

MAB6 HARJOITUSKOKEEN VASTAUKSIA

1.

Ensimmäisenä vuotena Jannika saa 4 300 euroa, jota ei veroteta ol-
lenkaan.

Toisena vuotena Jannika saa 3 800 euroa, ja on sen jälkeen saanut
yhteensä 8 100 euroa, joka verotetaan ensimmäisen kohdan mukaisesti,
eli 100 euroa 5000:n alarajasta ja 8% ylimenevästä osuudesta:

$$100 + 0.08 \cdot 3100 = 348 \text{ euroa.}$$

Kolmantena vuotena Jannikan saamien lahjojen yhteismääräksi tulee
10 200 euroa. Siitä maksettaisiin edelleen veroa 100 euroa 5000:n
alarajasta ja 8 % ylimenevästä osuudesta:

$$100 + 0.08 \cdot 5200 = 516 \text{ euroa,}$$

mutta summasta vähennetään edellisenä vuotena maksetut verot, joten
kolmantena vuotena Jannika maksaa

$$516 - 348 = 168 \text{ euroa.}$$

2.

Käytetään annuiteetin kaavaa:

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n},$$

missä

K on lainapääoma, eli 100 000

q on korkokauden korkotekijä ja

n on maksuerien lukumäärä, eli 120.

Koska lainaa maksetaan kuukausittain, korkotekijä saadaan kuukausiko-
rosta $\frac{1.2\%}{12} = 0.1\%$, ja korkotekijä on siis $q = 1.001$. Sijoitetaan luvut
kaavaan:

$$A = 100000 \cdot 1.001^{120} \cdot \frac{1 - 1.001}{1 - 1.001^{120}} \approx 884.75.$$

b) Yhteensä Inkeri maksaa pankille $120 \cdot 884.75 = 106170$ euroa. Koska
hän on ottanut lainaa 100 000 euroa, korkoja maksetaan

$$106170 - 100000 = 6170 \text{ euroa.}$$

3.

a) Jos osakkeen arvo oli aluksi x , on se muutosten jälkeen $x \cdot 0.54 \cdot 1.15 \cdot 1.34 \approx 0.83x$, eli pienempi kuin alkujaan.

b) Ensimmäisen nousun jälkeen osakkeen arvo on $x \cdot 0.54 \cdot 1.15 = 0.621x$. Jos se toisen arvonnousun yhteydessä kerrotaisiin luvulla q siten, että arvoksi tulisi taas x , olisi

$$0.621x \cdot q = x.$$

Jaetaan molemmat puolet $0.621x$:llä, jolloin saadaan

$$q = \frac{1}{0.621} \approx 1.610,$$

joka vastaisi 61 %:n kasvua.

4.

a) Kymmenessä vuodessa on 120 kuukautta, joten lyhennys on $120000/120 = 1000$ euroa.

b) Lainan kuukausikorko on $\frac{2.3\%}{12} \approx 0.192\%$. Ensimmäisin lainakuukauden aikana korkoa tulee siis

$$120000 \cdot 0.00192 = 230.40 \text{ euroa.}$$

Tämän lisäksi Sauli lyhentää lainaa tuhannella eurolla, joten erän suurudeksi tulee 1 230.40 euroa.

c) Sauli maksaa kuukausittain korkoa näin:

$$120000 \cdot 0.00192 = 230.40$$

$$119000 \cdot 0.00192 = 228.48$$

$$118000 \cdot 0.00192 = 226,56$$

⋮

$$3000 \cdot 0.00192 = 5.76$$

$$2000 \cdot 0.00192 = 3.84$$

$$1000 \cdot 0.00192 = 1.92.$$

Nämä ovat kaikki 1.92:n monikertoja, joten korkojen summa saadaan aritmeettisen summan kaavalla (ensimmäisen ja viimeisen keskiarvo kertaa lukumäärä):

$$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{1.92 + 230.40}{2} \cdot n = 13939.20 \text{ euroa.}$$

5.

a) Kesäkuussa 2006 indeksi oli 101.7. Kesäkuussa 2010 se oli 109.7. Indeksien suhde on

$$\frac{109.7}{101.7} \approx 1.078,$$

joka vastaa 7.8%:n kasvua.

(Voi myös laskea esimerkiksi näin):

$$\frac{\text{uusi arvo} - \text{vanha arvo}}{\text{vanha arvo}} \cdot 100\% = \frac{109.7 - 101.7}{101.7} \cdot 100\% \approx 7.8\%.$$

b) Indeksit ovat:

Syyskuu 11: 114.2

Tammikuu 12: 115.2

Tammikuu 13: 117.1 ja

Tammikuu 14: 119.0.

Olkoon vuokra aluksi x euroa kuussa. Jokaisessa vuokrankorotuksessa vuokra kerrotaan uuden ja vanhan indeksin suhteella, kunnes se tammikuussa 2014 on 542 euroa kuussa:

$$\begin{aligned} \frac{115.2}{114.2} \cdot \frac{117.1}{115.2} \cdot \frac{119.0}{117.1} \cdot x &= 542 \\ \iff \frac{119.0}{114.2} \cdot x &= 542 \\ \iff x &= \frac{114.2}{119.0} \cdot 542 \approx 520 \text{ euroa.} \end{aligned}$$

HUOM. 1. Periaatteessa jokainen vuokrankorotus voi edellyttää vuokran pyöristämistä, jonka jälkeen seuraava korotus laskettaisiin pyöristetystä summasta, ja lopputulos voisi poiketa tässä lasketusta. Matematiikan ajatus on kuitenkin välttää turhaa nysväämistä, joten tämä tapa on mielestäni hyväksyttävämpi.

HUOM. 2. Jos vuokraaja olisi esimerkiksi jokin iso firma, vuokra voitaisiin päättää jokaiseksi vuodeksi erikseen joka vuodeksi. Tällöin ensimmäinen vuokrankorotus pitäisi laskea tammikuun 11 ja tammikuun 12 indeksien mukaan. Tehtävän tekijä tuskin on tarkoittanut tätä, mutta itse ainakin ymmärrän tämän tavan ajatella, enkä sakottaisi siitä kokeesta.

HUOM. 3. Sen sijaan kesäkuun 14 indeksiä ei voi käyttää, koska vuokraa ei koroteta kuukausittain.

6.

Arvot nykyhetkeen diskontattuna ovat:

$$4000 \cdot 1.043^{-1} = 3835.09$$

$$4000 \cdot 1.043^{-2} = 3676.98$$

$$4000 \cdot 1.043^{-3} = 3525.39$$

$$4000 \cdot 1.043^{-4} = 3380.05$$

$$4000 \cdot 1.043^{-5} = 3240.69$$

ja

$$5000 \cdot 1.043^{-5} = 4050.87,$$

eli yhteensä 21 709.07 euroa. Koska tulot nykyhetkeen diskontattuna ovat suuremmat kuin menot, ostos kannattaa.