

1.2 Yhtälöpari

Esimerkki

Satumetsän ala-asteen koulun ensimmäisellä luokalla opiskelee sikoja ja kanoja. Luokalla on 35 eläintä yhteensä. Luokan ulkopuolella naulakossa on kaikkien luokkalaisten kengät. Kenkiä on yhteensä 110 kappaletta.

Kuinka monta sikaa ja kanaa luokalla on, kun jokaisella sialla on neljä ja jokaisella kanalla kaksi kenkää?

Merkitään: $x = \text{sikojen}$ lukumäärä ja $y = \text{kanojen}$ lukumäärä.

	Lukumäärä	Kenkien lukumäärä
Siat	x	$4x$
Kanat	y	$2y$
Yhteensä	35	110

Saadaan kaksi yhtälöä:

Eläimiä on yhteensä 35:

$$x + y = 35$$

Kenkiä on 110:

$$4x + 2y = 110$$

Kummallakaan yhtälöllä ei ole yhtä ratkaisua, vaan ensimmäisen yhtälön $x + y = 35$ ratkaisuksi käy esimerkiksi $x = 30$ ja $y = 5$, jolloin ensimmäinen yhtälö toteutuu: $30 + 5 = 35$. (Eli eläimiä on yhteensä oikea määrä.)

Toinen yhtälö $4x + 2y = 110$ ei kuitenkaan nyt päde, sillä $4 \cdot 30 + 2 \cdot 5 = 130$. (Eli kenkien määrä on väärä.)

Toisaalta toisen yhtälön ratkaisuksi kävisi esimerkiksi $x = 10$ ja $y = 35$, jolloin $4 \cdot 10 + 2 \cdot 35 = 110$.

Nyt kuitenkin ensimmäinen yhtälö ei päde, sillä eläimiä olisi yhteensä 45.

Pitää siis löytää x ja y , jotka toteuttavat kummankin yhtälö samaan aikaan, eli toteuttavat **yhtälöparin**

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 4x + 2y = 110 \end{cases}$$

Yhtälöparin ratkaisutavat

Yhtälöparin ratkaisemiseksi on kaksi tapaa

- Yhteenlaskumenetelmä
- Sijoitusmenetelmä
 - Kannattaa käyttää, kun ainakin toinen yhtälö on ratkaistussa muodossa $y = kx + b$.

Käymme vihossa läpi yhteenlaskumenetelmän esimerkin yhtälöparilla. Sijoitusmenetelmää opettaja ei opeta tällä kurssilla.

Esimerkin yhtälöparille saatiin ratkaisu $x = 20$ ja $y = 15$. Eli luokalla on 20 sikaa ja 15 kanaa.

Tällöin molemmat yhtälöt toteutuvat samanaikaisesti:

$$\begin{cases} 20 + 15 = 35 \\ 4 \cdot 20 + 2 \cdot 15 = 110 \end{cases}$$

Muita ratkaisuja yhtälöparilla ei ole!

Yhtälöparin graafinen tulkinta eli suorien leikkauspiste

Katsotaan asiaa vielä kuvan kautta. Muokataan kumpikin yhtälö ratkaistun muotoon $y = kx + b$ ja piirretään suorat koordinaatistoon.

Eläimiä on yhteensä 35:

$$x + y = 35$$

Kenkiä on 110:

$$4x + 2y = 110$$

Saadaan yhtälöt

$$y = -x + 35$$

$$y = -2x + 55$$

Huomataan, että yhtälöparin

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 4x + 2y = 110 \end{cases}$$

ratkaisu

$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

on myös suorien leikkauspiste.

