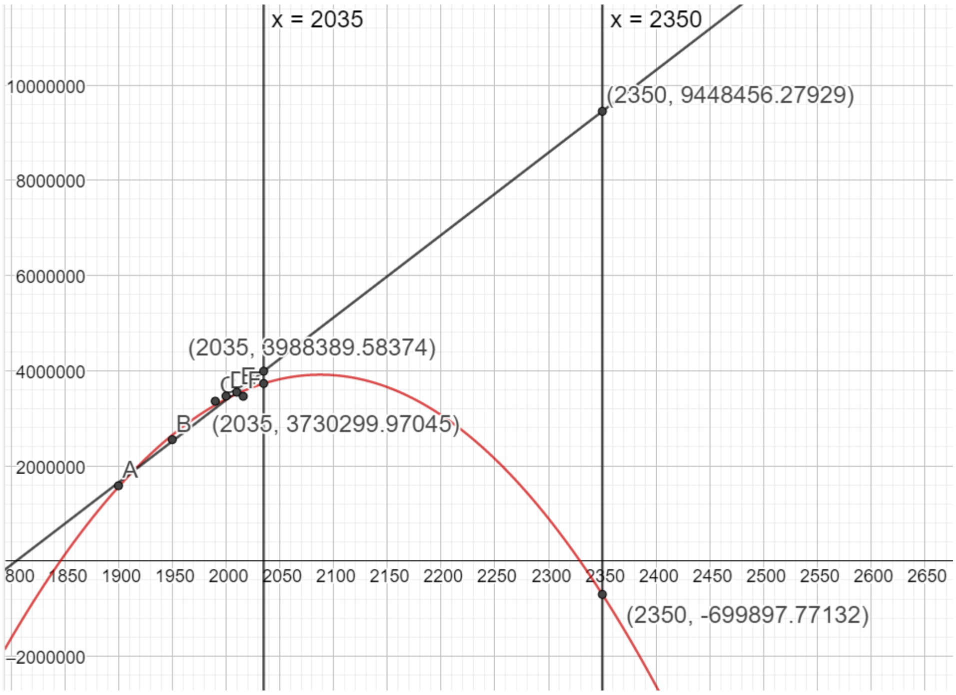
Lineaarinen malli:
3 988 000

Toisen asteen malli:
3 730 000

Vuosi 2350

Lineaarinen malli
9 448 000

Toisen asteen malli
−699 900



Vuoden 2035 ennusteet vaikuttavat kummassakin mallissa mahdollisilta.

Toisen asteen malli ennustaa vuonna 2350 negatiivisen väkiluvun, mikä on järjetön. Lineaarisen mallin väkiluku on suuri mutta mahdollinen.

Vastaus Lineaarinen malli on $y = 17{,}33x - 31290$ (tuhatta ihmistä). Toisen asteen malli on $y = -0{,}06702x^2 + 279{,}8x - 288200$ (tuhatta ihmistä). Lineaarisen mallin ennusteet vuosille 2035 ja 2350 ovat 3 988 000 ja 9 448 000. Toisen asteen mallin ennusteet vuosille 2035 ja 2350 ovat 3 730 000 ja −699 900. Kummankin mallin ennuste vuodelle 2035 vaikuttaa mielekkäältä. Lineaarisen mallin ennuste vuodelle 2350 vaikuttaa suurelta TAI mahdolliselta. Toisen asteen mallin ennuste vuodelle 2350 on ilmeisen järjetön, sillä ihmisten lukumäärä ei voi olla negatiivinen.

14.16

a)

$$x^4 = 6561 \quad \Big| \sqrt[4]{}$$
$$x = \pm\sqrt[4]{6561}$$
$$x = \pm 9$$

Parillinen juuri, joten
± -ratkaisut.

b)

$$-2x^5 = 64 \quad |:(-2)$$
$$x^5 = -32 \quad \Big| \sqrt[5]{}$$
$$x = \sqrt[5]{-32}$$
$$x = -2$$

c)

$$x^3 - 7 = 0$$
$$x^3 = 7 \quad \Big| \sqrt[3]{}$$
$$x = \sqrt[3]{7}$$

d)

$$4x^6 - 12 = 0$$
$$4x^6 = 12 \quad |:4$$
$$x^6 = 3 \quad \Big| \sqrt[6]{}$$
$$x = \pm\sqrt[6]{3}$$

Vastaus **a)** $x = \pm 9$

b) $x = -2$

c) $x = \sqrt[3]{7}$

d) $x = \pm\sqrt[6]{3}$

14.17

a)

Muodostetaan yhtälö $f(x) = 0$ ja ratkaistaan *x.*

$$\begin{aligned} 3x^7 + 6 &= 0 \\ 3x^7 &= -6 && \mid :3 \\ x^7 &= -2 && \mid \sqrt[7]{} \\ x &= \sqrt[7]{-2} \\ x &= -1{,}1040\ldots \approx -1{,}10 \end{aligned}$$

b)

Muodostetaan yhtälö $f(x) = 0$ ja ratkaistaan *x.*

$$\begin{aligned} -5x^4 + 15 &= 0 \\ -5x^4 &= -15 && \mid :(-5) \\ x^4 &= 3 && \mid \sqrt[4]{} \\ x &= \pm\sqrt[4]{3} \\ x &= \pm 1{,}3160\ldots \approx 1{,}32 \end{aligned}$$

Vastaus **a)** $x = \sqrt[7]{-2} \approx -1{,}10$

b) $x = \pm\sqrt[4]{3} \approx \pm 1{,}32$

14.18

a)

Selvitetään oikeat kuvaajat testipisteiden avulla.

$f(-1) = 2 \cdot (-1)^3 = -2$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(-1, -2)$ kautta.

$f(1) = 2 \cdot 1^3 = 2$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(1, 2)$ kautta.

Tällainen kuvaaja on C.

$g(-1) = -0{,}1 \cdot (-1)^5 = 0{,}1$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(-1;\ 0{,}1)$ kautta.

$g(-1) = -0{,}1 \cdot 1^3 = -0{,}1$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(1;\ -0{,}1)$ kautta.

Tällainen kuvaaja on B.

$h(-1) = (-1)^4 = 1$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(-1, 1)$ kautta.

$h(1) = 1^3 = 1$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(1, 1)$ kautta.

Tällainen kuvaaja on A.

$k(-1) = -0{,}1 \cdot (-1)^6 = -0{,}1$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(-1;\ -0{,}1)$ kautta.

$k(1) = -0{,}1 \cdot 1^3 = -0{,}1$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(1;\ -0{,}1)$ kautta.

Tällainen kuvaaja on D.

Vastaus f – C

g – B

h – A

k – D

14.19

a)

$\sqrt[3]{17} = 17^{\frac{1}{3}} = 2{,}571\ldots \approx 2{,}6$

b)

$\sqrt[8]{9} = \sqrt[8]{3^2} = 3^{\frac{2}{8}} = 3^{\frac{1}{4}} = 1{,}316\ldots \approx 1{,}3$

c)

$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} = 2^{\frac{4}{12}+\frac{3}{12}} = 2^{\frac{7}{12}} = 1{,}498\ldots \approx 1{,}5$

d)

$\left(\sqrt[8]{100}\right)^2 = \left(\sqrt[8]{100}\right)^2 = \left(\sqrt[8]{10^2}\right)^2 = \left(10^{\frac{2}{8}}\right)^2 = 10^{2\cdot\frac{2}{8}} = 10^{\frac{1}{2}} = 3{,}162\ldots \approx 3{,}2$

Vastaus **a)** $17^{\frac{1}{3}} \approx 2{,}6$

b) $3^{\frac{1}{4}} \approx 1{,}3$

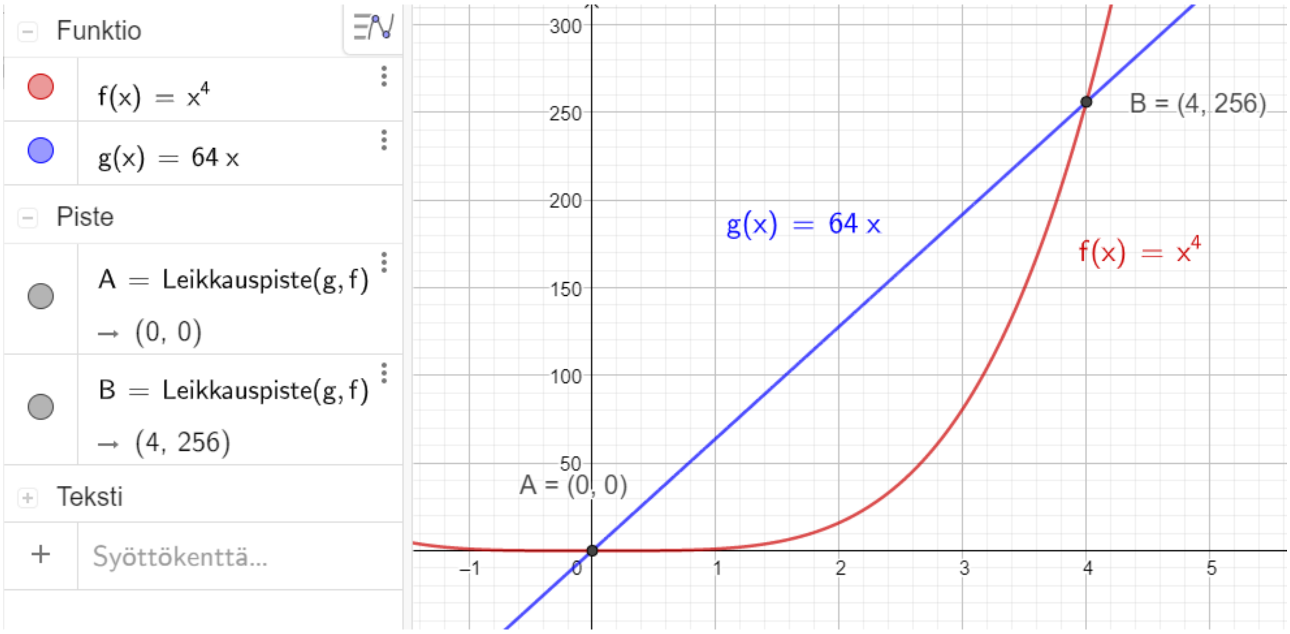
c) $2^{\frac{7}{12}} \approx 1{,}5$

d) $10^{\frac{1}{2}} \approx 3{,}2$

14.20

a)

Piirretään funktioiden kuvaajat ja etsitään niiden leikkauspisteet.



Leikkauspisteet ovat (0, 0) ja (4, 256).

b)

Lasketaan funktioiden arvot, kun $x = 0$ ja $x = 4$.

$f(0) = 0^4 = 0$ $\qquad g(0) = 64 \cdot 0 = 0$

$f(4) = 4^4 = 256$ $\qquad g(4) = 64 \cdot 4 = 256$

Molemmat funktiot kulkevat pisteiden (0, 0) ja (4, 256) kautta,
ne myös leikkaavat kyseisissä pisteissä.

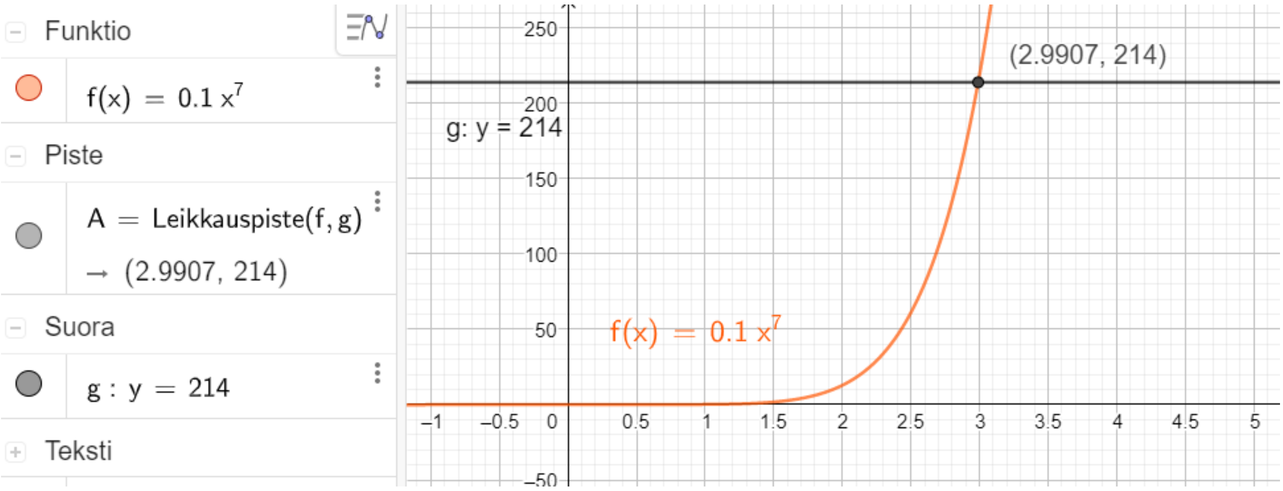
Vastaus **a)** (0, 0) ja (4, 256)

b) $f(0) = g(0) = 0,\ f(4) = g(4) = 256$

14.21

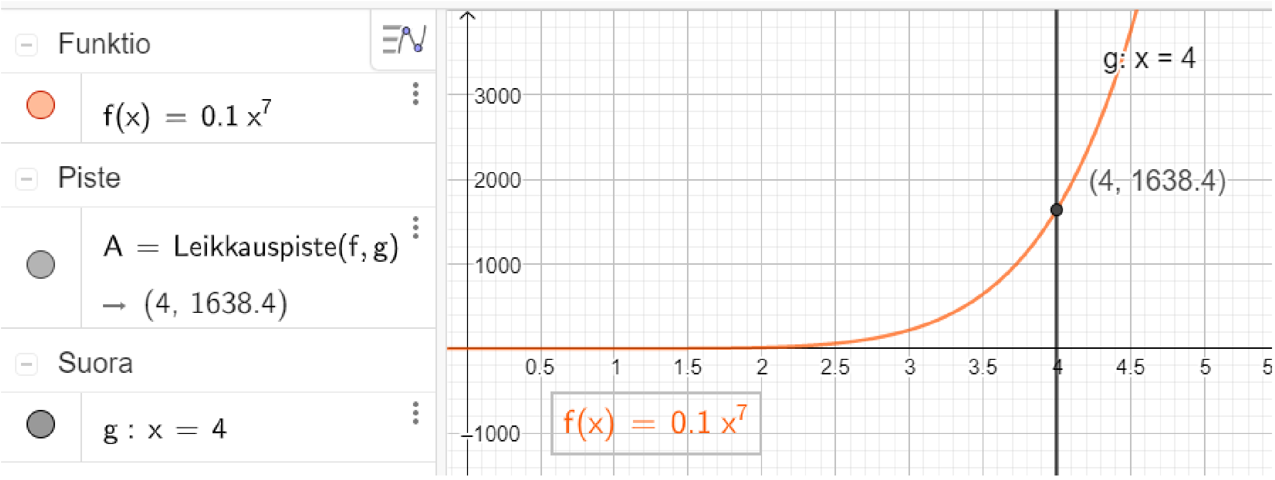
a)
$f(2) = 0{,}1 \cdot 2^7 = 12{,}8$
$f(40) = 0{,}1 \cdot 40^7 = 16384000000 \approx 1{,}64 \cdot 10^{10}$

b)
Piirretään funktion f kuvaaja ja selvitetään yhtälön ratkaisu etsimällä funktion ja suoran $y = 214$ leikkauspisteet.



Leikkauspiste on (2,9907... ; 214), joten yhtälön $f(x) = 0{,}1x^7$ ratkaisu on $x = 2{,}9907\ldots \approx 2{,}99$.

c)
Piirretään funktion kanssa samaan kuvaajaan suora $x = 4$ ja etsitään funktion ja suoran leikkauspiste.



Funktio leikkaa suoran $x = 4$ pisteessä (4; 1638,4).

Vastaus **a)** $f(2) = 12{,}8$, $f(40) \approx 1{,}64 \cdot 10^{10}$ **b)** $x \approx 2{,}99$ **c)** (4; 1638,4)

14.22

a)

Geometrisessa lukujonossa jäsentä a_2 tulee kertoa 7 – 2 = 5 kertaa suhdeluvulla q, jotta saadaan jäsen a_5. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan suhdeluku q.

$$5 \cdot q^5 = 50$$
$$q = \sqrt[5]{10}$$

b)

Lukujonon 12. jäsen saadaan, kun kerrotaan suhdeluvulla q lukujonon 2. jäsentä 12 – 2 = 10 kertaa.

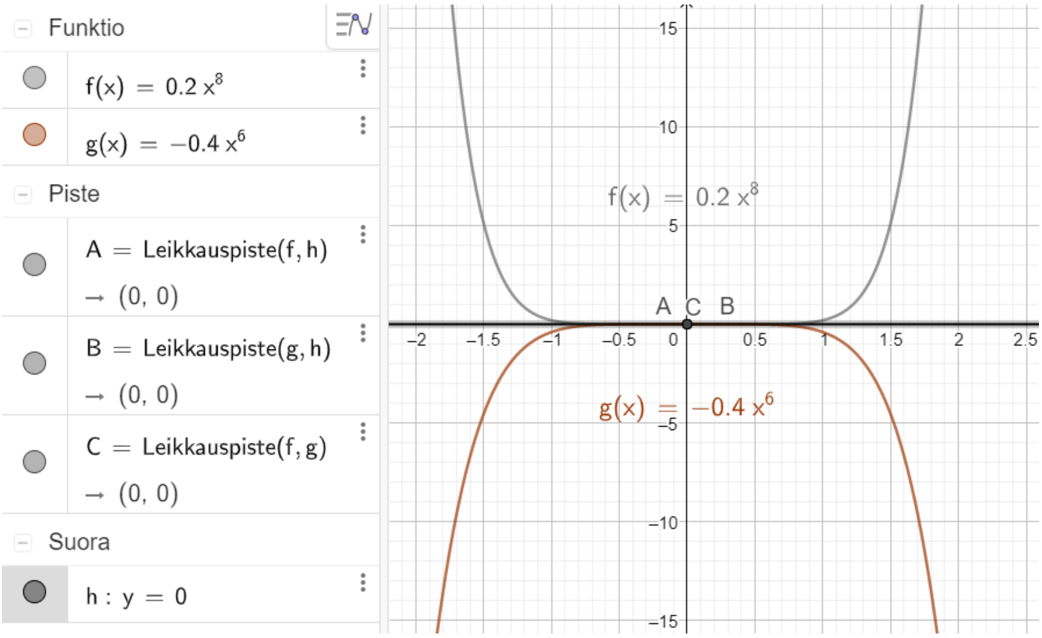
$$a_{12} = 5 \cdot \left(\sqrt[5]{10}\right)^{10} = 500$$

Vastaus **a)** $q = \sqrt[5]{10}$

b) $a_{12} = 500$

14.23

Piirretään koordinaatistoon funktioiden kuvaajat ja suora $y = 0$.



a) Väärin. Funktio *f* saa arvon nolla, kun $x = 0$. **Funktion *f* nollakohta on 0.**

b) Oikein. Funktio g saa arvon nolla, kun $x = 0$.

c) Väärin. Funktio g kulkee x-akselin alapuolella, ja koska sillä on vain yksi nollakohta, se ei käy x-akselin yläpuolella. **Funktio *g* saa vain arvoja, jotka ovat pienempiä tai yhtä suuria kuin 0.**

d) Oikein. Kuvaajat leikkaavat pisteessä (0, 0).

e) Väärin. **Kuvan perusteella funktion *f* arvot pienenevät negatiivisilla muuttujan *x* arvoilla ja kasvavat positiivisilla *x*:n arvoilla.**

Vastaus
a) Väärin. Funktion *f* nollakohta on 0
b) Oikein.
c) Väärin. Funktio g saa vain arvoja, jotka ovat pienempiä tai yhtä suuria kuin 0.
d) Oikein.
e) Väärin. Funktion *f* arvot pienenevät negatiivisilla muuttujan *x* arvoilla ja kasvavat positiivisilla *x*:n arvoilla.

14.24

a)

Muodostetaan jäljellä olevalle uraanille (mg) eksponentiaalinen malli, kun muuttuja on aika minuutteina tarkasteluhetkestä.

Uraanin puoliintumisaika on 58 minuuttia, joten 58 minuutin päästä on jäljellä $\frac{235\text{ mg}}{2} = 117{,}5$ mg. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan prosenttikerroin q.

$$\begin{aligned} 235 \cdot q^{58} &= 117{,}5 \\ q &= \pm 0{,}98812\ldots \end{aligned}$$

Prosenttikerroin on aina positiivinen. Jos uraanin määrä 0,98812…-kertaistuu minuutissa, sitä hajoaa $1 - 0{,}98812\ldots = 0{,}01188\ldots \approx 1{,}2\ \%$.

b)

Uraanin määrä tarkastelusta kuvaa funktio $f(t) = 235 \cdot 0{,}98812\ldots^{t}$, missä t on aika tarkasteluhetkestä. Kun aikaa on kulunut kaksi tuntia, $t = 2 \cdot 60 = 120$. Lasketaan uraanin määrä kahden tunnin päästä eli $f(120)$.

$$f(120) = 235 \cdot 0{,}98812\ldots^{120} = 56{,}00\ldots \approx 56{,}0\ (\text{mg})$$

Uraania on jäljellä 56,0 mg.

Vastaus **a)** 1,2 %

b) 56,0 mg

14.25

Kun arvo on kasvanut 28 %, se on 1 + 0,28 = 1,28 -kertaistunut.

Viiden vuoden päästä sijoituksen arvo on siis $1{,}28 \cdot 25000 = 32000$ €.
Muodostetaan eksponenttimallin avulla yhtälö ja ratkaistaan vuosittaista muutosta kuvaava prosenttikerroin q.

$$\begin{aligned} 25000 \cdot q^5 &= 32000 \\ q &= 1{,}05061 \ldots \end{aligned}$$

Vuosittainen kasvu oli $1{,}05061 \ldots - 1 = 0{,}05061 \ldots \approx 5{,}1$ %.

Vastaus 5,1 %

14.26

a)

Merkuriuksen etäisyys Auringosta on 57,9 Gm.
Sijoitetaan kiertoajan funktioon $x = 57{,}9$ ja lasketaan kiertoaika $T(57{,}9)$.

$T(57{,}9) = 0{,}20 \cdot 57{,}9^{1{,}5} = 88{,}114 \ldots \approx 88$ (d)

Merkuriuksen kiertoaika on 88 päivää.

b)

Muodostetaan yhtälö $T(x) = 4332$ ja ratkaistaan etäisyys *x.*

$$\begin{aligned} T(x) &= 4332 \\ 0{,}2x^{1{,}5} &= 4332 \\ x &= 777{,}032 \approx 777 \text{ (Gm)} \end{aligned}$$

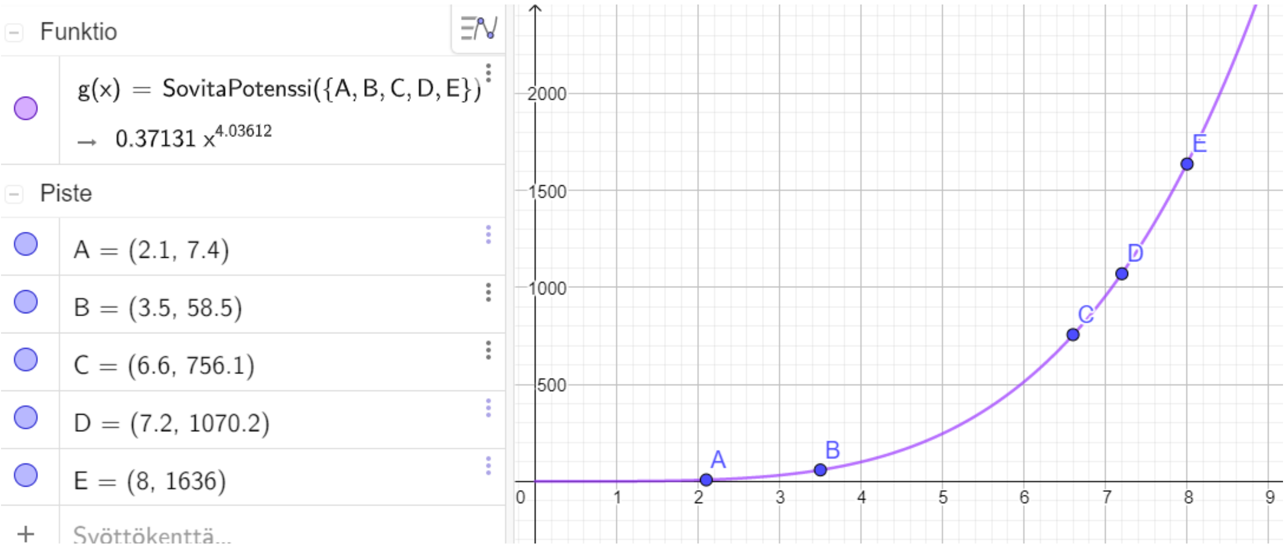
Vastaus **a)** 88 d

b) 777 Gm

14.27

a)

Sijoitetaan pisteet koordinaatistoon ja sovitetaan pistejoukkoon potenssifunktion kuvaaja.



Pistejoukkoa mallintaa käyrä $g(x) = 0{,}37131\ldots x^{4{,}03612\ldots}$,
joten kokonaislukupotenssin on oltava $n = 4{,}03612\ldots \approx 4$.

b)

Muodostettaan yhtälö ja ratkaistaan verrannollisuuskerroin a, kun tiedetään, että suureen y arvo on suoraan verrannollinen suureen x neljänteen potenssiin.

$$a \cdot 5{,}00^4 = 250{,}00$$
$$a = 0{,}40$$

Riippuvuutta kuvaa siis lauseke $y = 0{,}40x^4$

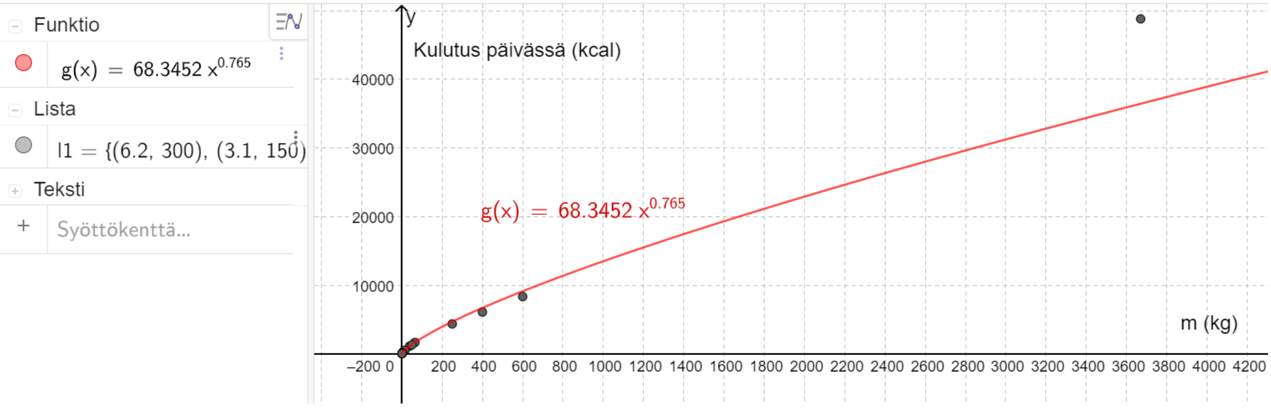
Vastaus **a)** $n = 4$

b) $y = 0{,}40x^4$

14.28

a)

Sijoitetaan pistejoukko koordinaatistoon ja sovitetaan pistejoukkoon potenssifunktion kuvaaja.



Eläimen energian kulutus päivässä (kcal) riippuu eläimen massasta (kg) funktion $g(x) = 68{,}3x^{0{,}765}$ mukaisesti.

b)

Sinivalas painaa 200 tonnia eli 200 000 kg. Lasketaan mallin ennustama kulutus eli $g(200000)$.

$g(200000) = 68{,}3 \ldots \cdot 200000^{0{,}765\ldots} = 775854{,}67 \ldots \approx 776000$ (kcal).

Sinivalas kuluttaa mallin mukaan päivässä 776 000 kcal.

Vastaus **a)** $g(x) = 68{,}3x^{0{,}765}$

b) 776 000 kcal

14.29

a)

Ilmoitetaan 81 kantaluvun 3 potenssina.

$$3^x = 81$$
$$3^x = 3^4$$
$$x = 4$$

b)

$$e^{5x-10} = 1$$
$$e^{5x-10} = e^0$$
$$5x - 10 = 0$$
$$5x = 10 \quad | : 5$$
$$x = 2$$

$e^0 = 1$

c)

$$2^{x+2} = 8$$
$$2^{x+2} = 2^3$$
$$x + 2 = 3$$
$$x = 1$$

d)

$$4 \cdot 5^x - 100 = 0$$
$$4 \cdot 5^x = 100 \quad | : 4$$
$$5^x = 25$$
$$5^x = 5^2$$
$$x = 2$$

Vastaus **a)** $x = 4$ **b)** $x = 2$

c) $x = 1$ **d)** $x = 2$

14.30

1) $2x - x^2$ on toisen asteen polynomi, joten kyseessä on polynominen malli D.

2) Lausekkeessa 2^{x-2} muuttuja on eksponentissa, joten kyseessä on eksponentiaalinen malli B.

3) $\frac{2}{x-2} = 2(x-2)^{-1}$ ei ole mikään malleista eli E.

4) $2x - 1$ on suora, joten kyseessä on lineaarinen malli A.
Kyseessä on ensimmäisen asteen polynomi, joten malli on myös polynominen D.

5) $\frac{2x-1}{3} = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$ on suora, joten kyseessä on lineaarinen malli A.
Kyseessä on ensimmäisen asteen polynomi, joten malli on myös polynominen D.

6) x^6 on kuudennen asteen polynomi, joten kyseessä on polynominen malli C.
Lisäksi se on potenssifunktiomalli, sillä kantalukuna on muuttuja *x.*

Vastaus	1) – D	4) – A, D
	2) – B	5) – A, D
	3) – E	6) – C, D

14.31

a)

Sijoitetaan funktion f lausekkeeseen $x = 2$.

$f(2) = 2 \cdot 3^2 = 18$

b)

Sijoitetaan funktion g lausekkeeseen $x = -2$.

$g(-2) = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 18 \cdot 3^2 = 162$

c)

$$
\begin{aligned}
g(x) &= 162 \\
18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x} &= 162 \quad | : 18 \\
3^{-x} &= 9 \\
3^{-x} &= 3^2 \\
-x &= 2 \qquad | : (-1) \\
x &= -2
\end{aligned}
$$

d)

Funktioiden kuvaajat leikkaavat y-akselin, kun $x = 0$.
Lasketaan leikkauspisteiden y-koordinaatit.

$f(0) = 2 \cdot 3^0 = 2$

Funktio f leikkaa y-akselin pisteessä $(0, 2)$.

$g(0) = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{0} = 18 \cdot 1 = 18$

Funktio g leikkaa y-akselin pisteessä $(0, 18)$.

e)

Muodostetaan yhtälö $f(x) = g(x)$ ja ratkaistaan leikkauspisteen x-koordinaatti.

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3^x &= 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad |:2 \\ 3^x &= 9 \cdot 3^{-x} \\ 3^x &= 3^2 \cdot 3^{-x} \\ 3^x &= 3^{2-x} \\ x &= 2 - x \\ 2x &= 2 \qquad\qquad |:2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Selvitetään leikkauspisteen y-koordinaatti sijoittamalla jompaankumpaan funktion lausekkeeseen $x = 1$.

$f(1) = 2 \cdot 3^1 = 6$

Funktioiden kuvaajat leikkaavat pisteessä $(1, 6)$.

Vastaus **a)** $f(2) = 18$

b) $g(-2) = 162$

c) $x = -2$

d) f: $(0, 2)$, g: $(0, 18)$

e) $(1, 6)$

14.32

$f(0) = -2 \cdot 0{,}2^0 = -2$, joten funktion kuvaaja kulkee pisteen $(0, -2)$ kautta.
Ainoa kuvaaja, joka kulkee x-akselin alapuolella on D.
Yksi väli vastaa y-akselilla siis kahta.

$g(0) = 3^0 = 1$, joten funktion kuvaaja kulkee pisteen $(0, 1)$ kautta.
Koska kantaluku 3 on suurempi kuin yksi, kuvaaja on kasvava.
Tällainen kuvaaja on B.

$h(0) = 3 \cdot 0{,}2^0 = 3$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(0, 3)$ kautta.
Koska kantaluku 0,2 on pienempi kuin 1, niin kuvaaja on laskeva.
Tällainen kuvaaja on E.

$k(0) = 0{,}2^0 = 1$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(0, 1)$ kautta.
Koska kantaluku 0,2 on pienempi kuin 1, niin kuvaaja on laskeva.
Tällainen kuvaaja on C.

$m(0) = 2 \cdot 2^0 = 2$, joten kuvaaja kulkee pisteen $(0, 2)$ kautta.
Tällainen kuvaaja on A.

Vastaus f – D g – B

h – E k – C

m – A

14.33

a)

Lasketaan funktion N arvo, kun $n = 24$.

$N(24) = 1000 \cdot 1{,}25^{24} = 211758{,}236 \approx 212000$

Populaation koko on 212 000.

b)

Arvo 1,25-kertaistuu joka muutoskerta, joten kasvua kuvaava prosenttikerroin on kantaluku 1,25. Tämä tarkoittaa, että populaatio kasvaa jokaisen tunnin aikana $1{,}25 - 1 = 0{,}25 = 25\ \%$.

c)

Muodostetaan yhtälö $N(t) = 1000000$ ja ratkaistaan aika t.

$$1000 \cdot 1{,}25^{t} = 1000000$$
$$t = 30{,}956 \ldots \approx 31 \text{ (h)}$$

Populaation koko ylittää miljoonan 31 tunnin kuluttua.

Vastaus **a)** 212 000

b) 25 %

c) 31 tunnin kuluttua

14.34

a)

Merkitään bakteerien määrää alussa kirjaimella *a.* Koska muutos on suhteellisesti sama joka puhdistuskerta, voidaan bakteerien määrää kuvata eksponenttimallilla.

Bakteerien määrän muutosta suodatuksen jälkeen kuvaa prosenttikerroin
$k = 1 - 0{,}96 = 0{,}04$.

Bakteerien määrää kuvaa siis funktio $f(n) = a \cdot 0{,}04^n$, missä *n* on suodatuskertojen määrä.

Lasketaan funktion arvo, kun $n = 2$.

$f(2) = a \cdot 0{,}04^2 = 0{,}0016a$

Bakteerien määrä 0,0016-kertaistuu kahden suodatuskerran jälkeen,
joten bakteereista on saatu pois $1 - 0{,}0016 = 0{,}9984 \approx 99{,}8\ \%$.

b)

Jos bakteereita on suodatettu pois 99,9995 %, niin bakteereita on tällöin jäljellä
$(1 - 0{,}999995)a = 0{,}000005a$. Muodostetaan mallin avulla yhtälö ja ratkaistaan suodatuskertojen määrä *n.*

$$\begin{aligned} a \cdot 0{,}04^n &= 0{,}000005a \\ n &= 3{,}792 \approx 4 \end{aligned}$$

Vesi pitää suodattaa neljä kertaa.

c)

Selvitetään, mikä tulee muutosta kuvaavan prosenttikertoimen olla,
kun kahden suodatuskerran jälkeen bakteereita on jäljellä $0{,}000005a$.

$$\begin{aligned} a \cdot k^2 &= 0{,}000005a \\ k &= \pm 0{,}00224 \ldots \end{aligned}$$

Prosenttikerroin on positiivinen. Suodattimen tulee poistaa bakteereita siis
$1 - 0{,}00224 \ldots = 0{,}99776 \ldots \approx 99{,}78\ \%$.

Vastaus **a)** 99,8 %

b) 4 kertaa

c) 99,78 %

14.35

Mallissa $a = 100$ (C) kuvaa akun varausta alussa. Kun puoliintumisaika on kulunut, akun varaus on $\frac{100\ \text{C}}{2} = 50$ C. Sijoitetaan annetut arvot malliin ja muodostetaan yhtälö, josta ratkaistaan puoliintumisaika t.

$$100 \cdot 0{,}877^t = 50$$
$$t = 5{,}281\ldots \approx 5{,}3\ \text{(h)}$$

Puoliintumisaika on 5,3 h tai 5 h 17 min.

Vastaus 5 h 17 min

14.36

1.
Sijoitetaan lausekkeeseen $t = 2$ ja lasketaan vastaava ihmisikä.

$37 \lg 2 + 31 = 42{,}138 \ldots \approx 42$

2-vuotiasta koiraa vastaa noin 42-vuotias ihminen.

2.
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan todellinen ikä *t.*

$$\begin{aligned} 37 \lg t + 31 &= 25 \\ t &= 0{,}6884 \ldots \ (\mathrm{a}) \end{aligned}$$

Koiran todellinen ikä on $0{,}6884 \ldots\ \mathrm{a} \approx 0{,}6884 \ldots \cdot 12\ \mathrm{kk} \approx 8\ \mathrm{kk}$.

3.
Koiran ikää $1\ \mathrm{kk} = \frac{1}{12}\ \mathrm{a}$ vastaa ihmisen ikä

$$\frac{37 \lg 1}{12} + 31 = -8{,}929 \ldots \approx -9,$$

mikä on järjetön tulos. Malli ei siis toimi, kun koira on todella nuori.

Koiran eläminen esimerkiksi 30-vuotiaaksi on lähes mahdotonta.

Tätä vastaava ihmisikä on

$37 \lg 30 + 31 = 85{,}653 \ldots \approx 86,$

mikä ei ole mitenkään harvinainen ikä ihmiselle.
Malli ei siis toimi myöskään vanhoille koirille.

Vastaus **a)** 42 vuotta
b) 8 kk
c) Malli ei toimi todella nuorille (esim. 1 kk) tai todella vanhoille (esim. 30 v) koirille.

14.37

Merkitään aineen määrää alussa kirjaimella *a.* Kun ainetta on hajonnut puolet, sitä on jäljellä $(1-0{,}5)a = 0{,}5a$. Ainetta hajoaa joka minuutti 3,25 % eli määrä 0,9675-kertaistuu joka minuutti.

Aineen määrää voidaan mallintaa eksponenttifunktiolla $m(t) = a \cdot 0{,}9675^t$,
missä t on kulunut aika minuutteina.

Muodostetaan yhtälö, missä ainetta on hajonnut puolet ja ratkaistaan puoliintumisaika *t.*

$$\begin{aligned} m(t) &= 0{,}5a \\ a \cdot 0{,}9675^t &= 0{,}5a \\ t &= 20{,}979\ldots \approx 21 \text{ (min)} \end{aligned}$$

Puoliintumisaika on 21 minuuttia.

Vastaus 21 min

14.38

a)

Tiedetään, että vuonna 1971 transistorien määrä on $N(0) = 2300$
ja vuonna 2011 $N(40) = 2600000000$.

Muodostetaan mallin mukainen yhtälö ja ratkaistaan *a.*

$$
\begin{aligned}
N(40) &= N(0) \cdot e^{a \cdot 40} \\
2600000000 &= 2300 \cdot e^{40a} \\
a &= 0{,}34845 \ldots \approx 0{,}35
\end{aligned}
$$

b)

Lukumäärä kaksinkertaistuu kahdessa vuodessa, jos $e^{a \cdot 2} = 2$.

Jos $a \approx 0{,}35$, niin $e^{0{,}35 \cdot 2} = 2{,}013 \ldots \approx 2{,}0$ eli Mooren laki pätee.

Vastaus **a)** $a \approx 0{,}35$

b) $e^{0{,}35 \cdot 2} \approx 2{,}0$, joten Mooren laki pätee

14.39

Koska virusten määrä kasvaa suhteellisesti aina saman verran joka tunti, voidaan määrää mallintaa eksponenttiyhtälön avulla.

Jos alkuarvo on 90 ja määrä viisinkertaistuu joka tunti, niin bakteerien määrää mallintaa funktio $f(t) = 90 \cdot 5^t$, jossa t on aika tunteina.

Muodostetaan yhtälö $f(t) = 1000000000$ ja ratkaistaan aika t.

$$\begin{aligned} 90 \cdot 5^t &= 1000000000 \\ t &= 10{,}080 \ldots \approx 10 \text{ (h)} \end{aligned}$$

Määrä ylittää miljardin noin 10 tunnin kuluttua.

Vastaus 10 h

14.40

a)

Muodostetaan puhelinten myyntimäärälle lineaarinen malli $y = kx + b$.

markkinoilla olo (kk)	Myyntimäärä (y)	Piste
1	7817	(1, 7817)
4	13 238	(4, 13 238)

Muodostaan pisteiden kautta kulkevan suoran yhtälö. Lasketaan ensin suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{13238 - 7817}{4 - 1} = 1807$$

Valitaan tunnetuksi pisteeksi (1, 7817). Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 7817 = 1807(x - 1)$$
$$y = 1807x + 6010$$

Joulukuussa $x = 12$. Lineaarisen mallin mukainen myyntimäärä on

$$y = 1807 \cdot 12 + 6010 = 27694.$$

b)

Muodostetaan eksponentiaalinen malli. Yhden kuukauden jälkeen myyntimäärä on 7817, joten malli on muotoa $g(t) = 7817 \cdot k^{t-1}$, missä k on kuukausittaista kasvua kuvaava prosenttikerroin. Selvitetään kerroin k muodostamalla yhtälö $g(4) = 13238$.

$$7817 \cdot k^{4-1} = 13238$$
$$k = 1{,}19196\ldots$$

Puhelinten myyntimäärää kuvaa siis funktio $g(t) = 7817 \cdot 1{,}19196\ldots^{t-1}$.
Lasketaan myyntimäärä joulukuussa eli $g(12)$.

$$g(12) = 7817 \cdot 1{,}19196\ldots^{12-1} = 53940{,}952\ldots \approx 53941$$

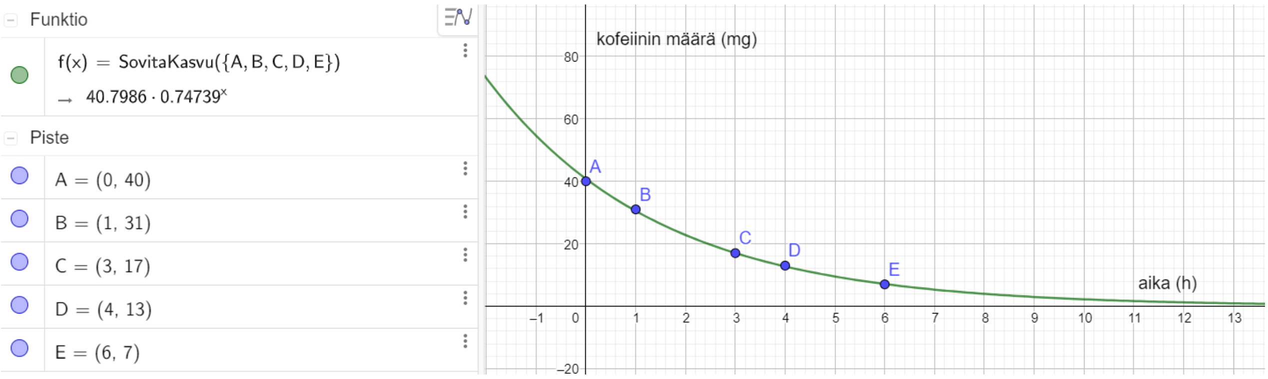
Vastaus **a)** 27 694

b) 53 941

14.41

a)

Sijoitetaan pisteet koordinaatistoon ja sovitetaan pistejoukkoon eksponenttifunktion kuvaaja.



Kofeiinin määrä elimistössä (mg) riippuu kuluneesta ajasta (h) funktion
$f(x) = 40{,}8 \cdot 0{,}747^x$ mukaisesti.

b)

Lasketaan kofeiinin määrä viiden tunnin päästä eli $f(5)$.

$f(5) = 40{,}798 \ldots \cdot 0{,}747 \ldots^5 = 9{,}5145 \ldots \approx 9{,}5 \text{ (mg)}$

Viiden tunnin päästä kofeiinia on elimistössä 9,5 mg.

c)

Ratkaistaan aika x yhtälöstä $f(x) = 1{,}0$.

$$40{,}798 \ldots \cdot 0{,}747 \ldots^x = 1{,}0$$
$$x = 12{,}737 \ldots \approx 13 \text{ (h)}$$

Kofeiinin määrä alittaa 1,0 mg noin 13 tunnin kuluttua.

Vastaus **a)** $f(x) = 40{,}8 \cdot 0{,}747^x$

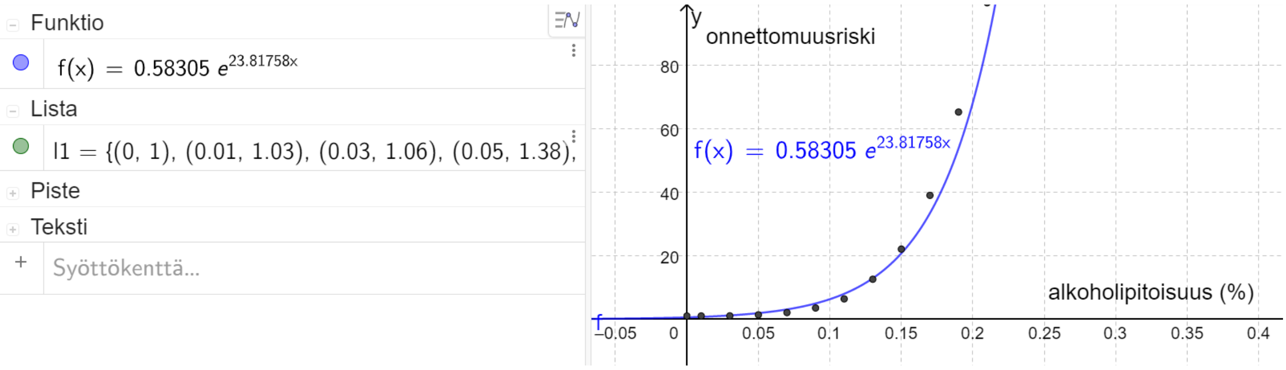
b) 9,5 mg

c) 13 tunnin kuluttua

14.42

a)

Muodostetaan pistejoukko ja sovitetaan siihen eksponenttifunktion kuvaaja.



Onnettomuusriski y riippuu alkoholipitoisuudesta x (%) funktion $f(x) = 0{,}58e^{24}$ mukaisesti.

b)

Kun alkoholipitoisuus on 0,92 ‰, x = 0,092 %. Lasketaan onnettomuusriski eli $f(0{,}092)$.

$f(0{,}092) = 0{,}583 \ldots \cdot e^{23{,}81\ldots\cdot 0{,}092} = 5{,}216 \ldots \approx 5{,}2$

Onnettomuusriski on 5,2-kertainen.

c)

Muodostetaan yhtälö $f(x) = 10{,}0$ ja ratkaistaan alkoholipitoisuus x.

$$0{,}583 \ldots \cdot e^{23{,}81\ldots\cdot x} = 10{,}0$$
$$x = 0{,}1193 \ldots \approx 0{,}12\ (\%)$$

Veren alkoholipitoisuus on 0,12 % = 1,2 ‰.

Vastaus **a)** $f(x) = 0{,}58e^{24}$

b) 5,2-kertainen

c) 0,12 % = 1,2 ‰