Binomi 4 – Luku 10 – Tehtävien malliratkaisut

10.1

Koska funktion arvot pienenevät, kun muuttujan x arvo kasvaa, niin funktio kuvaa eksponentiaalista vähenemistä. **A** ei siis pidä paikkaansa.

Eksponentiaalista kasvua kuvaavan eksponenttifunktion kantaluku k on välillä $0 < k < 1$, joten **B** pitää paikkansa.

Eksponenttifunktio $f(x) = k^x$ saa määritelmänsä mukaan vain positiivisia arvoja, sillä positiivisen luvun potenssi ei voi olla negatiivinen. Väite **C** pitää siis paikkansa.

Kuvaajan perusteella $f(4) < 1$, joten väite **D** ei voi pitää paikkansa.

Tosia ovat väitteet **B** ja **C.**

Vastaus B ja C

10.2

a)

Eksponenttifunktio kuvaa kasvua, kun sen kantaluku $k > 1$.
Funktiossa $f(x) = 120 \cdot 1{,}04^x$ kantaluku on $1{,}04 > 1$, joten f kuvaa eksponentiaalista kasvua.

b)

Tuotteen A hinta määräytyy funktion $f(x) = 120 \cdot 1{,}04^x$ mukaan.
Hinta kerrotaan joka vuosi kantaluvulla 1,04, joten hinta kasvaa
$1{,}04 - 1{,}00 = 0{,}04 = 4$ % vuosittain.

c)

Tuotteen B hinta määräytyy funktion $g(x) = 180 \cdot 0{,}95^x$ mukaan.
Hinta kerrotaan joka vuosi kantaluvulla 0,95, joten hinta vähenee
$1{,}00 - 0{,}95 = 0{,}05 = 5$ % vuosittain.

d)

Tuotteen alkuperäinen hinta on funktion arvo tarkastelun alussa eli ajanhetkellä 0.

Tuote A: $f(0) = 120 \cdot 1{,}04^0 = 120 \cdot 1 = 120$ (€)
Tuote B: $g(0) = 180 \cdot 0{,}95^0 = 180 \cdot 0{,}95 = 180$ (€)

e)

Sijoitetaan funktion f lausekkeeseen $x = 2$ ja lasketaan $f(2)$.

$f(2) = 120 \cdot 1{,}04^2 = 129{,}792 \approx 130$ €

Tulos tarkoittaa, että tuotteen A hinta kahden vuoden päästä on 130 €.

Vastaus **a)** $f(x)$
b) kasvaa 4 %
c) vähenee 5 %
d) A: 120 €, B: 180 €
e) $f(2) \approx 130$ (€), arvo kuvaa tuotteen A hintaa kahden vuoden kuluttua

10.3

a)

Lasketaan funktioiden arvot.

$f(-1) = 16 \cdot 0{,}4^{-1} = 40$

$g(-2) = 0{,}1 \cdot 5^{-2} = 0{,}004$

b)

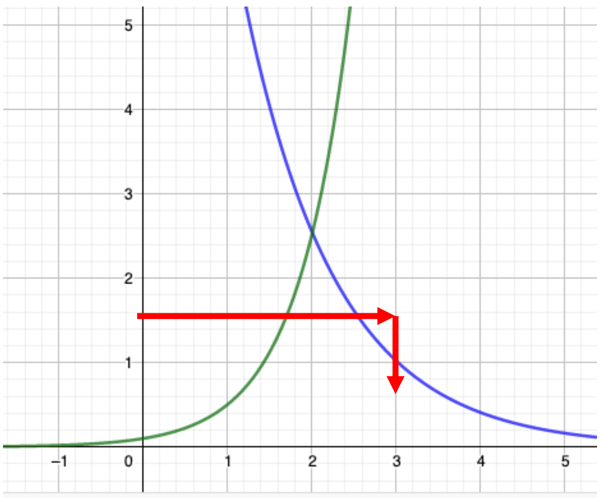
Funktiot saavat saman arvon eli $f(x) = g(x)$, kun funktioiden kuvaajat leikkaavat.

Kuvaajan perusteella leikkauspisteen x-koordinaatti on 2, joten yhtälön $f(x) = g(x)$ ratkaisu on $x \approx 2$.

c)

Koska funktion $f(x) = 16 \cdot 0{,}4^x$ kantaluku $k = 0{,}4$ on pienempi kuin yksi, funktio on vähenevä. Funktion kuvaaja on näin ollen sininen.

Kuvaajan perusteella funktio saa arvon 1, kun $x = 3$. Näin ollen yhtälön $f(x) = 1$ ratkaisu on $x \approx 3$.



Vastaus **a)** $f(-1) = 40, g(-2) = 0{,}004$

b) $x \approx 2$

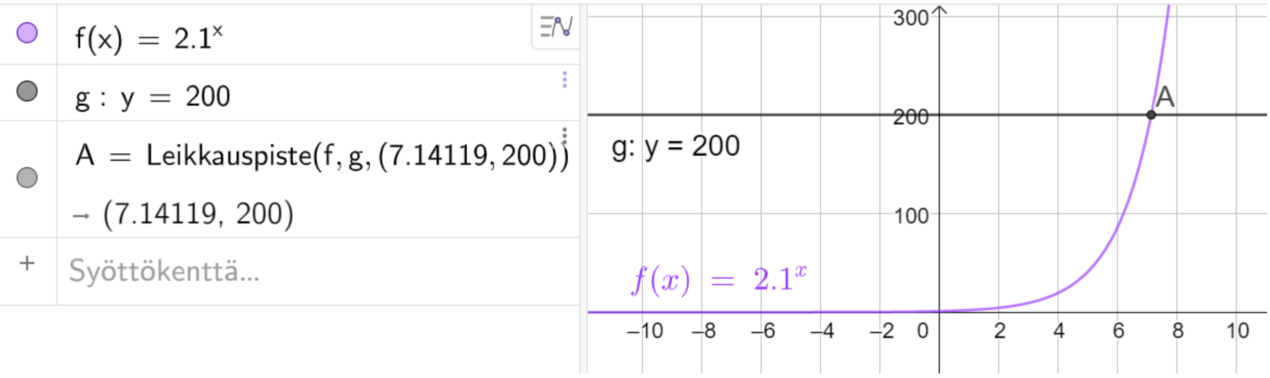
c) $x \approx 3$

10.4

a)

Piirretään funktion kuvaaja. Yhtälön $f(x) = 200$ on suoran $y = 200$ ja funktion $f(x)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.

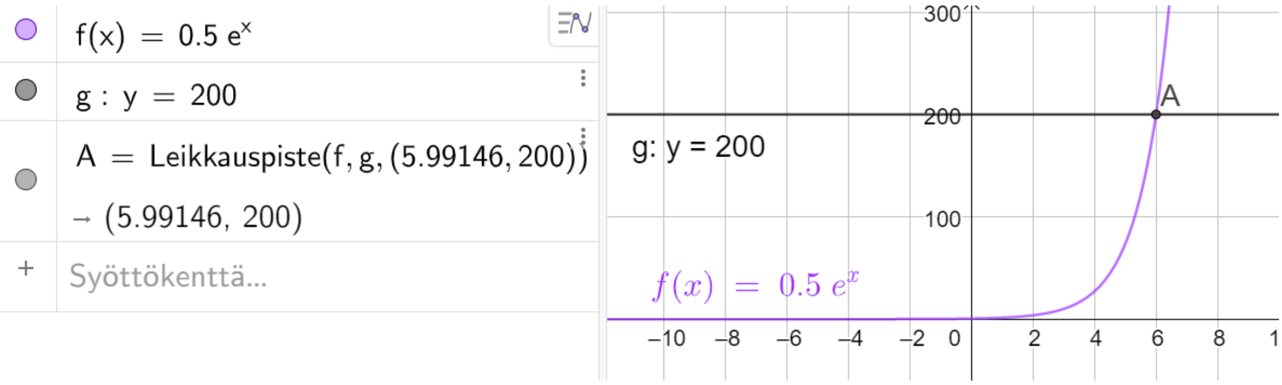
Piirretään kuvaajaan myös suora $y = 200$ ja määritetään leikkauspiste.



Leikkauspiste on $(7{,}14;\ 200)$, joten yhtälön ratkaisu on $x \approx 7{,}1$.

b)

Etsitään funktion $f(x) = 0{,}5e^x$ ja suoran $y = 200$ leikkauspiste.



Leikkauspiste on $(5{,}99;\ 200)$, joten yhtälön $f(x) = 200$ ratkaisu on $x \approx 6{,}0$.

Vastaus **a)** $x \approx 7{,}1$
b) $x \approx 6{,}0$

10.5

a)

Selvitetään kysytyt funktion arvot etsimällä muuttujaa x vastaava y-koordinaatti.

$f(-4) \approx 16$
$f(-3) \approx 8$
$f(-1) \approx 2$

b)

Kuvaajan perusteella

$g(1) \approx 2$
$g(3) \approx 8$
$g(4) \approx 16$

c)

Havaitaan, että kun muuttujan x arvot ovat toistensa vastalukuja,
niin funktioiden arvot ovat samat.

d)

Funktiot f ja g saavat samat arvot, kun muuttujan x arvot ovat toistensa vastalukuja.

Kun $x = 6, g(x) = 256$. Näin ollen $f(x) = 256$, kun $x = -6$ eli luvun 6 vastaluku.

Vastaus **a)** $f(-4) \approx 16, f(-3) \approx 8, f(-1) \approx 2$

b) $g(1) \approx 2, g(3) \approx 8, g(4) \approx 16$

c) Kun muuttujan x arvot ovat toistensa vastalukuja,
niin funktioiden arvot ovat samat.

d) $x = -6$

10.6

a)

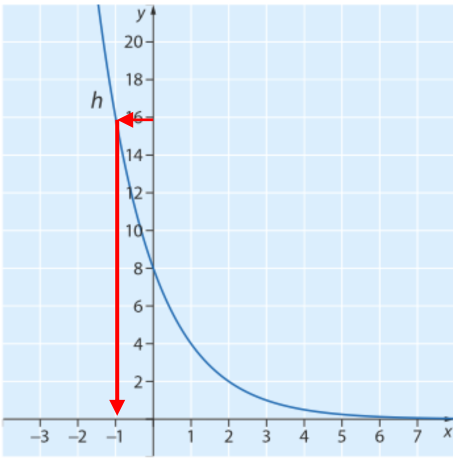
Selvitetään kysytyt funktion arvot etsimällä muuttujaa x vastaava y-koordinaatti.

$h(0) \approx 8$
$h(1) \approx 4$

b)

Tutkitaan kuvaajasta, millä muuttujan x arvolla funktio h saa arvon 16.

Kuvaajan perusteella $h(x) = 16$, kun $x \approx -1$.



c)

Epäyhtälön $4 < h(x) < 16$ ratkaisut ovat ne muuttujan x arvot, joilla funktion arvo on suurempi kuin 4 ja pienempi kuin 16. Kuvaajan perusteella tällaiset muuttujan arvot ovat $-1 < x < 1$.

Vastaus **a)** $h(0) \approx 8, h(1) \approx 4$

b) $x \approx -1$

c) $-1 < x < 1$

10.7

a)

Koska funktion $f(x) = 4^x$ kantaluku 4 on suurempi kuin 1,
funktio f kuvaa eksponentiaalista kasvua.

b)

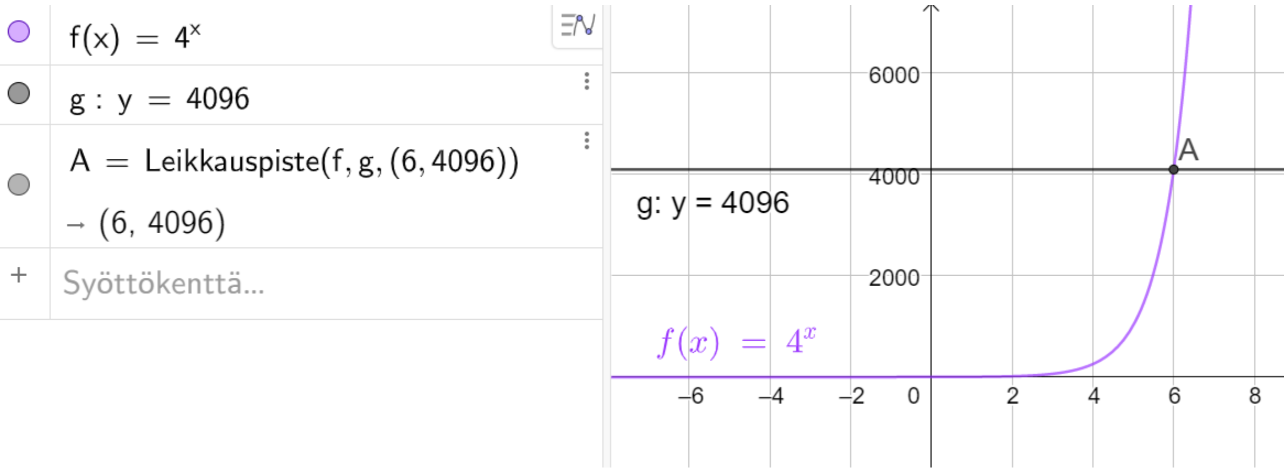
Sijoitetaan funktion f lausekkeeseen $x = 3$ ja lasketaan $f(3)$.

$f(3) = 4^3 = 64$

c)

Piirretään funktion kuvaaja. Yhtälön $f(x) = 4096$ on suoran $y = 4096$ ja funktion $f(x)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.

Piirretään kuvaajaan myös suora $y = 4096$ ja määritetään leikkauspiste.



Leikkauspiste on $(6, 4096)$, joten yhtälön $f(x) = 4096$ ratkaisu on $x \approx 6$.

Vastaus **a)** eksponentiaalista kasvua
b) $f(3) = 64$
c) $x \approx 6$

10.8

a)

Koska funktion $f(x) = 350 \cdot 0{,}95^x$ kantaluku 0,95 on pienempi kuin 1,
funktio f kuvaa eksponentiaalista vähenemistä.

b)

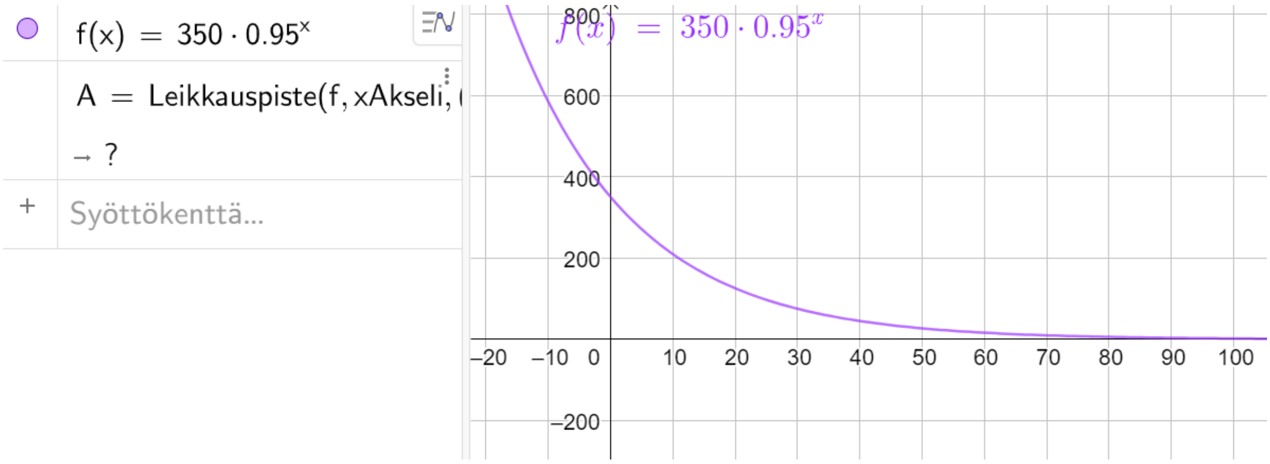
Funktio leikkaa y-akselin, kun x-koordinaatti on 0. Lasketaan funktion arvo $f(0)$.

$f(0) = 350 \cdot 0{,}95^0 = 350 \cdot 1 = 350$

Funktio leikkaa $y -$ akselin pisteessä $(0{,}350)$.

c)

Piirretään funktion kuvaaja ja määritetään funktion kuvaajan ja x-akselin leikkauspiste.



Funktiolla ja x-akseli eivät leikkaa.

Vastaus **a)** eksponentiaalista vähenemistä

b) $(0, 350)$

c) Kuvaaja ei leikkaa x-akselia.

10.9

a)

Tarkastelun alussa ei ole kulunut yhtään vuotta, joten $x = 0$. Lasketaan $f(0)$.

$f(0) = 328000 \cdot 1{,}049^0 = 328000$

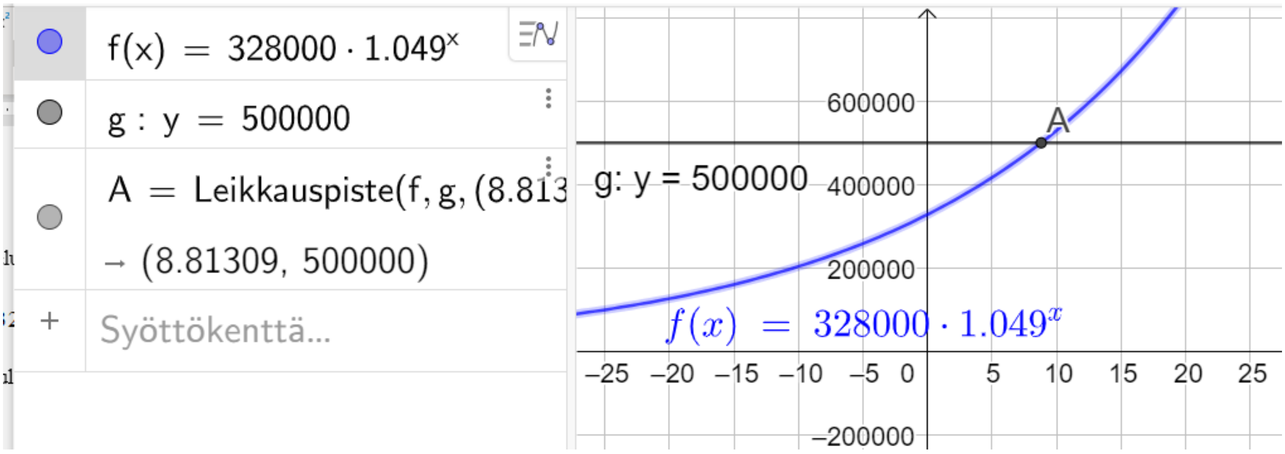
Myyntitulot olivat tarkastelun alussa 328000 €.

b)

Funktion $f(x) = 328000 \cdot 1{,}049^x$ kantaluku on 1,049, joten myynti 1,049-kertaistuu vuosittain. Vuosittainen kasvu on siis $1{,}049 - 1{,}0 = 0{,}049 = 4{,}9\ \%$.

c)

Piirretään funktion kuvaaja ja ratkaistaan yhtälö $f(x) = 500000$. Yhtälön ratkaisu on suoran $y = 500000$ ja funktion $f(x)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.



Leikkauspiste on (8,813; 500000), joten myyntitulot ylittävät 500 000 € rajan 9 vuoden kuluttua.

Vastaus **a)** 328 000 €

b) kasvaa 4,9 %

c) 9 vuoden kuluttua

10.10

a)

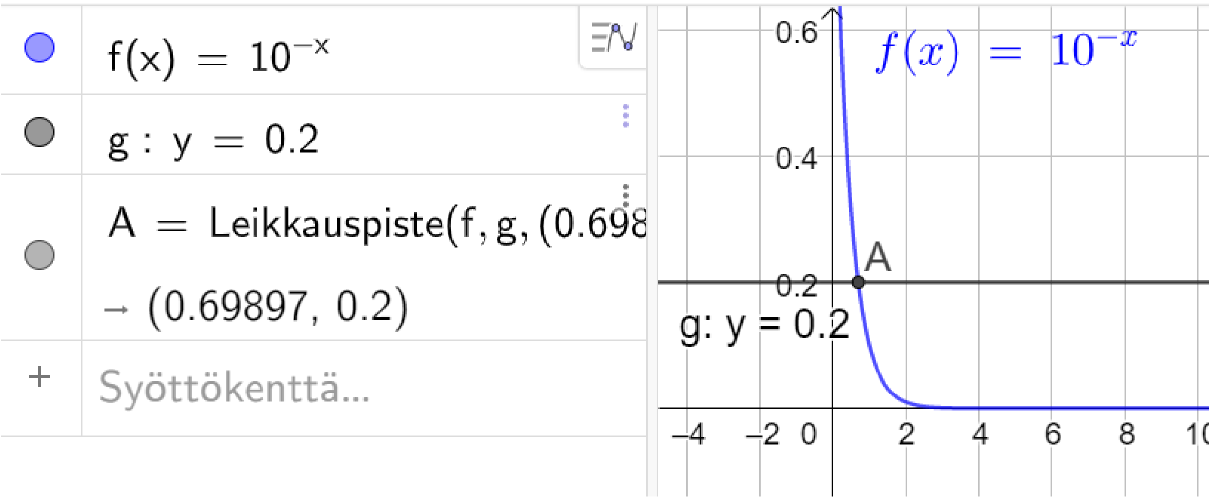
Kun pH on 2,5, $x = 2{,}5$. Liuoksen konsentraatio on funktion arvo $c(2{,}5)$.

$c(2{,}5) = 10^{-2{,}5} = 0{,}00316 \approx 0{,}0032$

Konsentraatio on 0,0032 mol/l.

b)

Piirretään funktion kuvaaja ja ratkaistaan yhtälö $c(x) = 0{,}2$. Yhtälön ratkaisu on suoran $y = 0{,}2$ ja funktion $c(x)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.



Leikkauspiste on (0,6989; 0,2), joten yhtälön $c(x) = 0{,}2$ ratkaisu on $x \approx 0{,}7$.

Liuoksen pH on siis 0,7.

Vastaus **a)** 0,0032 mol/l

b) 0,7

10.11

a)

Lääkeaineen määrää kuuden tunnin päästä kuvaa arvo $f(6)$.
Sijoitetaan funktion lausekkeeseen $x = 6$ ja lasketaan $f(6)$.

$f(6) = 500 \cdot 0{,}93^6 = 323{,}495 \ldots . \approx 323$ (mg)

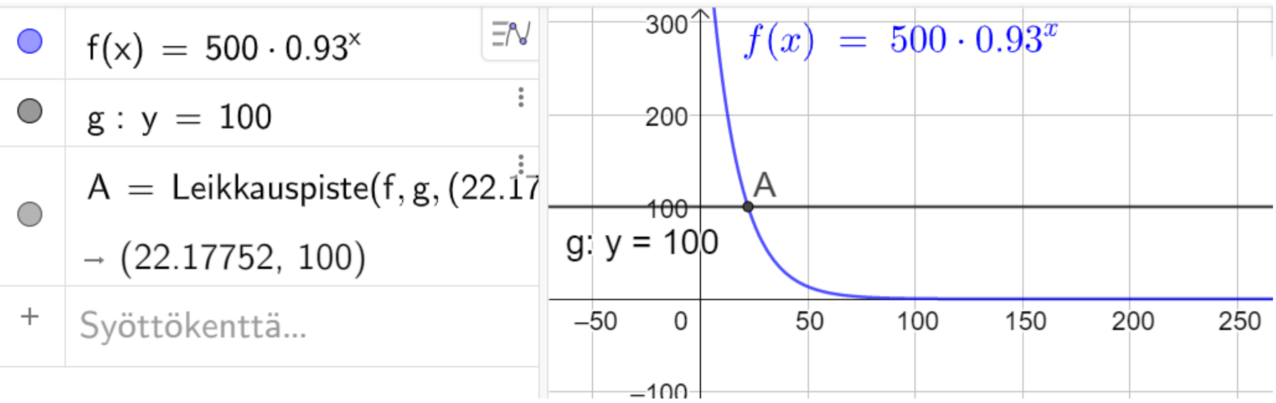
Elimistössä on lääkettä 323 mg.

b)

Funktion $f(x) = 500 \cdot 0{,}93^x$ kantaluku on 0,93, joten määrä 0,93-kertaistuu joka tunti.
Lääkkeen määrä vähenee joka tunti $1 - 0{,}93 = 0{,}07 = 7$ %.

c)

Piirretään funktion kuvaaja ja ratkaistaan yhtälö $f(x) = 100$. Yhtälön ratkaisu on suoran $y = 100$ ja funktion $f(x)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.



Leikkauspiste on (22,1775; 100), joten lääkeainetta on jäljellä 100 mg noin 22 tunnin kuluttua.

Vastaus **a)** 323 mg

b) 7 %

c) 22 vuoden kuluttua

10.12

a)

Viljelyn alkamishetkellä aikaa on kulunut 0 tuntia. Lasketaan funktion arvo, kun $x = 0$.

$g(0) = 1000 \cdot e^{0{,}04 \cdot 0} = 1000$

Alussa oli 1000 bakteeria.

b)

Kun aikaa on kulunut vuorokausi, $x = 24$ (h). Lasketaan funktion arvo $g(24)$.

$g(24) = 1000 \cdot e^{0{,}04 \cdot 24} = 2611{,}696 \ldots \approx 2600$

Vuorokauden kuluttua bakteereita oli 2600.

c)

	A	B
1	aika x (h)	bakteerien määrä
2	1	1040.81077
3	2	1083.28707
4	3	1127.49685
5	4	1173.51087
6	5	1221.40276
7	6	1271.24915
8	7	1323.12981
9	8	1377.12776
10	9	1433.32941
11	10	1491.8247
12	11	1552.70722
13	12	1616.0744
14	13	1682.02765
15	14	1750.6725
16	15	1822.1188
17	16	1896.48088
18	17	1973.87773
19	18	2054.43321
20	19	2138.27622

Soluun B2 kirjoitetaan funktion lauseke. Muuttuja kirjoitetaan soluviittausta käyttäen:
= 1000 · e^(0.04 · A2).

Kaava kopioidaan sarakkeessa (B) alaspäin.

Bakteerien määrä on kaksinkertaistunut, kun niiden määrä on $2 \cdot 1000 = 2000$.

Tarkastellaan taulukkolaskentaohjelman avulla, milloin bakteerien on yli 2000.

Taulukon mukaan bakteerien määrä on kaksinkertaistunut, kun aikaa on kulunut 17 tuntia.

Huomautus:
Taulukon mukaan bakteerien määrä **ylittää** 2000, kun aikaa on kulunut 18 tuntia. Tässä tehtävässä voisi myös perustellusti antaa vastaukseksi 18 tuntia.

Vastaus **a)** 1000 **b)** 2600 **c)** 17 tuntia

10.13

a)

Lasketaan $f(-5)$ sijoittamalla $x = -5$ funktion lausekkeeseen.

$f(-5) = 4300 \cdot 1{,}06^{-5} = 3213{,}210 \ldots \approx 3213$ (€)

Vastaus tarkoittaa, että sijoituksen arvo viisi vuotta sitten on ollut 3213 €.

b)

Sijoituksen arvoa 10 vuotta sitten kuvaa funktion arvo $f(-10)$.

$f(-10) = 4300 \cdot 1{,}06^{-10} = 2401{,}097 \ldots \approx 2401$ €

c)

	A	B
1	aika x (h)	sijoituksen arvo (€)
2	1	4558
3	2	4831.48
4	3	5121.3688
5	4	5428.65093
6	5	5754.36998
7	6	6099.63218
8	7	6465.61011
9	8	6853.54672
10	9	7264.75952
11	10	7700.6451
12	11	8162.6838
13	12	8652.44483
14	13	9171.59152
15	14	9721.88701
16	15	10305.20023
17	16	10923.51224
18	17	11578.92298
19	18	12273.65836
20	19	13010.07786

Soluun B2 kirjoitetaan funktion lauseke. Muuttuja kirjoitetaan soluviittausta käyttäen:
= 4300 · 1,06^(A2).

Kaava kopioidaan sarakkeessa (B) alaspäin.

Sijoituksen arvo on kolminkertaistunut, kun sen arvo on $3 \cdot 4300 = 12900$.

Tarkastellaan taulukkolaskentaohjelman avulla, milloin funktion arvo on yli 12900 €.

Taulukon mukaan sijoituksen arvo on kolminkertaistunut 19 vuoden päästä.

Vastaus **a)** 3213 €, tulos kertoo sijoituksen arvon viisi vuotta sitten.
b) 2401 €
c) 19 vuotta

10.14

Selvitetään funktion arvojen avulla, minkä pisteiden kautta funktion kuvaaja kulkee.

$f(0) = 2{,}5^0 = 1$ ja $f(1) = 2{,}5^1 = 2{,}5$, joten funktion f kuvaaja kulkee pisteiden (0, 1) ja (1; 2,5) kautta. Tällainen kuvaaja on **A.**

$g(0) = 2 \cdot 1{,}5^0 = 2$ ja $g(1) = 2 \cdot 1{,}5^1 = 3$, joten funktion g kuvaaja kulkee pisteiden (0, 2) ja (1; 3) kautta. Tällainen kuvaaja on **E.**

$h(0) = 1{,}5^0 = 1$ ja $h(1) = 1{,}5^1 = 1{,}5$, joten funktion f kuvaaja kulkee pisteiden (0, 1) ja (1; 1,5) kautta. Tällainen kuvaaja on **F.**

$k(0) = 0{,}8^0 = 1$ ja $k(1) = 0{,}8^1 = 0{,}8$, joten funktion f kuvaaja kulkee pisteiden (0, 1) ja (1; 0,8) kautta. Tällainen kuvaaja on **D.**

$m(0) = 2 \cdot 0{,}5^0 = 2$ ja $m(1) = 2 \cdot 0{,}5^1 = 1$, joten funktion f kuvaaja kulkee pisteiden (0, 2) ja (1; 1) kautta. Tällainen kuvaaja on **C.**

$r(0) = 0{,}5^0 = 1$ ja $r(1) = 0{,}5^1 = 0{,}5$, joten funktion f kuvaaja kulkee pisteiden (0, 1) ja (1; 0,5) kautta. Tällainen kuvaaja on **B.**

Vastaus f – A g – E

h – F k – D

m – C r – B

10.15

a)

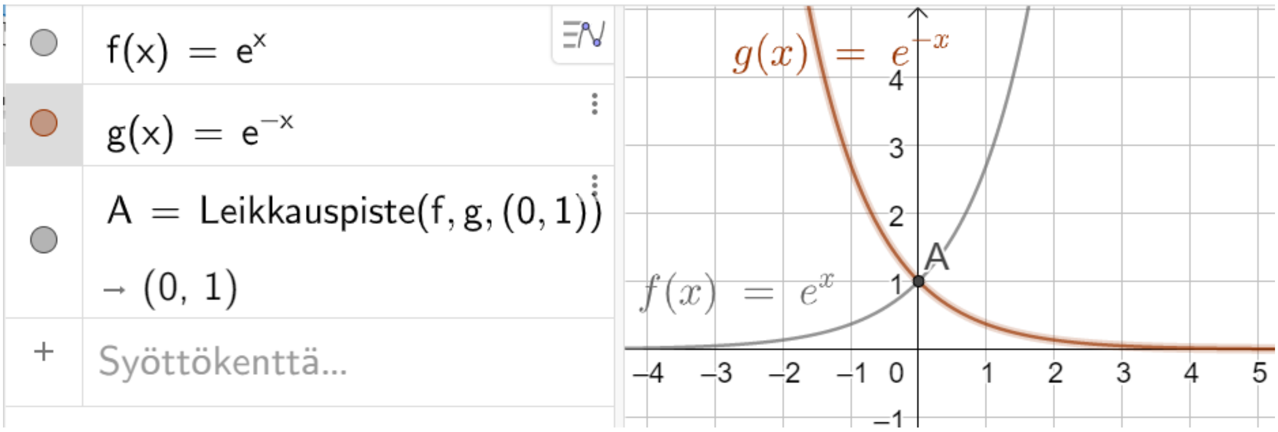
Lasketaan funktioiden arvot.

$f(2) = e^2 = 7{,}3890\ldots \approx 7{,}39$

$g(2) = e^{-2} = 0{,}1353\ldots \approx 0{,}14$

b)

Funktiot saavat saman arvon eli $f(x) = g(x)$, kun funktioiden kuvaajat leikkaavat. Piirretään funktioiden kuvaajat ja etsitään funktioiden leikkauspiste.



Leikkauspiste on (0, 1), joten yhtälön $f(x) = g(x)$ ratkaisu on $x \approx 0$.

c)

Funktiot leikkaavat y-akselin, kun $x = 0$. Edellisen tehtävän mukaisesti molempien funktioiden y-akselin leikkauspiste on (0, 1).

Koska eksponenttifunktio ei voi saada negatiivisia arvoja, sen kuvaaja ei voi kulkea x-akselin alapuolella, eikä se voi myöskään leikata x-akselia.

Vastaus **a)** $f(2) \approx 7{,}39$, $g(2) \approx 0{,}14$
b) $x \approx 0$
c) y-akselin leikkauspiste on (0, 1), kuvaajat eivät leikkaa x-akselia

10.16

a)

Vuonna 2000 on tarkasteluhetken alusta kulunut 0 vuotta, joten kunnan asukasmäärää kuvaa funktion arvo $f(0)$.

$f(0) = 47500 \cdot 1{,}018^0 = 47500$

Kunnassa oli 47500 asukasta vuonna 2000.

b)

Koska $1990 - 2000 = -10$, kunnan asukasmäärää kuvaa funktion arvo $f(-10)$.

$f(-10) = 47500 \cdot 1{,}018^{-10} = 39738{,}898\ldots \approx 39700$

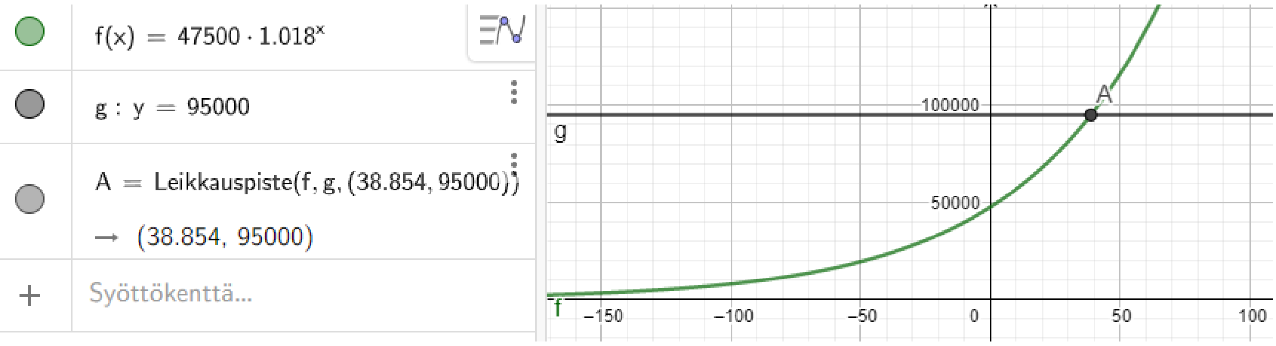
Kunnassa oli 39700 asukasta vuonna 1990.

c)

Piirretään funktion kuvaaja.

Asukasmäärä on kaksinkertaistunut, kun $f(x) = 2 \cdot 47500 = 95000$.
Yhtälön $f(x) = 95000$ ratkaisu on suoran $y = 95000$ ja funktion $f(x)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.

Piirretään kuvaajaan myös suora $y = 95000$ ja määritetään leikkauspiste.



Leikkauspiste on (38,854...; 95 000), joten kunnan asukasmäärä on kaksinkertaistunut vuonna 2000 + 39 = 2039.

Vastaus **a)** 47 500 asukasta **b)** 39 700 asukasta **c)** vuonna 2039

10.17

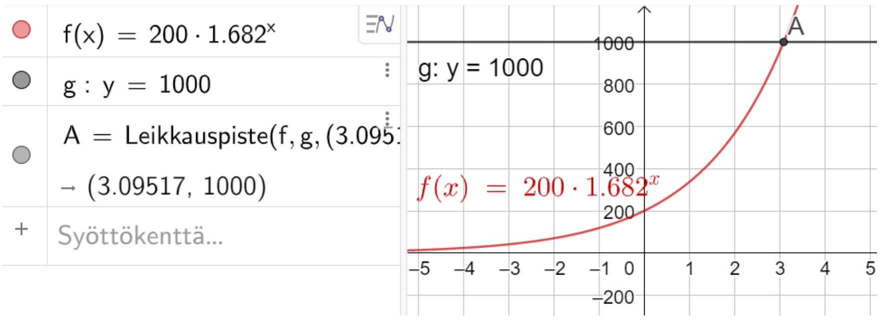
a)
Koska funktion $f(x) = 200 \cdot 1{,}682^x$ kantaluku on 1,682, solujen määrä 1,682-kertaistuu joka tunti.

Näin ollen solujen määrä kasvaa $1{,}682 - 1 = 0{,}680 = 68{,}2$ % joka tunti.

b)
Kun solujen määrä on kasvanut 400 %, on se 100 % + 400 % = 500 % alkuperäisestä, eli määrä on viisinkertaistunut.

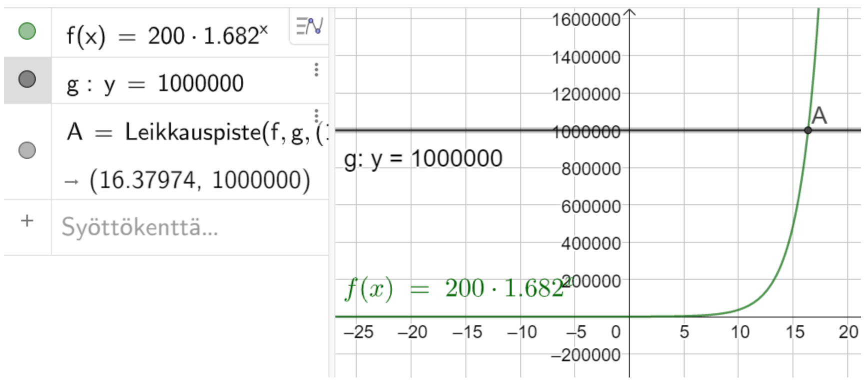
Koska soluja oli aluksi $f(0) = 200 \cdot 1{,}682^0 = 200$, niin 400 % kasvun jälkeen solujen määrä on $5 \cdot 200 = 1000$.

Piirretään funktion kuvaaja ja ratkaistaan yhtälö $f(x) = 1000$. Yhtälön ratkaisu on suoran $y = 1000$ ja funktion $f(x)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.



Leikkauspiste on (3,0951; 1000) eli solujen määrä on viisinkertaistunut, kun aikaa on kulunut 3,0951... h = 185,706...min ≈ 186 min.

c)
Piirretään funktion kuvaaja ja ratkaistaan yhtälö $f(x) = 1000000$. Yhtälön ratkaisu on suoran $y = 1000000$ ja funktion $f(x)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.



Leikkauspiste on (16,37974; 1000000), joten soluja on 1000000, kun aikaa on kulunut 16,37974 ... h = 16 h 22,78 ... min ≈ 16 h 23 min.

Vastaus **a)** 68,2 %

b) 186 min

c) 16 h 23 min

10.18

a)

Koska funktion $f(x) = 360 \cdot 0{,}993^x$ kantaluku on 0,993, solujen määrä 0,993-kertaistuu joka viikko.

Näin ollen solujen määrä vähenee $1 - 0{,}993 = 0{,}007 = 0{,}7\ \%$ viikoittain.

b)

$f(2)$ kuvaa vedessä olevan myrkyllisen aineen määrää (mg/l) kahden viikon kuluttua.

Koska myrkky pääsee veteen vasta onnettomuushetkellä, ei malli ole määritelty, kun $x < 0$. Näin ollen $f(-2)$ ei tarkoita mitään.

c)

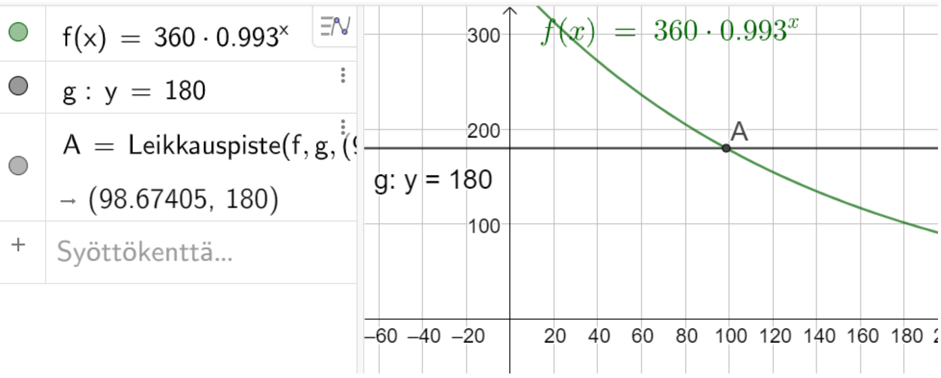
Vuoden kuluttua on kulunut 52 viikkoa, joten $x = 52$. Lasketaan arvo $f(52)$.

$f(52) = 360 \cdot 0{,}993^{52} = 249{,}840 \ldots \approx 250$ (mg/l)

d)

Ainetta on heti onnettomuuden jälkeen $f(0) = 360 \cdot 0{,}993^0 = 360$ (mg/l).
Aineen määrä on puolittunut, kun sitä on jäljellä $\dfrac{360}{2} = 180$ (mg/l)

Piirretään funktion kuvaaja ja ratkaistaan yhtälö $f(x) = 180$. Yhtälön ratkaisu on suoran $y = 180$ ja funktion $f(x)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.



Leikkauspiste on (98,67405; 180), joten aineen määrä on puolittunut 99 viikon kuluttua.

Vastaus **a)** 0,7 %
b) $f(2)$kuvaa aineen määrää kahden viikon kuluttua, $f(-2)$ ei voida laskea
c) 250 mg/l
d) 99 viikon kuluttua

10.19

a)
Kun potilaalle annetaan 5,0 mg jodia, sen määrää elimistössä kuvaa funktio
$f(x) = 5{,}0 \cdot 0{,}917^x$.

Jodin määrää kahden viikon kuluttua on kulunut $2 \cdot 7 = 14$ päivää,
joten jodin määrää kuvaa arvo $f(14)$.

$f(14) = 5{,}0 \cdot 0{,}917^{14} = 1{,}486 \ldots \approx 1{,}5$ (mg)

Kahden viikon kuluttua elimistössä on 1,5 mg jodia.

b)
Jodin määrää elimistössä 100 vuorokauden päästä kuvaa funktion arvo $f(100)$.

$f(100) = 5{,}0 \cdot 0{,}917^{100} = 5{,}0 \cdot 0{,}0001725 \ldots$

Koska 100 vuorokauden päästä jodin määrä on enää 0,0001725-kertainen verrattuna alkuperäiseen, sitä on jäljellä $0{,}0001725 \ldots \approx 0{,}017$ %.

c)
Jos jodia annetaan 5,0 mg, sen määrä on puolittunut, kun jodia on $\frac{5{,}0 \text{ mg}}{2} = 2{,}5$ mg.

Tarkastellaan taulukkolaskentaohjelman avulla, milloin funktion arvo on alle 2,5 mg.

	A	B
1	aika (d)	Jodin määrä (mg)
2	1	4.585
3	2	4.20445
4	3	3.85548
5	4	3.53547
6	5	3.24203
7	6	2.97294
8	7	2.72619
9	8	2.49991
10	9	2.29242
11	10	2.10215
12	11	1.92767
13	12	1.76767
14	13	1.62096
15	14	1.48642
16	15	1.36304
17	16	1.24991

Soluun **B2** kirjoitetaan funktion lauseke. Muuttuja kirjoitetaan soluviittausta käyttäen:
= 5,0 · 0,917^(**A2**).

Kaava kopioidaan sarakkeessa (B) alaspäin.

Taulukon mukaan jodin määrä on puolittunut 8 vuorokauden kuluttua.

Vastaus **a)** 1,5 mg **b)** 0,017 % **c)** 8 vuorokautta

10.20

a)

Nykyhetken asukasmäärää (miljoonaa) kuvaa funktion arvo $P(0)$.

$P(0) = 2 \cdot e^{0,01 \cdot 0} = 2$

Alueen asukasmäärä tällä hetkellä on 2 miljoonaa.

b)

Jos tarkastellaan tilannetta 100 vuotta tarkasteluhetkestä taaksepäin, $x = -100$.
Asukasmäärää kuvaa tällöin funktion arvo $P(-100)$.

$P(-100) = 2 \cdot e^{0,01 \cdot (-100)} = 0,735758 \approx 0,736$ (milj. asukasta)

Alueella oli 100 vuotta sitten 736 000 asukasta.

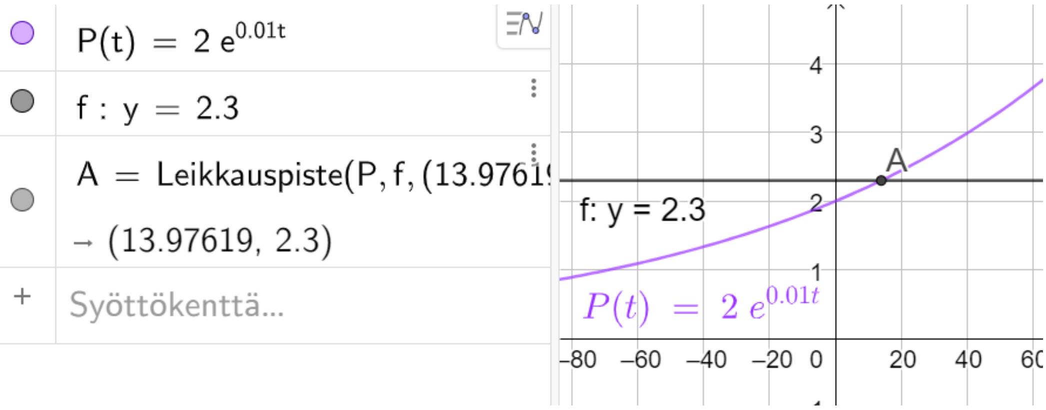
c)

Koska funktion $P(t) = 2 \cdot e^{0,01t} = 2 \cdot (e^{0,01})^t$ kantaluku on $e^{0,01} = 1,0100 \ldots$,
niin asukasmäärä kasvaa vuosittain $1,0100 \ldots - 1 = 0,010 \ldots \approx 1,0$ %.

d)

Asukasmäärä on 300 000 asukasta nykyistä suurempi, kun se on $2 + 0,3 = 2,3$ miljoonaa.

Piirretään funktion kuvaaja ja ratkaistaan yhtälö $P(t) = 2,3$. Yhtälön ratkaisu on
suoran $y = 2,3$ ja funktion $P(t)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.



Leikkauspiste on (13,976; 2,3), joten asukasmäärä on 300 000 asukasta suurempi
14 vuoden kuluttua.

Vastaus **a)** 2 miljoonaa asukasta **b)** 736 000 asukasta
c) 1,0 % **d)** 14 vuoden kuluttua

10.21

a)

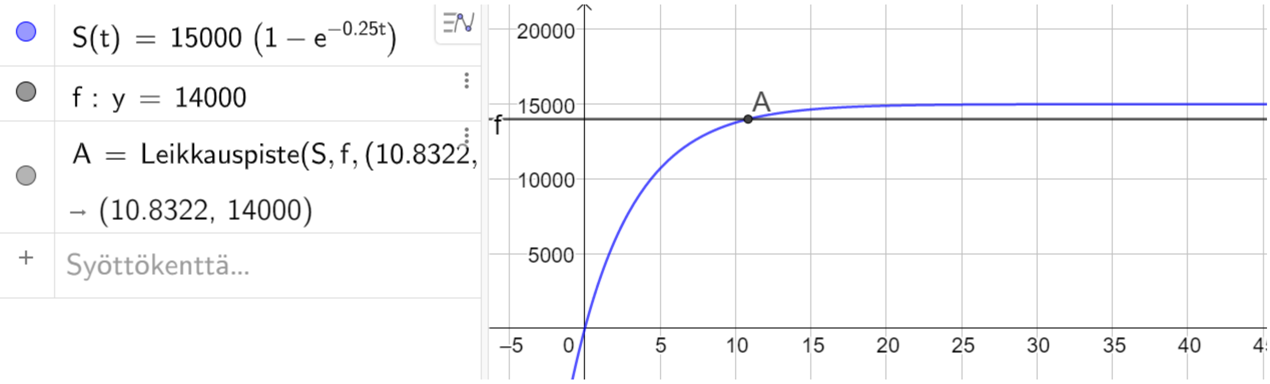
Tuotteen myyntiä ensimmäisen kuukautena kuvaa funktion arvo $S(1)$.

$S(1) = 15000 \cdot (1 - e^{-0{,}25 \cdot 1}) = 3317{,}988 \approx 3300$

Tuotetta myydään ensimmäisen kuukauden aikana 3300 kpl.

b)

Piirretään funktion kuvaaja ja ratkaistaan yhtälö $S(t) = 14000$. Yhtälön ratkaisu on suoran $y = 14000$ ja funktion $S(t)$ kuvaajan leikkauspisteen x-koordinaatti.



Leikkauspiste on (10,8322; 14 000), joten tuotetta myydään kuukaudessa 14 000 kappaletta noin 11 kuukauden päästä.

c)

Kuvaajan perusteella tuotteen myynti näyttää vakiintuvan määrään 15 000 tuotetta kuukaudessa.

Vastaus **a)** 3300 kpl

b) 11 kuukauden päästä

c) Myynti vakiintuu määrään 15 000 kpl/kk