4 Lisämateriaali

4.1 Suuntakulma

229.

a) Lasketaan ensin suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{4-3}{3-(-2)} = \frac{1}{5}$$

Ratkaistaan suuntakulma α tangentin avulla.

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{1}{5} \\ \alpha &= 11{,}3099...^\circ \\ \alpha &\approx 11^\circ \end{aligned}$$

b) Suoran kulmakerroin on $k = -6$. Ratkaistaan suuntakulma α tangentin avulla.

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= -6 \\ \alpha &= -80{,}537...^\circ \\ \alpha &\approx -81^\circ \end{aligned}$$

c) Kirjoitetaan suoran yhtälö ensin ratkaistussa muodossa.

$$3x-5y+10=0$$
$$y=\frac{3}{5}x+2$$

Suoran kulmakerroin on $k=\frac{3}{5}$.

Ratkaistaan suuntakulma α tangentin avulla.

$$\tan\alpha=\frac{3}{5}$$
$$\alpha=30{,}963...^\circ$$
$$\alpha\approx 31^\circ$$

230.

a) Suoran kulmakerroin on $k = \frac{1}{7}$. Ratkaistaan suuntakulma α tangentin avulla.

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{1}{7} \\ \alpha &= 8{,}13...° \\ \alpha &\approx 8° \end{aligned}$$

b) Suoran kulmakerroin on $k = -1$. Ratkaistaan suuntakulma α tangentin avulla.

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= -1 \\ \alpha &= -45° \end{aligned}$$

c) Kirjoitetaan suoran yhtälö ensin ratkaistussa muodossa.

$$3x+2y-8=0$$
$$y=-\frac{3}{2}x+4$$

Suoran kulmakerroin on $k=-\frac{3}{2}$.

Ratkaistaan suuntakulma α tangentin avulla.

$$\tan\alpha=-\frac{3}{2}$$
$$\alpha=-56,30...^\circ$$
$$\alpha\approx-56^\circ$$

231.

a) Lasketaan ensin suoran kulmakerroin.

$$k=\frac{9-(-2)}{-3-5}=\frac{11}{-8}=-\frac{11}{8}$$

Ratkaistaan suuntakulma α tangentin avulla.

$$\begin{aligned}\tan\alpha&=-\frac{11}{8}\\ \alpha&=-53{,}97...^\circ\\ \alpha&\approx-54^\circ\end{aligned}$$

b) Lasketaan ensin suoran kulmakerroin.

$$k=\frac{2-1}{-2-(-6)}=\frac{1}{4}$$

Ratkaistaan suuntakulma α tangentin avulla.

$$\begin{aligned}\tan\alpha&=\frac{1}{4}\\ \alpha&=14{,}036...^\circ\\ \alpha&\approx14^\circ\end{aligned}$$

232.

a) Lasketaan ensin suorien kantakulmat.

- Suoran *s* kulmakerroin $k_s = \frac{2}{7}$.

$$\tan\alpha = \frac{2}{7}$$
$$\alpha = 15,945...°$$

- Suoran *t* kulmakerroin $k_t = \frac{4}{5}$.

$$\tan\beta = \frac{4}{5}$$
$$\beta = 38,659...°$$

Molemmat suorat ovat nousevia.

Lasketaan suorien välinen kulma vähentämällä suuremmasta kulmasta pienempi.

$$\beta - \alpha = 38,659...° - 15,945...° = 22,7144...° \approx 23°$$

b) Lasketaan ensin suorien kantakulmat.

- Suoran s kulmakerroin $k_s = -\frac{1}{6}$.

$$\tan \alpha = -\frac{1}{6}$$
$$\alpha = -9,4623...°$$

- Suoran t kulmakerroin $k_t = -5$.

$$\tan \beta = -5$$
$$\beta = -78,690...°$$

Molemmat suorat ovat laskevia.

Lasketaan suorien välinen kulma vähentämällä pienemmästä kulmasta suurempi.

$$\alpha - \beta = -9,4623...° - (-78,690...°) = 69,227...° \approx 69°$$

c) Lasketaan ensin suorien kantakulmat.

- Suoran *s* kulmakerroin $k_s = -4$.

  $\tan\alpha = -4$

  $\alpha = -75{,}963...^\circ$

- Suoran *t* kulmakerroin $k_t = \dfrac{5}{6}$.

  $\tan\beta = \dfrac{5}{6}$

  $\beta = 39{,}805...^\circ$

Toinen suora on nouseva ja toinen laskeva.

Vähennetään positiivisesta kulmasta negatiivinen kulma.

$\beta - \alpha = 39{,}805...^\circ - (-75{,}963...^\circ) = 115{,}76...^\circ$

Suorien välisen kulman on oltava alle 90°.

Lasketaan siis vieruskulman suuruus.

$180^\circ - 115{,}76...^\circ = 64{,}23...^\circ \approx 64^\circ$

233.

Lasketaan ensin suorien kantakulmat.

- Suoran *s* kulmakerroin $k_s = \frac{9-5}{6-3} = \frac{4}{3}$

$$\tan\alpha = \frac{4}{3}$$
$$\alpha = 53{,}130...°$$

- Suoran *t* kulmakerroin $k_t = \frac{7-(-6)}{-1-(-5)} = \frac{13}{4}$

$$\tan\beta = \frac{13}{4}$$
$$\beta = 72{,}897...°$$

Molemmat suorat ovat nousevia.

Lasketaan suorien välinen kulma vähentämällä suuremmasta kulmasta pienempi.

$$\beta - \alpha = 72{,}897...° - 53{,}130...° = 19{,}7672...° \approx 19{,}8°$$

4.2 Murtopotenssi

234.

a) $\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{7^1} = 7^{\frac{1}{3}}$

b) $\sqrt[4]{5^3} = 5^{\frac{3}{4}}$

c) $\sqrt[5]{2^4} = 2^{\frac{4}{5}}$

235.

a) $\sqrt[5]{100} = \sqrt[5]{10^2} = 10^{\frac{2}{5}}$

b) $\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2}}$

c) $3 \cdot \sqrt[5]{27} = 3^1 \cdot \sqrt[5]{3^3} = 3^1 \cdot 3^{\frac{3}{5}} = 3^{1+\frac{3}{5}} = 3^{\frac{8}{5}}$

236.

a) $5 \cdot \sqrt{25} = 5 \cdot \sqrt{5^2} = 5^1 \cdot 5^{\frac{2}{2}} = 5^{1+1} = 5^2$

b) $3^4 \cdot \sqrt[3]{9} = 3^4 \cdot \sqrt[3]{3^2} = 3^4 \cdot 3^{\frac{2}{3}} = 3^{4+\frac{2}{3}} = 3^{\frac{14}{3}}$

c) $4 \cdot \sqrt[4]{8} = 2^2 \cdot \sqrt[4]{2^3} = 2^2 \cdot 2^{\frac{3}{4}} = 2^{2+\frac{3}{4}} = 2^{\frac{11}{4}}$

237.

a) $2^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{2^2} = \sqrt[7]{4}$

b) $5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{5^3} = \sqrt[4]{125}$

c) $7^{\frac{2}{9}} = \sqrt[9]{7^2} = \sqrt[9]{49}$

238.

Juurimuoto	Murtopotenssi
$\sqrt[5]{3}$	$3^{\frac{1}{5}}$
$\sqrt[9]{16}$	$4^{\frac{2}{9}}$
$2\cdot\sqrt[5]{16}$	$2^{\frac{9}{5}}$
$\sqrt[7]{125}$	$5^{\frac{3}{7}}$
$7^3\cdot\sqrt[3]{49}$	$7^{\frac{11}{3}}$

4.3 Briggsin logaritmi

239.

a) Lasketaan muunnettu tulos T sijoittamalla annetut arvot muunnoskaavaan.

19-vuotiaana Seppo hyppäsi 196 cm.

- $a = 19$
- $t = 196$ (cm)
- $k = 201,4$ (cm)

$$T = 196 + 201,4 \cdot \lg\frac{19}{35} = 142,565...\text{(cm)} \approx 143 \text{ cm}$$

23-vuotiaana Seppo hyppäsi 200 cm.

- $a = 23$
- $t = 200$ (cm)
- $k = 201,4$ (cm)

$$T = 200 + 201,4 \cdot \lg\frac{23}{35} = 163,276...\text{(cm)} \approx 163 \text{ cm}$$

40-vuotiaana Seppo hyppäsi 175 cm.

- $a = 40$
- $t = 175$ (cm)
- $k = 201,4$ (cm)

$$T = 175 + 201,4 \cdot \lg \frac{40}{35} = 186,679...(\text{cm}) \approx 187 \text{ cm}$$

Paremmuusjärjestyksessä: 40-vuotiaana hypätty tulos on paras, sitten on 23-vuotiaana hypätty tulos ja viimeisenä on 19-vuotiaana hypätty tulos.

b) Sijoitetaan muunnoskaavaan annetut lukuarvot.

- $T = 233$ (cm)
- $t = 175$ (cm)
- $k = 201,4$ (cm)

$$233 = 175 + 201,4 \cdot \lg \frac{a}{35}$$

$$a = 67,928..$$

$$a \approx 68$$

240.

a) Lasketaan liuoksen pH-arvo sijoittamalla annettu arvo annettuun kaavaan.

$$\left[H_3O^+\right] = 0,050 \text{ mol/l}$$

$$\text{pH} = -\lg 0,050 = 1,3010 \approx 1,3$$

Liuos on hapan.

b) Sijoitetaan $\text{pH} = 10,4$ annettuun kaavaan ja lasketaan liuoksen oksoniumionikonsentraatio.

$$10{,}4 = -\lg\left[H_3O^+\right]$$

$$\left[H_3O^+\right] = 3,98107... \cdot 10^{-11} \text{ mol/l}$$

$$\left[H_3O^+\right] \approx 3,98 \cdot 10^{-11} \text{ mol/l}$$

241.

a) Sijoitetaan annetut arvot annettuun kaavaan ja lasketaan järistyksessä vapautunut energia *E*.

- $M = 9{,}0$

$$1{,}44 \cdot 9{,}0 = \log_{10} E - 5{,}24$$
$$E = 1\,584\,893\,192\,461\,113\,485{,}202...$$
$$E \approx 1{,}6 \cdot 10^{18}$$

b) Lasketaan Kobessa sattuneen järistyksen vapautunut energia *E*.

$$1{,}44 \cdot 6{,}8 = \log_{10} E - 5{,}24$$
$$E = 1\,076\,465\,213\,629\,834{,}878...$$

Lasketaan kuinka moninkertainen Sendain järistyksessä vapautunut energia Koben järistykseen verrattuna.

$$\frac{E_{\text{Sendai}}}{E_{\text{Kobe}}} = \frac{1\,584\,893\,192\,461\,113\,485{,}202...}{1\,076\,465\,213\,629\,834{,}878...} = 1472{,}312... \approx 1500$$

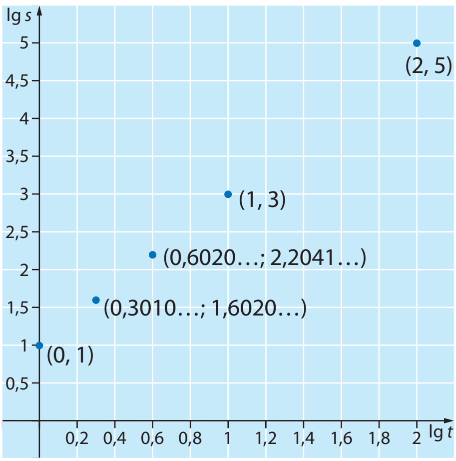
Sendain järistyksessä vapautui 1500-kertainen energiamäärä verrattuna Koben järistykseen.

242.

a)

t	$\lg t$	$\lg s$
1	0	1
2	0,3010…	1,6020…
4	0,6020…	2,2041…
10	1	3
100	2	5

b)



Ajan ja paikan logaritmit asettuvat suoralle, joka leikkaa pystyakselin kohdassa 1. Pisteisiin sovitetun suoran kulmakerroin on 2.