2 Yhtälöitä ja funktioita

2.1 Ensimmäisen asteen yhtälö

50.

Sijoitetaan yhtälöön $x = 7$ ja tutkitaan, onko yhtälö tosi.

a) $$\begin{aligned} 2x - 18 &= 3 - x \qquad \Big| \, x = 7 \\ 2 \cdot 7 - 18 &= 3 - 7 \\ 14 - 18 &= 3 - 7 \\ -4 &= -4 \end{aligned}$$

Yhtälö on tosi, joten luku 7 on yhtälön ratkaisu.

b) $$\begin{aligned} x^2 - 2x &= 34 \qquad \Big| \, x = 7 \\ 7^2 - 2 \cdot 7 &= 34 \\ 49 - 14 &= 34 \\ 35 &= 34 \end{aligned}$$

Yhtälö on epätosi, joten luku 7 ei ole yhtälön ratkaisu.

51.

Sijoitetaan yhtälöön $x = 0$ ja tutkitaan, onko yhtälö tosi.

$$\frac{x}{2} + 2x - 1 = \frac{x}{3} + x + 1 \qquad \mid x = 0$$

$$\frac{0}{2} + 2 \cdot 0 - 1 = \frac{0}{3} + 0 + 1$$

$$-1 = 1$$

Yhtälö on epätosi, joten luku 0 ei ole yhtälön ratkaisu.

52.

a) $4x = 20 \qquad \big| : 4$

$x = 5$

b) $-2x - 6 = 0$

$-2x = 6 \qquad \big| : (-2)$

$x = -3$

c) $\dfrac{x}{3} = 6 \qquad \big| \cdot 3$

$x = 18$

53.

a) $2(3x-1)-x=-4(2+x)$

$$6x-2-x=-8-4x$$

$$6x-x+4x=-8+2$$

$$9x=-6 \qquad \Big|:9$$

$$x=-\frac{2}{3}$$

b) $7x+(3+2x)=2-(6-2x)$

$$7x+3+2x=2-6+2x$$

$$7x+2x-2x=2-6-3$$

$$7x=-7 \qquad \Big|:7$$

$$x=-1$$

54.

a) $3(4-2x)=6-8x$

$$12-6x=6-8x$$
$$-6x+8x=6-12$$
$$2x=-6 \qquad \Big|:2$$
$$x=-3$$

b) $5x(x-1)=5x^2-(8-3x)$

$$5x^2-5x=5x^2-8+3x$$
$$5x^2-5x^2-5x-3x=-8$$
$$-8x=-8 \qquad \Big|:(-8)$$
$$x=1$$

55.

a)

$$
\begin{aligned}
2(a+3)-3(-3a-4) &= 4-(7a+2) \\
2a+6+9a+12 &= 4-7a-2 \\
2a+9a+7a &= 4-2-6-12 \\
18a &= -16 \qquad \Big| :18 \\
a &= -\frac{16^{(2}}{18} \\
a &= -\frac{8}{9}
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
-5c-(1-c)+2(4c-1) &= c-(5c-2) \\
-5c-1+c+8c-2 &= c-5c+2 \\
-5c+c+8c-c+5c &= 2+1+2 \\
8c &= 5 \qquad \Big| :8 \\
c &= \frac{5}{8}
\end{aligned}
$$

56.

a) $$\begin{aligned}(3+x)-(x-3)&=0\\ 3+x-x+3&=0\\ 6&=0\end{aligned}$$

Yhtälö on epätosi, joten yhtälöllä ei ole ratkaisuja.

b) $$\begin{aligned}4(x-1)+1&=x-3(1-x)\\ 4x-4+1&=x-3+3x\\ 4x-x-3x&=-3+4-1\\ 0&=0\end{aligned}$$

Yhtälö on tosi riippumatta muuttujasta x, joten kaikki luvut ovat ratkaisuja.

57.

Jos $x = -2$ on yhtälön ratkaisu, se toteuttaa yhtälön. Sijoitetaan yhtälöön $x = -2$ ja ratkaistaan vakio k.

$$
\begin{aligned}
(-2)^3 - 2k \cdot (-2) &= 5 \\
-8 + 4k &= 5 \\
4k &= 13 \qquad \Big| :4 \\
k &= \frac{13}{4}
\end{aligned}
$$

58.

Jos $x = 3$ on yhtälön ratkaisu, se toteuttaa yhtälön. Sijoitetaan yhtälöön $x = 3$ ja ratkaistaan vakio a.

$$
\begin{aligned}
2a \cdot 3 + 5a - 2 &= 20 \\
6a + 5a - 2 &= 20 \\
6a + 5a &= 20 + 2 \\
11a &= 22 \qquad \big| :11 \\
a &= 2
\end{aligned}
$$

59.

Jos $x = -3$ on yhtälön ratkaisu, se toteuttaa yhtälön. Sijoitetaan yhtälöön $x = -3$ ja ratkaistaan vakio k.

$$
\begin{aligned}
5(-3-k) &= 2\cdot(-3)-3 \\
-15-5k &= -6-3 \\
-5k &= -6-3+15 \\
-5k &= 6 \qquad\qquad \Big|:(-5) \\
k &= -\frac{6}{5}
\end{aligned}
$$

60.

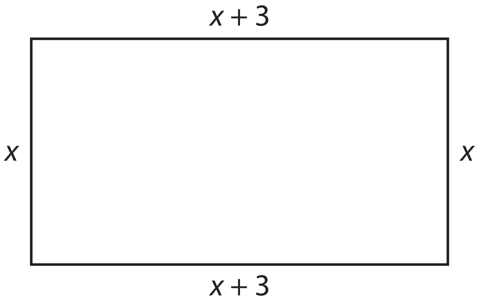
Merkitään ensimmäistä lukua kirjaimella x, koska lukua ei tiedetä. Joten toinen luku on $x+1$ ja kolmas luku on $x+2$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x.

$$
\begin{aligned}
x+(x+1)+(x+2) &= 63 \\
x+x+1+x+2 &= 63 \\
x+x+x &= 63-1-2 \\
3x &= 60 \qquad \qquad \qquad \Big| :3 \\
x &= 20
\end{aligned}
$$

Luvut ovat 20, 21 ja 22.

61.

Merkitään suorakulmion korkeutta kirjaimella x, koska korkeutta ei tiedetä. Joten kanta on $x+3$.



Muodostetaan piirin yhtälö, ja ratkaistaan siitä x.

$$\begin{aligned}
x+x+(x+3)+(x+3) &= 30 \\
x+x+x+3+x+3 &= 30 \\
x+x+x+x &= 30-3-3 \\
4x &= 24 \qquad\qquad \Big| :4 \\
x &= 6
\end{aligned}$$

Suorakulmion korkeus on 6 cm ja kanta on $6+3=9$ cm.

62.

Petra on siis tällä hetkellä 4 kertaa niin vanha kuin Lilli. Merkataan Petran ikää kirjaimella x, Lillin ikää kirjaimella y ja muodostetaan yhtälö $x = 4y$.

12 vuoden kuluttua Petra on kaksi kertaa vanha kuin Lilli. Muodostetaan tästäkin yhtälö.

$$12 + x = 2(y + 12)$$

Sijoitetaan $x = 4y$ tähän yhtälöön ja ratkaistaan siitä y.

$$\begin{aligned} 12 + x &= 2(y + 12) && \big| \, x = 4y \\ 12 + 4y &= 2y + 24 \\ 4y - 2y &= 24 - 12 \\ 2y &= 12 && \big| :2 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

Joten Lillin ikä tällä hetkellä on 6. Lasketaan Petran ikä tällä hetkellä.

$$\begin{aligned} x &= 4y && \big| \, y = 6 \\ x &= 4 \cdot 6 \\ x &= 24 \end{aligned}$$

Lillin ikä tällä hetkellä on 6 ja Petran ikä tällä hetkellä on 24.

63.

a)

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5$$

$$^{3)}\frac{x}{2}+{}^{2)}\frac{x}{3}={}^{6)}\frac{5}{1}$$

$$\frac{3x}{6}+\frac{2x}{6}=\frac{30}{6} \qquad \Big|\cdot 6$$

$$3x+2x=30$$

$$5x=30 \qquad \Big|:5$$

$$x=6$$

b)

$$3x-\frac{x-2}{2}=\frac{1}{6}$$

$$^{6)}\frac{3x}{1}-{}^{3)}\frac{x-2}{2}=\frac{1}{6}$$

$$\frac{18x}{6}-\frac{3x-6}{6}=\frac{1}{6} \qquad \Big|\cdot 6$$

$$18x-(3x-6)=1$$

$$18x-3x+6=1$$

$$18x-3x=1-6$$

$$15x=-5 \qquad \Big|:15$$

$$x=-\frac{1}{3}$$

64.

a)

$$2x-\frac{3x}{4}=\frac{1}{3}$$

$$^{12)}\frac{2x}{1}-{}^{3)}\frac{3x}{4}={}^{4)}\frac{1}{3}$$

$$\frac{24x}{12}-\frac{9x}{12}=\frac{4}{12} \qquad \Big|\cdot 12$$

$$24x-9x=4$$

$$15x=4 \qquad \Big|:15$$

$$x=\frac{4}{15}$$

b)

$$-3x-1=\frac{5x}{2}$$

$$^{2)}\frac{-3x}{1}-{}^{2)}\frac{1}{1}=\frac{5x}{2}$$

$$\frac{-6x}{2}-\frac{2}{2}=\frac{5x}{2} \qquad \Big|\cdot 2$$

$$-6x-2=5x$$

$$-6x-5x=2$$

$$-11x=2 \qquad \Big|:(-11)$$

$$x=-\frac{2}{11}$$

65.

a)

$$\frac{x-1}{2}+2x=\frac{1}{3}$$

$$^{3)}\frac{x-1}{2}+{}^{6)}\frac{2x}{1}={}^{2)}\frac{1}{3}$$

$$\frac{3x-3}{6}+\frac{12x}{6}=\frac{2}{6} \qquad \Big|\cdot 6$$

$$3x-3+12x=2$$

$$3x+12x=2+3$$

$$15x=5 \qquad \Big|:15$$

$$x=\frac{1}{3}$$

b)

$$\frac{2x-5}{4}-\frac{3x-8}{6}=\frac{x}{12}$$

$$^{3)}\frac{2x-5}{4}-{}^{2)}\frac{3x-8}{6}=\frac{x}{12}$$

$$\frac{6x-15}{12}-\frac{6x-16}{12}=\frac{x}{12} \qquad \Big|\cdot 12$$

$$6x-15-(6x-16)=x$$

$$6x-15-6x+16=x$$

$$6x-6x-x=15-16$$

$$-x=-1 \qquad \Big|\cdot(-1)$$

$$x=1$$

66.

$$\frac{3x+5}{2}-\frac{2x+7}{3}=\frac{5x+1}{6}$$

$$^{3)}\frac{3x+5}{2}-{}^{2)}\frac{2x+7}{3}=\frac{5x+1}{6}$$

$$\frac{9x+15}{6}-\frac{4x+14}{6}=\frac{5x+1}{6} \qquad \Big|\cdot 6$$

$$9x+15-(4x+14)=5x+1$$

$$9x+15-4x-14=5x+1$$

$$9x-4x-5x=1-15+14$$

$$0=0$$

Yhtälö on tosi riippumatta muuttujan x arvosta, joten kaikki luvut ovat yhtälön ratkaisuja.

67.

a) Merkitään vuokran suuruutta kirjaimella x (€). Vuokran määrä jakautuvat tällöin seuraavasti:

Vakuutus	Polttoainekulut	Toimistomaksu
$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{4}$	15€

Kun kaikki kulut lasketaan yhteen, saadaan summaksi x. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan se.

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+15=x$$

$$x=60$$

Maksun suuruus on 60 €.

b) Kokonaiskustannukset muodostuvat alkumaksusta ja ajetuista kilometreistä eli kokonaiskustannukset ovat:

	Budjetti	Hertta
Alkumaksu	60 €	40€
Kilometrimaksu	0,20€	0,30€

Kustannukset x kilometrin jälkeen ovat:

Budjetti: $60 + 0{,}2x$

Hertta: $40 + 0{,}3x$

Jotta kannattaa valita Budjetti ajettujen kilometrien määrä on oltava:

$$\begin{aligned} 60 + 0{,}2x &< 40 + 0{,}3x \\ x &> 200 \end{aligned}$$

Ajettuja kilometrejä on oltava yli 200 km.

68.

Merkataan Kiiran palkan käteen jäävää osuutta kirjaimella x. Käteen jäävä palkka jakautuu tällöin seuraavasti:

Asumiskulut	Ruokakulut	Vaatekulut	Laskut ja muut
$\frac{x}{3}$	$\frac{2x}{5}$	$\frac{x}{8}$	150 €

Kun kaikki kulut maksetaan yhteen, saadaan summaksi x. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan se.

$$\frac{x}{3}+\frac{2x}{5}+\frac{x}{8}+150=x$$

$$x=1058,8235294$$

$$x\approx 1058,82$$

Kiiralle jää siis käteen 1058,82 € palkasta.

69.

a) Kokonaiskustannukset muodostuvat lennosta ja hotellihuoneen vuorokausimaksusta.

Lennon kulut	Hotellihuoneen vuorokausihinta
250€	80€

Kustannukset x:n vuorokauden jälkeen ovat:

$250+80x$ (€).

b) Tutkitaan millä x:n arvolla lausekkeen arvo on 1290.

$$\begin{aligned} 250+80x &= 1290 \\ x &= 13 \end{aligned}$$

Henri on siis 13 yötä hotellilla.

70.

a) $3(2x-1)-(-2x+7)=5x-4$

$$6x-3+2x-7=5x-4$$

$$6x+2x-5x=-4+3+7$$

$$3x=6 \qquad \Big|:3$$

$$x=2$$

b)

$$3x(x+3)=x^2-(6-2x^2)$$

$$3x^2+9x=x^2-6+2x^2$$

$$3x^2-x^2-2x^2+9x=-6$$

$$9x=-6 \qquad \Big|:9$$

$$x=-\frac{6^{(3}}{9}$$

$$x=-\frac{2}{3}$$

71.

a) $$\frac{2x-3}{3}+4=\frac{2-x}{5} \qquad \Big|\cdot 15$$

$$5(2x-3)+15\cdot 4=3\cdot(2-x)$$

$$10x-15+60=6-3x$$

$$10x+3x=6+15-60$$

$$13x=-39 \qquad \Big|:13$$

$$x=-3$$

b) $$\frac{8-3x}{6}=\frac{1}{3}-\frac{x}{2} \qquad \Big|\cdot 6$$

$$8-3x=2-3x$$

$$8-2=-3x+3x$$

$$6=0$$

Ei tosi

Yhtälöllä ei ole ratkaisua.

72.

$$\frac{2}{3}\cdot 3^2-\frac{1}{2}\cdot 3+4a=0$$

$$\frac{2}{3}\cdot 9-\frac{1}{2}\cdot 3+4a=0$$

$$^{2)}\frac{18}{3}-{}^{3)}\frac{3}{2}=-4a$$

$$\frac{36}{6}-\frac{9}{6}=-4a$$

$$\frac{27}{6}=-4a \qquad \Big|:(-4)$$

$$a=\frac{27}{6}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$a=-\frac{27}{24}^{(3}$$

$$a=-\frac{9}{8}=-1\frac{1}{8}$$

73.

$$\frac{7x+\frac{1}{2}}{3}-\frac{3x-\frac{1}{3}}{2}=2 \qquad \bigg|\cdot 6$$

$$2\cdot\left(7x+\frac{1}{2}\right)-3\cdot\left(3x-\frac{1}{3}\right)=6\cdot 2$$

$$14x+1-9x+1=12$$

$$14x-9x=12-1-1$$

$$5x=10 \qquad \bigg|:5$$

$$x=2$$

74.

$$p+\frac{p}{2}+\frac{p}{4}=2 \qquad \Big| \cdot 4$$

$$4p+2p+p=8$$

$$7p=8 \qquad \Big| :7$$

$$p=\frac{8}{7}=1\frac{1}{7}$$

75.

Merkataan opiskelijoiden määrää kirjaimella x. Luokan oppilaat jakautuvat tällöin seuraavasti:

Vanhojentansseihin osallistuvat	Sairaana olevat tanssijat	Vanhojentansseihin saapuneet
$\frac{3}{4}x$	3	$x-10$

$$\underbrace{\text{Vanhojentansseihin osallistujat} - \text{sairaanaolevat tanssijat}}_{\text{Vanhojentansseihin saapuneet}}$$

Muodostetaan tästä yhtälö ja ratkaistaan luokan opiskelijoiden määrä (x).

$$\frac{3}{4}x - 3 = x - 10$$

$$x = 28$$

2.2 Ensimmäisen asteen polynomifunktio

76.

a) Funktion arvot vastaavat koordinaatistossa y-akselin arvoja. Funktion arvot $f(0)$ ja $f(2)$ ovat siis muuttujan arvoja $x = 0$ ja $x = 2$ vastaavien kuvaajan pisteiden y-koordinaatit.

$f(0) = -3$

$f(2) = -1$

b) Yhtälön $f(x) = -2$ ratkaisu löytyy kuvaajasta siitä pisteestä, jossa y-koordinaatti saa arvon −2.

$f(x) = -2$, kun $x = 1$.

c) Yhtälön $f(x) = 0$ ratkaisu on funktion nollakohta eli kohta, jossa f saa arvon 0. Tässä kohdassa kuvaaja leikkaa x-akselin.

$f(x) = 0$, kun $x = 3$.

d) Kun $f(x) < 0$, funktion arvot ovat negatiivisia. Funktion kuvaaja kulkee tällöin x-akselin alapuolella.

$x < 3$

77.

a) Funktion arvot vastaavat koordinaatistossa y-akselin arvoja. Muuttujan arvo $x = 1$ vastaavan kuvaajan pisteen y-koordinaatti on $g(1) = 2$.

b) Yhtälön $g(x) = 4$ ratkaisu löytyy kuvaajasta siitä pisteestä, jossa y-koordinaatti saa arvon 4.

$g(x) = 4$, kun $x = 0$.

c) Funktion nollakohdassa kuvaaja leikkaa x-akselin.

$g(x) = 0$, kun $x = 2$.

d) Kun funktion arvot ovat positiivisia, funktion kuvaaja kulkee x-akselin yläpuolella.

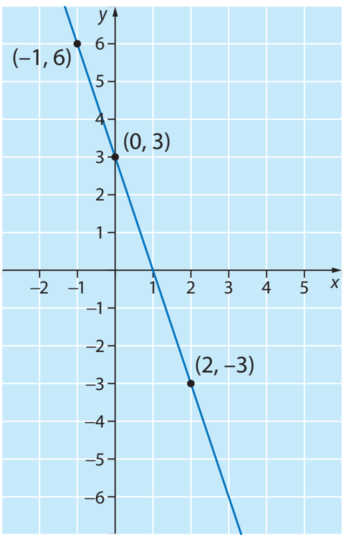
$x < 2$

78.

a) Lasketaan funktion arvot kohdissa −1, 0 ja 2.

$$f(-1) = -3\cdot(-1)+3 = 3+3 = 6$$
$$f(0) = -3\cdot 0+3 = 0+3 = 3$$
$$f(2) = -3\cdot 2+3 = -6+3 = -3$$

b) Koska *f* on ensimmäisen asteen polynomifunktio, sen kuvaaja on suora. Suora voidaan piirtää edellisessä kohdassa laskettujen funktion arvojen avulla, koska nyt suoralta tunnetaan kolme pistettä (−1, 6), (0, 3) ja (2, −3). Sijoitetaan pisteet koordinaatistoon ja piirretään pisteiden kautta kulkeva suora.



c) Kuvaajasta nollakohta voidaan lukea kohdasta, jossa kuvaaja leikkaa x-akselin. Eli kohdassa $x = 1$.

Funktion nollakohta määritetään ratkaisemalla yhtälö $f(x) = 0$.

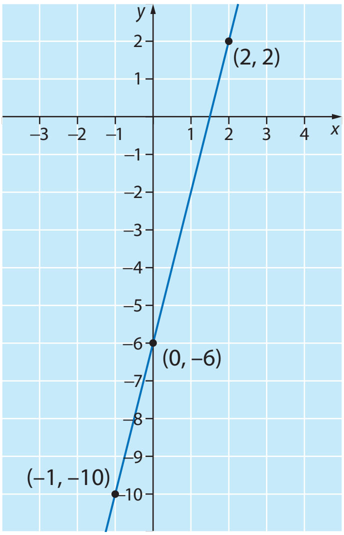
$$\begin{aligned}
f(x) &= 0 \\
-3x + 3 &= 0 \\
-3x &= -3 \qquad \Big| : (-3) \\
x &= 1
\end{aligned}$$

79.

a) Lasketaan funktion arvot kohdissa $x=-1$, $x=0$ ja $x=2$.

$$f(-1)=4\cdot(-1)-6=-4-6=-10$$
$$f(0)=4\cdot 0-6=0-6=-6$$
$$f(2)=4\cdot 2-6=8-6=2$$

Suora voidaan piirtää laskettujen funktioiden arvojen avulla, koska nyt suoralta tunnetaan kolme pistettä: (−1, −10), (0, −6), (2, 2). Sijoitetaan pisteet koordinaatistoon ja piirretään pisteiden kautta kulkeva suora.



Suora on nouseva.

b) Suora leikkaa *y*-akselin pisteessä (0, −6).

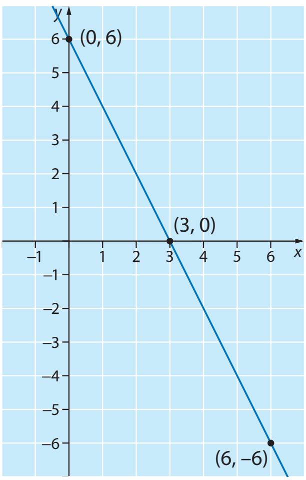
c) Suora leikkaa *x*-akselin pisteessä likimain (1,5 ;0).

80.

Lasketaan funktion arvot kohdissa $x = 0$, $x = 3$ ja $x = 6$.

$$f(0) = -2 \cdot 0 + 6 = 0 + 6 = 6$$
$$f(3) = -2 \cdot 3 + 6 = -6 + 6 = 0$$
$$f(6) = -2 \cdot 6 + 6 = -12 + 6 = -6$$

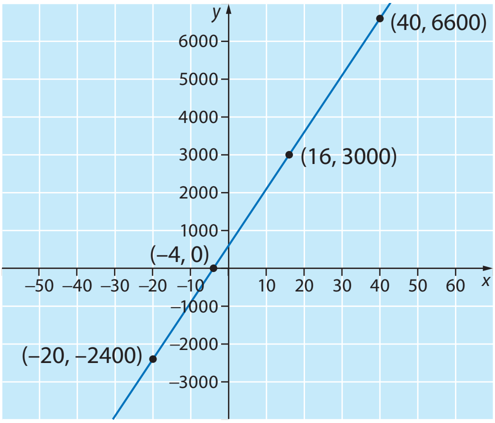
Koska g on ensimmäisen asteen polynomifunktio, sen kuvaaja on suora. Suora voidaan piirtää laskettujen funktion arvojen avulla, koska nyt suoralta tunnetaan kolme pistettä (0, 6), (3, 0) ja (6, −6). Sijoitetaan pisteet koordinaatistoon ja piirretään pisteiden kautta kulkeva suora.



Suora leikkaa y-akselin pisteessä (0, 6) ja x-akselin pisteessä (3, 0).

81.

Piirretään laskimella kuvaaja $f(x) = 150x + 600$.



a) Kuvaajasta voidaan päätellä, että $h(-20) = -2400$ ja $h(40) = 6600$.

b) Kuvaajasta voidaan päätellä, että $h(x) = 3000$, kun $x = 16$.

c) Kuvaajasta voidaan päätellä, että $h(x) = 0$, kun $x = -4$.

82.

a) Aloitusmaksu voidaan määrittää x:n arvolla 0. Lasketaan siis funktion h arvo, kun $x = 0$.

$h(0) = 9 + 2,40 \cdot 0 = 9$

Joten aloitusmaksu on 9,00 €.

b) Lasketaan funktion h arvo, kun $x = 2,5$.

$h(2,5) = 9 + 2,40 \cdot 2,5 = 15$

Joten 2,5 kilomerin taksimatka maksaa 15,00 €.

c) Lasketaan kuinka pitkälle taksilla päästään 19,32 €:lla. Joten lasketaan x yhtälöstä $h(x) = 19,32$.

$$
\begin{aligned}
h(x) &= 19,32 \\
9 + 2,40x &= 19,32 \\
x &= 4,3
\end{aligned}
$$

Taksimatkan pituus on 4,3 km.

83.

a) Lasketaan funktion f arvo kohdassa $x = 6,2$.

$f(6,2) = 3,5 \cdot 6,2 - 12 = 9,7$

Puu kasvaa vuorokaudessa 9,7 cm.

b) Lasketaan mikä on muuttujan arvo, että funktion f arvo on 13,5.
Lasketaan siis yhtälöstä $f(x) = 13,5$ muuttuja x.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 13,5 \\
3,5x - 12 &= 13,5 \\
x &= 7,285714285 \\
x &\approx 7,3
\end{aligned}
$$

13,5 cm:n pituuskasvu tarvitsee 7,3 valoisaa tuntia.

c) Lasketaan funktion f nollakohta.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 0 \\
3,5x - 12 &= 0 \\
x &= 3,4285 \\
x &\approx 3,4
\end{aligned}
$$

Pituuskasvua ei tapahdu, kun valoisia tunteja on 3,4 tai vähemmän.

84.

a) Lasketaan siis funktion e arvo, kun $x = 26\,863$.

$e(x) = 0,0002 \cdot 26863 + 76,034 = 81,4066 \approx 81,4$

Eliniän odote vuonna 2002 oli 81,4 vuotta.

b) Lasketaan muuttujan x arvo, kun funktion e arvo on 77,6. Lasketaan yhtälöstä $e(x) = 77,6$ muuttuja x.

$$\begin{aligned} e(x) &= 77,6 \\ 0,0002x + 76,034 &= 77,6 \\ x &= 7830 \end{aligned}$$

BKT vuonna 1978 oli mallin mukaan 7830 €.

c) $e(0) = 0,0002 \cdot 0 + 76,034 = 76,034 \approx 76$

Malli ei toimi nollakohdan läheisyydessä, koska BKT ei voi käytännössä laskea arvoon nolla.

85.

a) Lasketaan siis funktion m arvo, kun $x = 25$.

$$m(25) = 34{,}5 \cdot 25 + 875{,}5 = 1738$$

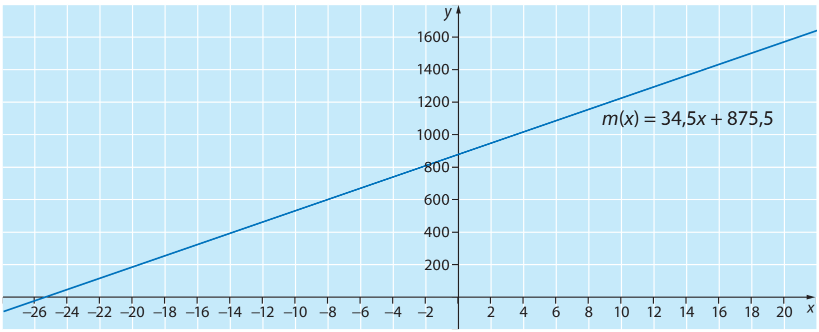
Juomia myytiin 1738 litraa.

b) Lasketaan muuttujan x arvo, kun funktion m arvo on 1500. Lasketaan yhtälöstä $m(x) = 1500$ muuttuja x.

$$\begin{aligned} m(x) &= 1500 \\ 34{,}5x + 875{,}5 &= 1500 \\ x &= 18{,}101449 \\ x &\approx 18 \end{aligned}$$

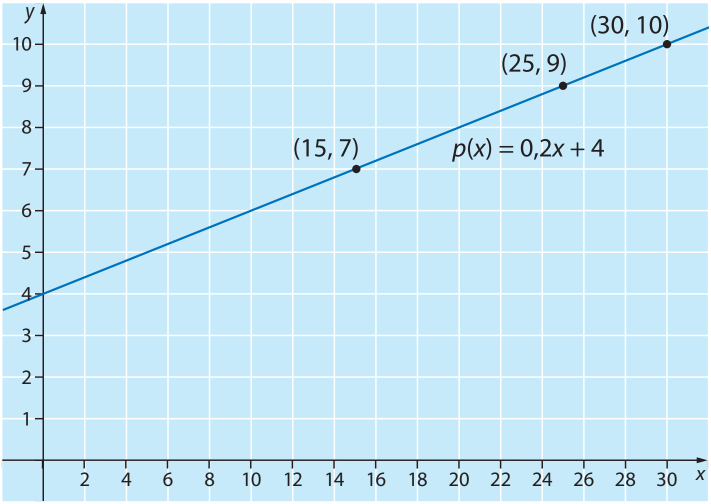
Päivän ylin lämpötila oli 18 °C.

c)



Funktion nollakohta on $x \approx -25$ °C. Malli ei ole järkevä, koska kesäpäivänä lämpötila -25 °C on hyvin epätodennäköinen.

86.



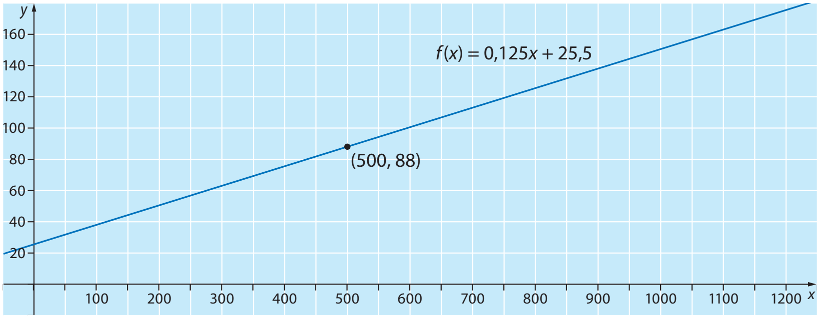
a) Pistemäärällä 25 saa arvosanaksi 9.

b) Arvosanan 10 saa pistemäärällä 30.

c) Arvosanan 7 saa pistemäärällä 15.

87.

a)



Kun jäniksiä on 500 kpl, niin petoeläimiä on 88 kpl.

b) Lasketaan muuttujan x arvo, kun funktion f arvo on 50. Lasketaan siis yhtälöstä $f(x) = 50$ muuttuja x.

$$\begin{aligned} f(x) &= 50 \\ 0{,}125x + 25{,}5 &= 50 \\ x &= 196 \end{aligned}$$

Kun petoeläimiä on 50 kpl, niin jäniksiä on 196 kpl.

c) Kun muuttuja x lähestyy nollaa, jänispopulaation koko lähestyy nollaa, jolloin todennäköisesti myös jäniksiä syövien petoeläinten populaatioiden koot romahtaisivat.

88.

a) Funktion arvot $g(1)$ ja $g(0)$ ovat muuttujan arvoja $x = 1$ ja $x = 0$. Vastaavien kuvaajan pisteiden y-koordinaatit.

$g(1) = 10$

$g(0) = 15$

b) Yhtälön $g(x) = 5$ ratkaisu on funktion kohta, jossa g saa arvon 5.

$g(x) = 5$, kun $x = 2$.

c) Yhtälön $g(x) = 0$ ratkaisu on funktion nollakohta eli kohta, jossa g saa arvon 0. Tässä kohdassa kuvaaja leikkaa x-akselin.

$g(x) = 0$, kun $x = 3$.

d) Kun $g(x) < 0$, funktion arvot ovat negatiivisia. Funktion kuvaaja kulkee tällöin x-akselin alapuolella.

$x > 3$

89.

a) $f(-4) = -6 \cdot (-4) + 3 = 24 + 3 = 27$

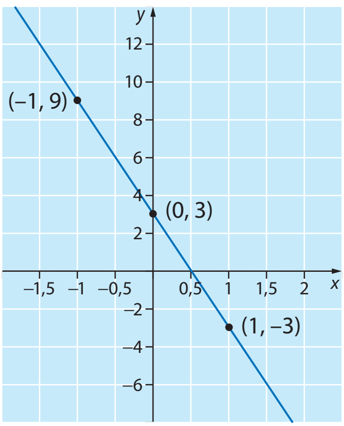
b) Funktion nollakohta on kohta, jossa f saa arvon 0. Lasketaan muuttuja x arvo yhtälöstä $f(x) = 0$.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 0 \\
-6x + 3 &= 0 \\
-6x &= -3 \qquad \Big| :(-6) \\
x &= \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

c) Lasketaan funktion arvot kohdissa -1, 0 ja 1.

$$f(-1) = -6 \cdot (-1) + 3 = 6 + 3 = 9$$
$$f(0) = -6 \cdot 0 + 3 = 0 + 3 = 3$$
$$f(1) = -6 \cdot 1 + 3 = -6 + 3 = -3$$

Koska f on ensimmäisen asteen polynomifunktio, sen kuvaaja on suora. Suora voidaan piirtää laskettujen funktion arvojen avulla, koska nyt suoralta tunnetaan kolme pistettä (-1, 9), (0, 3) ja (1, -3). Sijoitetaan pisteet koordinaatistoon ja piirretään pisteiden kautta kulkeva suora.



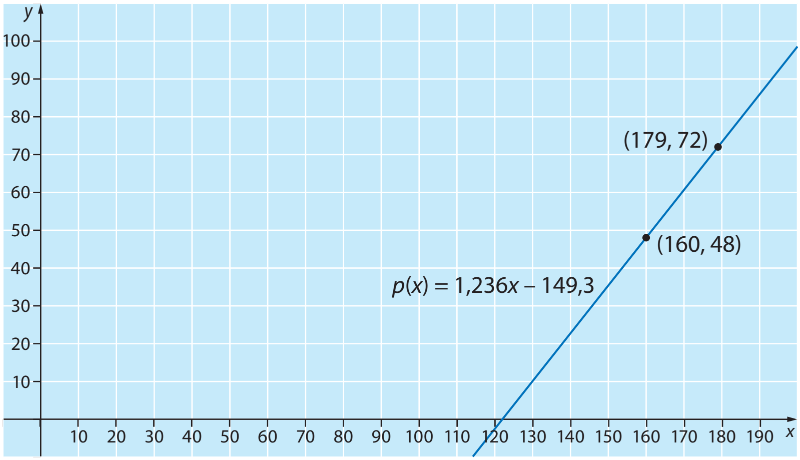
90.

Funktio f kulkee pisteen (-1, 3) kautta, joten muuttujan ollessa $x=-1$ funktion f arvo on 3. Lasketaan yhtälöstä $f(-1)=3$ vakion a arvo.

$$\begin{aligned} f(-1) &= 3 \\ -a\cdot(-1)+3a &= 3 \\ a+3a &= 3 \\ 4a &= 3 && |:4 \\ a &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

91.

Piirretään laskimella funktion $p(x) = 1,236x - 149,3$ kuvaaja.



a) 160 cm pitkä henkilö painaa 48 kg kuvaajan perusteella.

b) 72,00 kg painava henkilö on 179 cm pitkä kuvaajan perusteella.

92.

a) Lasketaan funktion $m(x)=x+0,79(V-x)$ arvo, kun $x=700\ (\text{ml})=0,7\ (\text{l})$ ja $V=3\ (\text{l})$.

$$\begin{aligned} m(0,7) &= 0,7+0,79(3-0,7) \\ &= 2,517 \\ &\approx 2,5 \end{aligned}$$

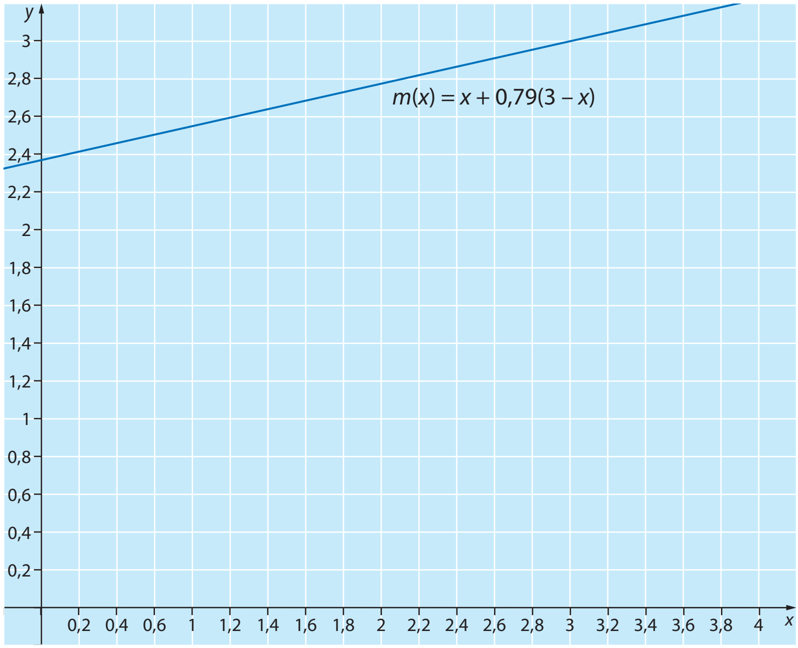
Seos painaa noin 2,5 kg.

b) Lasketaan millä muuttujan x arvolla funktion $m(x)=x+0,79(V-x)$ arvo on 2,92. Lasketaan muuttuja x yhtälöstä $m(x)=2,92$.

$$\begin{aligned} m(x) &= 2,92 \\ x+0,79(3-x) &= 2,92 \\ x &= 2,61904 \\ x &\approx 2,6 \end{aligned}$$

Jotta seos painaa 2,92 kg, vettä pitää olla noin 2,6 litraa seoksessa.

c)



Koska seoksen tilavuus on 3 litraa, niin vettä voi maksimissaan olla 3 litraa ja minimissään vettä voi olla seoksessa 0 litraa, joten malli on järkevä, kun $0 \leq x \leq 3$.

2.3 Toisen asteen yhtälö

93.

a) Yhtälö on valmiiksi muodossa $ax^2+bx+c=0$. Poimitaan yhtälöstä kertoimet a, b ja c ja sijoitetaan ne ratkaisukaavaan.

$a=1$, $b=-2$ ja $c=-8$

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-8)}}{2\cdot 1}$$

$$x=\frac{2\pm\sqrt{36}}{2}$$

$$x=\frac{2\pm 6}{2}$$

$$x=\frac{2+6}{2}=4 \quad \text{tai} \quad x=\frac{2-6}{2}=-2$$

b) Yhtälö on valmiiksi muodossa $ax^2+bx+c=0$. Poimitaan yhtälöstä kertoimet a, b ja c ja sijoitetaan ne ratkaisukaavaan.

$a=3$, $b=2$ ja $c=-1$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 3\cdot(-1)}}{2\cdot 3}$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{6}$$

$$x=\frac{-2\pm 4}{6}$$

$$x=\frac{-2+4}{6}=\frac{1}{3} \quad \text{tai} \quad x=\frac{-2-4}{6}=-1$$

94.

a) Yhtälö on valmiiksi muodossa $ax^2+bx+c=0$. Poimitaan yhtälöstä kertoimet a, b ja c ja sijoitetaan ne ratkaisukaavaan.

$a=1$, $b=-3$ ja $c=2$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot1\cdot2}}{2\cdot1}$$

$$x=\frac{3\pm\sqrt{1}}{2}$$

$$x=\frac{3\pm1}{2}$$

$$x=\frac{3+1}{2}=2 \quad \text{tai} \quad x=\frac{3-1}{2}=1$$

b) Yhtälö on valmiiksi muodossa $ax^2+bx+c=0$. Poimitaan yhtälöstä kertoimet a, b ja c ja sijoitetaan ne ratkaisukaavaan.

$a=-6$, $b=1$ ja $c=2$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-6)\cdot2}}{2\cdot(-6)}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{-12}$$

$$x=\frac{-1\pm7}{-12}$$

$$x=\frac{-1+7}{-12}=-\frac{1}{2} \quad \text{tai} \quad x=\frac{-1-7}{-12}=\frac{2}{3}$$

95.

a) Sievennetään yhtälö muotoon $ax^2+bx+c=0$.

$$x^2=6x$$
$$x^2-6x=0$$

Tässä yhtälössä $a=1$, $b=-6$ ja $c=0$. Sijoitetaan nämä ratkaisukaavaan.

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot1\cdot0}}{2\cdot1}$$
$$x=\frac{6\pm\sqrt{36}}{2}$$
$$x=\frac{6\pm6}{2}$$
$$x=\frac{6+6}{2}=6 \quad \text{tai} \quad x=\frac{6-6}{2}=0$$

b) Sievennetään yhtälö muotoon $ax^2+bx+c=0$.

$$x^2+1=2x$$
$$x^2-2x+1=0$$

Tässä yhtälössä $a=1$, $b=-2$ ja $c=1$. Sijoitetaan nämä ratkaisukaavaan.

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}$$
$$x=\frac{2\pm\sqrt{0}}{2}$$
$$x=\frac{2\pm0}{2}$$
$$x=\frac{2}{2}=1$$

96.

a) Yhtälö on valmiiksi muodossa $ax^2+bx+c=0$. Poimitaan yhtälöstä kertoimet a, b ja c ja sijoitetaan ne ratkaisukaavaan.

$a=1$, $b=0$ ja $c=-9$

$$x=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot1\cdot(-9)}}{2\cdot1}$$

$$x=\frac{0\pm\sqrt{36}}{2}$$

$$x=\frac{0\pm6}{2}$$

$$x=\frac{0+6}{2}=3 \quad \text{tai} \quad x=\frac{0-6}{2}=-3$$

b) Sievennetään yhtälö muotoon $ax^2 + bx + c = 0$.

$$2x^2 = 50$$

$$2x^2 - 50 = 0$$

Tässä yhtälössä $a = 2$, $b = 0$ ja $c = -50$. Sijoitetaan nämä ratkaisukaavaan.

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-50)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{400}}{4}$$

$$x = \frac{0 \pm 20}{4}$$

$$x = \frac{0+20}{4} = 5 \quad \text{tai} \quad x = \frac{0-20}{4} = -5$$

97.

a) Yhtälö on valmiiksi muodossa $ax^2+bx+c=0$. Poimitaan yhtälöstä kertoimet a, b ja c ja sijoitetaan ne ratkaisukaavaan.

$a=1$, $b=-6$ ja $c=9$

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot 1\cdot 9}}{2\cdot 1}$$

$$x=\frac{6\pm\sqrt{0}}{2}$$

$$x=\frac{6\pm 0}{2}$$

$$x=\frac{6}{2}=3$$

b) Sievennetään yhtälö muotoon $ax^2+bx+c=0$.

$$4(x^2+2x+1)=0$$
$$4x^2+8x+4=0$$

Tässä yhtälössä $a=4$, $b=8$ ja $c=4$. Sijoitetaan nämä ratkaisukaavaan.

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\cdot4\cdot4}}{2\cdot4}$$

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{0}}{8}$$

$$x=\frac{-8\pm0}{8}$$

$$x=\frac{-8}{8}=-1$$

98.

a) Yhtälö on valmiiksi muodossa $ax^2+bx+c=0$. Kaikki kertoimet ovat kuitenkin jaollisia luvulla 5. Yhtälö on helpompi ratkaista pienemmillä kertoimilla, joten jaetaan yhtälö puolittain luvulla 5.

$$-10x^2+15x-25=0 \qquad |:5$$
$$-2x^2+3x-5=0$$
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot(-2)\cdot(-5)}}{2\cdot(-2)}$$
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{-91}}{-4}$$

Koska juurrettava $-91<0$, neliöjuurelle $\sqrt{-91}$ ei voida laskea arvoa eikä yhtälöllä ole tällöin ratkaisua.

b) Poistetaan ensin nimittäjät ja ratkaistaan sitten yhtälö ratkaisukaavalla.

$$\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{4}x+\frac{1}{2}=0 \qquad |\cdot 4$$
$$x^2+5x+2=0$$
$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot2}}{2\cdot1}$$
$$x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$$

Neliöjuuren arvoa ei voida laskea ilman laskinta, joten vastaus jää lausekkeen muotoon.

99.

a) Yhtälö on valmiiksi muodossa $ax^2+bx+c=0$. Kaikki kertoimet ovat kuitenkin jaollisia luvulla 2. Yhtälö on helpompi ratkaista pienemmillä kertoimilla, joten jaetaan yhtälö puolittain luvulla 2.

$$2x^2-6x-20=0 \quad \Big| :2$$
$$x^2-3x-10=0$$
$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot 1\cdot(-10)}}{2\cdot 1}$$
$$x=\frac{3\pm\sqrt{49}}{2}$$
$$x=\frac{3\pm 7}{2}$$
$$x=\frac{3+7}{2}=5 \quad \text{tai} \quad x=\frac{3-7}{2}=-2$$

b) Poistetaan ensin nimittäjät ja ratkaistaan sitten yhtälö ratkaisukaavalla.

$$-\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}=0 \quad \Big| \cdot 12$$
$$-4x^2+6x-9=0$$
$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot(-4)\cdot(-9)}}{2\cdot(-4)}$$
$$x=\frac{-6\pm\sqrt{-108}}{-8}$$

Koska juurrettava $-108<0$, neliöjuurelle $\sqrt{-108}$ ei voida laskea arvoa eikä yhtälöllä ole tällöin ratkaisua.

100.

a) Sievennetään yhtälö muotoon $ax^2+bx+c=0$. Jaetaan yhtälö puolittain luvulla 6, koska kaikki luvut ovat jaollisia luvulla 6 ja ratkaistaan lopuksi ratkaisukaavalla.

$$-24x+18=-6x^2$$

$$6x^2-24x+18=0 \qquad |:6$$

$$x^2-4x+3=0$$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}$$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}$$

$$x=\frac{4\pm2}{2}$$

$$x=\frac{4+2}{2}=3 \quad \text{tai} \quad x=\frac{4-2}{2}=1$$

b) Poistetaan ensin nimittäjät ja ratkaistaan sitten yhtälö ratkaisukaavalla.

$$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}=0 \qquad \Big|\cdot 4$$

$$2x^2+2x-3=0$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 2\cdot(-3)}}{2\cdot 2}$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{28}}{4}$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4\cdot 7}}{4}$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4}\cdot\sqrt{7}}{4}$$

$$x=\frac{-2\pm 2\cdot\sqrt{7}}{4}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{2}$$

Neliöjuuren arvoa ei voida laskea ilman laskinta, joten vastaus jää lausekkeen muotoon.

101.

a) Sievennetään yhtälö muotoon $as^2+bs+c=0$.

$$-s^2+2s=-3$$

$$-s^2+2s+3=0$$

$$s=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot(-1)\cdot 3}}{2\cdot(-1)}$$

$$s=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{-2}$$

$$s=\frac{-2\pm 4}{-2}$$

$$s=\frac{-2+4}{-2}=-1 \quad \text{tai} \quad s=\frac{-2-4}{-2}=3$$

b) Sievennetään yhtälö muotoon $at^2+bt+c=0$.

$$2t(3-t)=0$$

$$-2t^2+6t=0$$

$$t=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot(-2)\cdot 0}}{2\cdot(-2)}$$

$$t=\frac{-6\pm\sqrt{36}}{-4}$$

$$t=\frac{-6\pm 6}{-4}$$

$$t=\frac{-6+6}{-4}=0 \quad \text{tai} \quad t=\frac{-6-6}{-4}=3$$

102.

a) Sievennetään yhtälö muotoon $at^2+bt+c=0$.

$$8x^2-3x=2x^2+x$$
$$8x^2-2x^2-3x-x=0$$
$$6x^2-4x=0$$
$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 6\cdot 0}}{2\cdot 6}$$
$$x=\frac{4\pm\sqrt{16}}{12}$$
$$x=\frac{4\pm 4}{12}$$
$$x=\frac{4+4}{12}=\frac{2}{3}\quad \text{tai}\quad x=\frac{4-4}{12}=0$$

b) Yhtälö on valmiiksi muodossa $ax^2+bx+c=0$. Kaikki kertoimet ovat kuitenkin jaollisia luvulla 100. Yhtälö on helpompi ratkaista pienemmillä kertoimilla, joten jaetaan yhtälö puolittain luvulla 100.

$$100x^2-300x+700=0 \qquad \Big| :100$$
$$x^2-3+7=0$$
$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot 1\cdot 7}}{2\cdot 1}$$
$$x=\frac{3\pm\sqrt{-19}}{2}$$

Koska juurrettava $-19<0$, neliöjuurelle $\sqrt{-19}$ ei voida laskea arvoa eikä yhtälöllä ole tällöin ratkaisua.

103.

a) Sievennetään yhtälö muotoon $at^2 + bt + c = 0$.

$$(x+1)^2 = 4$$
$$x^2 + 2x + 1 = 4$$
$$x^2 + 2x + 1 - 4 = 0$$
$$x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2}$$
$$x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$
$$x = \frac{-2+4}{2} = 1 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-2-4}{2} = -3$$

b) Poistetaan ensin nimittäjät ja ratkaistaan sitten yhtälö ratkaisukaavalla.

$$y^2 - y + \frac{1}{4} = 0 \qquad \Big| \cdot 4$$
$$4y^2 - 4y + 1 = 0$$
$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4}$$
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{8}$$
$$x = \frac{4 \pm 0}{8}$$
$$x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

104.

Ratkaistaan siis yhtälö $(x+1)(2-x)-2=0$. Sievennetään yhtälö muotoon $at^2+bt+c=0$.

$$
\begin{aligned}
(x+1)(2-x)-2&=0\\
x\cdot 2+x\cdot(-x)+1\cdot 2+1\cdot(-x)-2&=0\\
2x-x^2+2-x-2&=0\\
-x^2+x&=0
\end{aligned}
$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-1)\cdot 0}}{2\cdot(-1)}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1}}{-2}$$

$$x=\frac{-1\pm 1}{-2}$$

$$x=\frac{-1+1}{-2}=0 \quad \text{tai} \quad x=\frac{-1-1}{-2}=1$$

105.

Lasketaan yhtälöstä $-x^2-8x-2=2(x^2-3x-5)$ muuttuja x. Sievennetään yhtälö muotoon $at^2+bt+c=0$.

$$-x^2-8x-2=2(x^2-3x-5)$$

$$-x^2-8x-2=2x^2-6x-10$$

$$-x^2-2x^2-8x+6x-2+10=0$$

$$-3x^2-2x+8=0$$

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot(-3)\cdot 8}}{2\cdot(-3)}$$

$$x=\frac{2\pm\sqrt{100}}{-6}$$

$$x=\frac{2\pm 10}{-6}$$

$$x=\frac{2+10}{-6}=-2 \quad \text{tai} \quad x=\frac{2-10}{-6}=\frac{4}{3}$$

106.

Sijoitetaan yhtälöön $x=3$ ja ratkaistaan muuttuja t ratkaisukaavalla.

$$-4\cdot 3^2\cdot t-10\cdot t^2\cdot 3+48=0$$

$$-36t-30t^2+48=0 \qquad \Big| :6$$

$$-5t^2-6t+8=0$$

$$t=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot(-5)\cdot 8}}{2\cdot(-5)}$$

$$t=\frac{6\pm\sqrt{14}}{-10}$$

$$t=\frac{6+14}{-10}=-2 \quad \text{tai} \quad t=\frac{6-14}{-10}=\frac{4}{5}$$

107.

Sijoitetaan yhtälöön $t=\frac{1}{2}$ ja ratkaistaan vakio a ratkaisukaavalla.

$$6\cdot a\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-a^2\cdot\frac{1}{2}-1=0$$

$$6\cdot a\cdot\frac{1}{4}-\frac{1}{2}a^2-1=0$$

$$\frac{6}{4}a-\frac{1}{2}a^2-1=0 \qquad \Big|\cdot 4$$

$$-2a^2+6a-4=0$$

$$a=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot(-2)\cdot(-4)}}{2\cdot(-2)}$$

$$a=\frac{-6\pm\sqrt{4}}{-4}$$

$$a=\frac{-6\pm 2}{-4}$$

$$a=\frac{-6+2}{-4}=1 \quad \text{tai} \quad a=\frac{-6-2}{-4}=2$$

Ratkaistaan alkuperäisen yhtälön ratkaisu, jos $a = 1$. Sijoitetaan yhtälöön $a = 1$ ja ratkaistaan muuttuja t ratkaisukaavalla.

$$6 \cdot 1 \cdot t^2 - 1^2 \cdot t - 1 = 0$$

$$6t^2 - t - 1 = 0$$

$$t = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6}$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12}$$

$$t = \frac{1 \pm 5}{12}$$

$$t = \frac{1+5}{12} = \frac{1}{2} \quad \text{tai} \quad t = \frac{1-5}{12} = -\frac{1}{3}$$

Ratkaistaan alkuperäisen yhtälön ratkaisu, jos $a = 2$. Sijoitetaan yhtälöön $a = 2$ ja ratkaistaan muuttuja t ratkaisukaavalla.

$$6 \cdot 2 \cdot t^2 - (2^2 \cdot t) - 1 = 0$$

$$12t^2 - 4t - 1 = 0$$

$$t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-1)}}{2 \cdot 12}$$

$$t = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{24}$$

$$t = \frac{4 \pm 8}{24}$$

$$t = \frac{4+8}{24} = \frac{1}{2} \quad \text{tai} \quad t = \frac{4-8}{24} = -\frac{1}{6}$$

108.

Merkataan pienempää kokonaislukua muuttujalla x, jolloin seuraava kokonaisluku on $x + 1$.

Kahden peräkkäisen kokonaisluvun tulo on 2070, jolloin yhtälöksi saadaan $x \cdot (x+1) = 2070$.

Ratkaistaan muuttuja.

$$x \cdot (x+1) = 2070$$

$$x = \frac{-1+91}{2} = 45 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-1-91}{2} = -46$$

Luvut ovat joko 45 ja 46 tai −46 ja −45.

109.

Merkataan pienempää lukua muuttujalla x. Seuraava pariton luku on $x + 2$.

Kahden peräkkäisen parittoman luvun tulo on 675, joten yhtälöksi saadaan

$x \cdot (x+2) = 675$.

Ratkaistaan muuttuja.

$$x \cdot (x+2) = 675$$

$$x = \frac{-2+52}{2} = 25 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-2-52}{2} = -27$$

Luvut ovat joko 25 ja 27 tai −27 ja −25.

110.

a) Yhtälön vasen puoli on tulomuodossa. Voidaan siis soveltaa tulon nollasääntöä. Merkitään tulon tekijät erikseen yhtä suuriksi kuin nolla.

$$(3x+1)(5-x)=0$$

$$3x+1=0 \quad \text{tai} \quad 5-x=0$$

$$3x=-1 \quad \Big| :3 \qquad x=5$$

$$x=-\frac{1}{3}$$

b) Lausekkeesta $7x^2-x=0$ puuttuu vakiotermi, joten siitä voidaan erottaa yhteinen tekijä x.

$$7x^2-x=0$$

$$7x\cdot x+(-1)\cdot x=0$$

$$x(7x-1)=0$$

Tulon nollasäännön mukaan

$$x=0 \quad \text{tai} \quad 7x-1=0$$

$$7x=1 \quad \Big| :7$$

$$x=\frac{1}{7}$$

c) Siirretään kaikki termit ensin yhtälön vasemmalle puolelle, jonka jälkeen voidaan erottaa yhteinen tekijä.

$$
\begin{aligned}
-3x &= 9x^2 \\
-9x^2 - 3x &= 0 \\
x \cdot (-9x) + x \cdot (-3) &= 0 \\
x(-9x - 3) &= 0 \\
x &= 0 \qquad \text{tai} \quad -9x - 3 = 0 \\
&\qquad\qquad\qquad -9x = 3 \qquad \Big| : (-9) \\
&\qquad\qquad\qquad\quad x = -\frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

111.

a) Tulon nollasäännön mukaan

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x - 4 = 0$$
$$x = 4$$

b) Tulon nollasäännön mukaan

$$-(x+2) = 0 \quad \text{tai} \quad x - 4 = 0$$
$$-x - 2 = 0 \qquad x = 4$$
$$x = -2$$

112.

a) Lausekkeesta $4x^2 - x = 0$ puuttuu vakiotermi, joten siitä voidaan erottaa yhteinen tekijä x.

$$
\begin{aligned}
4x^2 - x &= 0 \\
x \cdot 4x + x \cdot (-1) &= 0 \\
x(4x-1) &= 0 \\
x &= 0 \quad \text{tai} \quad 4x - 1 = 0 \\
&\qquad\qquad\quad 4x = 1 \quad \left|\, : 4\right. \\
&\qquad\qquad\quad\; x = \frac{1}{4}
\end{aligned}
$$

b) Lausekkeesta $-x + 2x^2 = 0$ puuttuu vakiotermi, joten siitä voidaan erottaa yhteinen tekijä x.

$$
\begin{aligned}
-x + 2x^2 &= 0 \\
x \cdot (-1) + x \cdot 2x &= 0 \\
x(-1 + 2x) &= 0 \\
x &= 0 \quad \text{tai} \quad -1 + 2x = 0 \\
&\qquad\qquad\qquad 2x = 1 \quad \left|\, : 2\right. \\
&\qquad\qquad\qquad\; x = \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

113.

a) Siirretään kaikki termit ensin yhtälön vasemmalle puolelle, jonka jälkeen voidaan erottaa yhteinen tekijä.

$$\frac{1}{4}x = 2x^2$$

$$-2x^2 + \frac{1}{4}x = 0$$

$$x \cdot (-2x) + x \cdot \frac{1}{4} = 0$$

$$x(-2x + \frac{1}{4}) = 0$$

$$x = 0 \qquad \text{tai} \qquad -2x + \frac{1}{4} = 0$$

$$2x = \frac{1}{4} \qquad |:2$$

$$x = \frac{1}{8}$$

b) Siirretään kaikki termit ensin yhtälön vasemmalle puolelle, jonka jälkeen voidaan erottaa yhteinen tekijä.

$$6x^2 + 4x = 3x^2 - x$$

$$3x^2 + 5x = 0$$

$$x \cdot 3x + x \cdot 5 = 0$$

$$x(3x + 5) = 0$$

$$x = 0 \qquad \text{tai} \qquad 3x + 5 = 0$$

$$3x = -5 \qquad |:3$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

114.

a) Tulon nollasäännön mukaan

$$x - \pi = 0 \qquad \text{tai} \qquad x + \sqrt{2} = 0$$
$$x = \pi \qquad\qquad\qquad x = -\sqrt{2}$$

b) Lasketaan sulkeet ensin auki.

$$(2x-1)^2 = 0$$
$$(2x-1)(2x-1) = 0$$
$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

Käytetään ratkaisukaavaa.

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4}$$
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{8}$$
$$x = \frac{4 \pm 0}{8}$$
$$x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

115.

a) Jaetaan ensin yhtälön molemmat puolet toisen asteen termin kertoimella.

$3x^2 = 75 \quad |:3$

$x^2 = 25$

$x = \sqrt{25} = 5$ tai $x = -\sqrt{25} = -5$

b) Siirretään vakiotermi yhtälön oikealle puolelle ja jaetaan molemmat puolet toisen asteen termin kertoimella.

$9x^2 + 18 = 0$

$9x^2 = -18 \quad |:9$

$x^2 = -2$

Reaaliluvun neliö ei voi olla negatiivinen, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua.

c) Siirretään vakiotermi yhtälön oikealle puolelle ja jaetaan molemmat puolet toisen asteen termin kertoimella.

$5x^2 - 10 = 0$

$5x^2 = 10 \quad |:5$

$x^2 = 2$

$x = \pm\sqrt{2}$

116.

a) Siirretään vakiotermi yhtälön oikealle puolelle ja jaetaan molemmat puolet toisen asteen termin kertoimella.

$$\frac{1}{3}t^2 - 6 = 0$$

$$\frac{1}{3}t^2 = 6 \quad \Big| : \frac{1}{3}$$

$$t^2 = 18$$

$$t = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

b) Jaetaan yhtälö puolittain luvulla 5 ja siirretään vakiotermi yhtälön oikealle puolelle.

$$5(x^2 - 1) = 5 \quad | : 5$$

$$x^2 - 1 = 1$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

117.

a) Siirretään vakiotermi yhtälön oikealle puolelle ja toisen asteen termit yhtälön oikealle puolelle ja jaetaan molemmat puolet toisen asteen termin kertoimella.

$$-x^2 + 7 = 2x^2$$

$$-3x^2 = -7 \quad \big| : (-3)$$

$$x^2 = \frac{7}{3}$$

$$x = \pm {}^{\sqrt{3})}\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{3\cdot 7}}{\sqrt{3\cdot 3}}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{9}}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{21}}{3}$$

b) Siirretään vakiotermi yhtälön oikealle puolelle ja toisen asteen termit yhtälön oikealle puolelle ja jaetaan molemmat puolet toisen asteen termin kertoimella.

$$5x^2 + 30 = 2x^2$$

$$3x^2 = -30 \quad \big| : 3$$

$$x^2 = -10$$

Reaaliluvun neliö ei voi olla negatiivinen, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua.

118.

a) $3p^2-5=-2$

$3p^2=3 \qquad \Big|:3$

$p^2=1$

$p=\pm\sqrt{1}$

$p=\pm 1$

b) $3p^2-5=4$

$3p^2=9 \qquad \Big|:3$

$p^2=3$

$p=\pm\sqrt{3}$

119.

$$2x^2-3=-(5x+3)$$
$$2x^2-3=-5x-3$$
$$2x^2+5x=0$$
$$x\cdot 2x+x\cdot 5=0$$
$$x(2x+5)=0$$
$$x=0 \quad \text{tai} \quad 2x+5=0$$
$$2x=-5 \qquad \big|:2$$
$$x=-\frac{5}{2}$$

120.

Sijoitetaan muuttujan x paikalle luku 5 ja ratkaistaan vakio a.

$$(a^2x-10a)^2=0 \qquad \big| x=5$$
$$(5a^2-10a)^2=0 \qquad \big| \sqrt{}$$
$$5a^2-10a=0 \qquad \big| : a$$
$$5a-10=0$$
$$5a-10=0$$
$$5a=10 \qquad \big| : 5$$
$$a=2$$

121.

a) $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 2}}{2 \cdot (-2)}$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{25}}{-4}$

$x = \dfrac{-3 \pm 5}{-4}$

$x = \dfrac{-3+5}{-4} = -\dfrac{1}{2}$ tai $x = \dfrac{-3-5}{-4} = 2$

b) $x = \dfrac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1}$

$x = \dfrac{-8 \pm \sqrt{0}}{2}$

$x = \dfrac{-8 \pm 0}{2}$

$x = \dfrac{-8}{2} = -4$

c) $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-4)}}{2 \cdot (-3)}$

$x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{-23}}{-6}$

Koska juurrettava $-23 < 0$, neliöjuurelle $\sqrt{-23}$ ei voida laskea arvoa eikä yhtälöllä ole tällöin ratkaisua.

122.

a) $\frac{2}{3}x^2+\frac{7}{6}x=\frac{1}{3} \qquad \Big| \cdot 6$

$4x^2+7x=2$

$4x^2+7x-2=0$

Nyt voidaan käyttää ratkaisukaavaa.

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot4\cdot(-2)}}{2\cdot4}$$

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{81}}{8}$$

$$x=\frac{-7\pm9}{8}$$

$$x=\frac{-7+9}{8}=\frac{1}{4} \quad \text{tai} \quad x=\frac{-7-9}{8}=-2$$

b) $20x^2+20x-80=0 \qquad \Big| : 20$

$x^4+x-4=0$

Nyt voidaan käyttää ratkaisukaavaa.

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot1\cdot(-4)}}{2\cdot1}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$$

123.

a)

$$
\begin{aligned}
5x^2 &= 10x \\
5x^2 - 10x &= 0 \\
x \cdot 5x + x \cdot (-10) &= 0 \\
x(5x - 10) &= 0 \\
x &= 0 \quad \text{tai} \quad 5x - 10 = 0 \\
&\qquad\qquad\quad 5x = 10 \quad \Big| :5 \\
&\qquad\qquad\qquad x = 2
\end{aligned}
$$

b) Tulon nollasäännön mukaan

$x + 2 = 0$ tai $x - 2 = 0$

$x = -2$ $\qquad$ $x = 2$

124.

Lasketaan ensin yhtälöstä x .

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 2}}{2 \cdot 6}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{12}$$

$$x = \frac{7 \pm 1}{12}$$

$$x = \frac{7+1}{12} = \frac{2}{3} \quad \text{tai} \quad x = \frac{7-1}{12} = \frac{1}{2}$$

Ratkaisuista vain $x = \frac{1}{2}$ toteuttaa ehdon $0 < x < \frac{3}{5}$.

125.

a)

$$-3x = 9x^2$$

$$9x^2 + 3x = 0$$

$$x \cdot 9x + x \cdot 3 = 0$$

$$x(9x + 3) = 0$$

$$x = 0 \qquad \text{tai} \qquad 9x + 3 = 0$$

$$9x = -3 \qquad \big| :9$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

b)

$$2(8x^2 - 3) = 3$$

$$16x^2 - 6 = 3$$

$$16x^2 = 9 \qquad \big| :16$$

$$x^2 = \frac{9}{16}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$$

$$x = \pm\frac{3}{4}$$

c) $\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{2}x=\frac{2}{3} \qquad \Big| \cdot 6$ `

$$x^2+3x=4$$

$$x^2+3x-4=0$$

Nyt voidaan ratkaista ratkaisukaavalla.

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot(-4)}}{2\cdot 1}$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{2}$$

$$x=\frac{-3\pm 5}{2}$$

$$x=\frac{-3+5}{2}=1 \quad \text{tai} \quad x=\frac{-3-5}{2}=-4$$

126.

Sijoitetaan yhtälöön $x=-3$ ja ratkaistaan vakio p.

$$
\begin{aligned}
x(x+p) &= 3 && \big| x=-3 \\
-3(-3+p) &= 3 \\
9-3p &= 3 \\
-3p &= -6 && \big| :(-3) \\
p &= 2
\end{aligned}
$$

Nyt sijoitetaan yhtälöön $p=2$ ja ratkaistaan muuttuja x.

$$
\begin{aligned}
x(x+p) &= 3 && \big| p=2 \\
x(x+2) &= 3 \\
x^2+2x &= 3 \\
x^2+2x-3 &= 0
\end{aligned}
$$

Nyt voidaan ratkaista ratkaisukaavalla.

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1}$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2}$$

$$x=\frac{-2\pm 4}{2}$$

$$x=\frac{-2+4}{2}=1 \text{ tai } x=\frac{-2-4}{2}=-3$$

Toinen ratkaisu on tällöin $x=1$.

127.

Merkataan suorakulmion korkeutta muuttujalla x. Tällöin suorakulmion kanta on $x + 3,5$.

Suorakulmion pinta-ala lasketaan $\text{kanta} \cdot \text{korkeus}$, joten kyseisen suorakulmion pinta-ala on $x \cdot (x + 3,5) = 64$.

Ratkaistaan tästä yhtälöstä muuttuja x.

$$x \cdot (x + 3,5) = 64$$

$$x^2 + 3,5x = 64$$

$$x = \frac{-7 + 32,76}{4} = 6,43 \approx 6,4 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-7 - 32,76}{4} = -9,94 \approx -9,9$$

Koska pituus ei voi olla negatiivinen, niin kolmion korkeus on 6,4 cm ja kanta on $6,4 + 3,5 = 9,9 \text{ cm}$.

2.4 Toisen asteen polynomifunktio

128.

a) Funktion kuvaaja leikkaa x-akselin nollakohdissa.

Funktion nollakohdat ovat $x = -5$ ja $x = 2$.

b) Funktion arvo on sama kuin kuvaajalla olevan pisteen y-koordinaatti. Luetaan funktion kuvaajalta, millä muuttujan x arvoilla funktio saa arvon −6.

Funktio saa arvon −6, kun $x = -8$ tai $x = 5$.

c) Funktion arvot ovat negatiivisia silloin, kun funktion kuvaaja kulkee x-akselin alapuolella.

Funktion arvot ovat negatiivisia, kun $x < -5$ tai $x > 2$.

129.

a) Funktio leikkaa x-akselit pisteissä (−3, 0) ja (4, 0). Funktio leikkaa y-akselin pisteessä (0, 6).

b) Funktion arvo on sama kuin kuvaajalla olevan pisteen y-koordinaatti. Luetaan funktion kuvaajalta, mikä on funktion arvo, kun $x = -2$.

Funktion arvo kohdassa $x = -2$, on −3.

c) $f(3)$ tarkoittaa funktion arvoa, kun $x = 3$. $f(3) = -3$.

d) $f(x) = 4$ tarkoittaa, että funktion arvo on 4. Luetaan kuvaajalta, millä x:n arvoilla funktio saa arvon 4.

$f(x) = 4,$ kun $x = -4$ tai $x = 5$.

e) $f(x) = -7$ tarkoittaa, että funktion arvo on −7. Luetaan kuvaajalta, millä x:n arvoilla funktio saa arvon −7.

$f(x) = -7,$ ei millään $x \in \mathbb{R}$, joten yhtälöllä ei ole ratkaisuja.

130.

a) $f(4)$ tarkoittaa funktion arvoa, kun $x = 4$. $f(4) = 3$

b) $f(1)$ tarkoittaa funktion arvoa, kun $x = 1$. $f(1) = 0$

c) $f(x) = 3$ tarkoittaa, että funktion arvo on 3. Luetaan kuvaajalta, millä x:n arvoilla funktio saa arvon 3.

$f(x) = 3$, kun $x = 0$ tai $x = 4$.

d) $f(x) = -1$ tarkoittaa, että funktion arvo on −1. Luetaan kuvaajalta, millä x:n arvoilla funktio saa arvon −1.

$f(x) = -1$, kun $x = 2$.

e) Funktion arvot ovat negatiivisia silloin, kun funktion kuvaaja kulkee x-akselin alapuolella.

Funktion arvot ovat negatiivisia, kun $1 < x < 3$.

131.

$f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ on ylöspäin aukeava paraabeli, koska toisen asteen termin kerroin, 3, on suurempaa kuin 0.

$g(x) = x^2 + 2x + 5$ on ylöspäin aukeava paraabeli, koska toisen asteen termin kerroin, 1, on suurempaa kuin 0.

$p(x) = 3 - 2x^2$ on alaspäin aukeava paraabeli, koska toisen asteen termin kerroin, -2, on pienempää kuin 0.

$h(x) = 9x^2 - 4$ on ylöspäin aukeava paraabeli, koska toisen asteen termin kerroin, 9, on suurempaa kuin 0.

Funktio	Paraabelin aukeamissuunta
$f(x) = 3x^2 - 4x + 1$	ylöspäin
$g(x) = x^2 + 2x + 5$	ylöspäin
$p(x) = 3 - 2x^2$	alaspäin
$h(x) = 9x^2 - 4$	ylöspäin

132.

a) Toisen asteen termin kerroin on 2. Koska $2 > 0$, paraabeli aukeaa ylöspäin.

b) Funktion nollakohdat saadaan ratkaisemalla yhtälö $f(x) = 0$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 2x^2 + x - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Käytetään ratkaisukaavaa.

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4}$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{4}$$

$$x = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{tai} \quad x = \frac{-1-3}{4} = -1$$

c) Kaikissa y-akselin pisteissä x-koordinaatti on 0. Lasketaan leikkauspisteen y-koordinaatti.

$$\begin{aligned} f(0) &= 2 \cdot 0^2 + 1 \cdot 0 - 1 \\ &= 0 + 0 - 1 \\ &= -1 \end{aligned}$$

Funktion kuvaaja leikkaa y-akselin pisteessä $(0, -1)$.

133.

a) Toiseen asteen termin kerroin on −1. Koska $-1 < 0$, niin paraabeli aukeaa alaspäin.

b) Kuvaaja leikkaa *x*-akselin funktion nollakohdissa. Funktion nollakohdat saadaan ratkaisemalla yhtälö $f(x) = 0$.

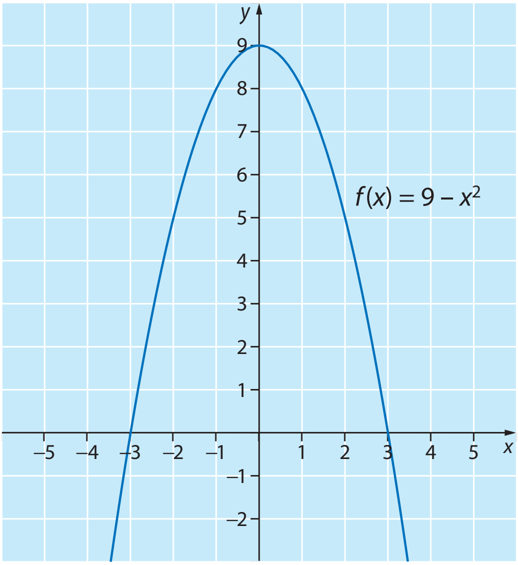
$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 9 - x^2 &= 0 \\ x^2 &= 9 \\ x &= \pm\sqrt{9} \\ x &= \pm 3 \end{aligned}$$

Kaikissa *y*-akselin pisteissä *x*-koordinaatti on 0. Lasketaan leikkauspisteen *y*-koordinaatti.

$f(0) = 9 \cdot 0^2 = 9$

Kuvaaja leikkaa koordinaattiakselit pisteissä (3, 0), (−3, 0) ja (0, 9).

c)



134.

Lasketaan, missä pisteissä paraabeli leikkaa x-akselin, y-akselin sekä lasketaan paraabelin huippukohta. Niillä voidaan hahmotella kuvaaja.

Paraabelin nollakohdat:

$$f(x) = 0$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

Käytetään ratkaisukaavaa.

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2}$$
$$x = \frac{-2 \pm 6}{2}$$
$$x = \frac{-2 + 6}{2} = 2 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-2 - 6}{2} = -4$$

Joten kuvaaja leikkaa x-akselin pisteissä (2, 0) ja (−4, 0)

Kuvaajan ja y-akselin leikkauspisteissä x-koordinaatti on 0. Lasketaan leikkauspisteen y-koordinaatti.

$$f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 8 = -8$$

Kuvaaja leikkaa y-akselin pisteessä (0, −8).

Kuvaajan huipun x-koordinaatti on nollakohtien puolivälissä. Huipun x-koordinaatti voidaan laskea nollakohtien keskiarvona.

$$\frac{-4+2}{2}=-1$$

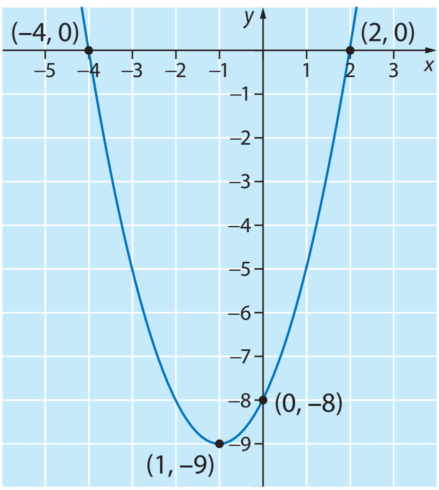
Huipun y-koodinaatti saadaan sijoittamalla x-koordinaatti paraabelin yhtälöön.

$$f(1)=(-1)^2+2\cdot(-1)-8=1-2-8=-9$$

Huippu on pisteessä (−1 ,−9).

Koska toisen asteen termin kerroin, 1, on positiivinen, paraabeli aukeaa ylöspäin.

Merkataan pisteet koordinaatistoon, ja piirretään niitten avulla paraabeli.



135.

a) Koska toisen asteen termin kerroin, 2, on positiivinen, paraabeli aukeaa ylöspäin.

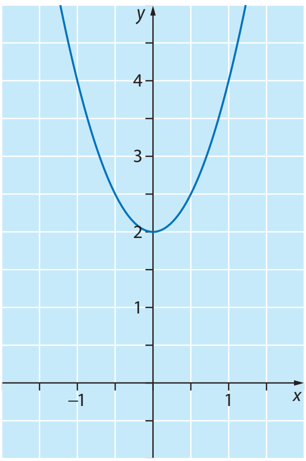
Lasketaan funktion nollakohdat.

$$f(x) = 0$$
$$2x^2 + 2 = 0$$

Käytetään ratkaisukaavaa.

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2}$$
$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{-16}}{4}$$

Koska juurrettava on negatiivinen luku, niin yhtälöllä ei ole ratkaisuja, joten funktio ei leikkaa *x*-akselia.



b) Koska toisen asteen termin kerroin, −1, on negatiivinen, paraabeli aukeaa alaspäin.

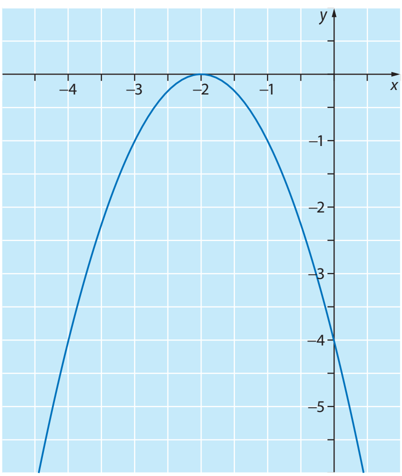
Lasketaan funktion nollakohdat.

$$f(x)=0$$
$$-x^2-4x-4=0$$

Käytetään ratkaisukaavaa.

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot(-1)\cdot(-4)}}{2\cdot(-1)}$$
$$x=\frac{4\pm\sqrt{0}}{-2}$$
$$x=\frac{4\pm 0}{-2}$$
$$x=\frac{4}{-2}=-2$$

Koska yhtälöllä on vain yksi ratkaisu, paraabelin huippukohta on x-akselilla.



c) Koska toisen asteen termin kerroin, −1, on negatiivinen, paraabeli aukeaa alaspäin.

Lasketaan funktion nollakohdat.

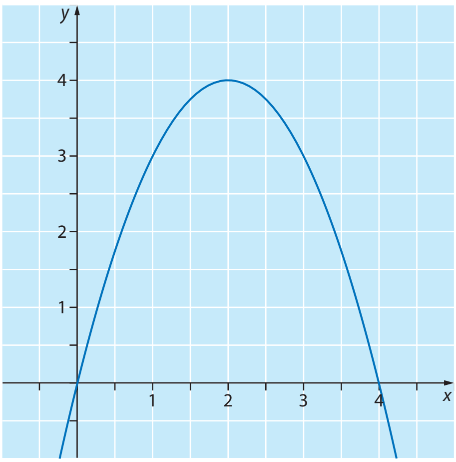
$$f(x) = 0$$

$$4x - x^2 = 0$$

$$x(4 - x) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad 4 - x = 0$$

$$x = 4$$



136.

a) Paraabeli leikkaa x-akselin pisteissä $(-5, 0)$ ja $(3, 0)$.

b) Paraabelin huippukohta on pisteessä $(-1, -5)$

c) Paraabeli on symmetrinen huipun kautta kulkevan y-akselin suuntaisen suoran suhteen. Symmetria-akselin yhtälö saadaan selville huipun x-koordinaatin avulla. Joten symmetria-akselin yhtälö on $x = -1$.

137.

a) Paraabelin huipun *x*-koordinaatti on nollakohtien keskiarvo. Ratkaistaan siis ensin funktion nollakohdat.

$$f(x) = 0$$
$$-x^2 + 8x - 15 = 0$$

Käytetään ratkaisukaavaa.

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-15)}}{2 \cdot (-1)}$$
$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{4}}{-2}$$
$$x = \frac{-8 \pm 2}{-2}$$
$$x = \frac{-8 + 2}{-2} = 3 \text{ tai } x = \frac{-8 - 2}{-2} = 5$$

Paraabelin huipun *x*-koordinaatti on $x_h = \frac{3+5}{2} = 4$.

Huipun *y*-koordinaatti on sama kuin funktion arvo kohdassa $x = 4$.

$$f(4) = -4^2 + 8 \cdot 4 - 15 = -16 + 32 - 15 = 1$$

Paraabelin huipun koordinaatit ovat (4, 1).

b) Symmetria-akseli kulkee aina huipun kautta. Koska symmetria-akseli on *y*-akselin suuntainen suora, sen yhtälö on $x = 4$.

138.

a) Koska toisen asteen termin kerroin, 3, on positiivinen, paraabeli aukeaa ylöspäin.

b) Kuvaaja leikkaa *x*-akselin funktion nollakohdissa. Lasketaan $f(x) = 0$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 3x^2 - 12 &= 0 \\ 3x^2 &= 12 \qquad \qquad \qquad \vert :3 \\ x^2 &= 4 \\ x &= \pm\sqrt{4} \\ x &= \pm 2 \end{aligned}$$

Kuvaaja leikkaa *x*-akselin pisteissä (−2, 0) ja (2, 0).

Kuvaaja leikkaa *y*-akselin kohdassa $x = 0$, joten lasketaan $f(0)$.

$f(0) = 3 \cdot 0^2 - 12 = -12$.

Kuvaaja leikkaa *y*-akselin pisteessä (0, −12)

c) Paraabelin huipun *x*-koordinaatti on nollakohtien keskiarvo.

$$x_h = \frac{-2+2}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

Huipun *y*-koordinaatti on sama kuin funktion arvo kohdassa $x = 0$.

$$f(0) = 3 \cdot 0^2 - 12 = -12$$

Huipun koordinaatit ovat (0, −12).

d) Symmetria-akseli kulkee aina huipun kautta. Koska symmetria-akseli on *y*-akselin suuntainen suora, sen yhtälö on $x = 0$.

139.

a) Lasketaan funktion nollakohdat.

$$f(x) = 0$$
$$-4x^2 + 8x - 3 = 0$$

Käytetään ratkaisukaava.

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-3)}}{2 \cdot (-4)}$$
$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{-8}$$
$$x = \frac{-8 \pm 4}{-8}$$
$$x = \frac{-8+4}{-8} = \frac{1}{2} \text{ tai } x = \frac{-8-4}{-8} = \frac{3}{2}$$

Paraabelin huipun x-koordinaatti on nollakohtien keskiarvo.

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Huipun y-koordinaatti on sama kuin funktion arvo kohdassa $x = 1$.

$$f(1) = -4 \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 - 3 = -4 + 8 - 3 = 1.$$

Huipun koordinaatit ovat (1, 1).

140.

a) Paraabelin huipun *x*-koordinaatti on nollakohtien keskiarvo. Ratkaistaan siis ensin funktion nollakohdat.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 6x - 3x^2 &= 0 \\ x(6-3x) &= 0 \\ x &= 0 \quad \text{tai} \quad 6 - 3x = 0 \\ &\qquad\qquad\qquad 3x = 6 \quad \big| :3 \\ &\qquad\qquad\qquad\; x = 2 \end{aligned}$$

Paraabelin huipun *x*-koordinaatti on

$$x_h = \frac{0+2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Huipun *y*-koordinaatti on sama kuin funktion arvo kohdassa $x = 1$.

$$f(1) = 6 \cdot 1 - 3 \cdot 1^2 = 6 - 3 = 3$$

Huipun koordinaatit ovat (1, 3).

Koska toisen asteen termin kerroin, −3, on negatiivinen, on paraabeli alaspäin aukeava ja huippu on paraabelin maksimipiste.

b) Paraabelin huipun x-koordinaatti on nollakohtien keskiarvo. Ratkaistaan siis ensin funktion nollakohdat.

$$f(x)=0$$
$$10x^2+40x+30=0 \qquad \Big|:10$$
$$x^2+4x+3=0$$

Käytetään ratkaisukaavaa.

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}$$
$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4}}{2}$$
$$x=\frac{-4\pm2}{2}$$
$$x=\frac{-4+2}{2}=-1 \quad \text{tai} \quad x=\frac{-4-2}{2}=-3$$

Paraabelin huipun x-koordinaatti on

$$x_h=\frac{-1+(-3)}{2}=\frac{-4}{2}=-2$$

Huipun y-koordinaatti on sama kuin funktion arvo kohdassa $x=-2$.

$$f(-2)=10\cdot(-2)^2+40\cdot(-2)+30=40-80+30=-10$$

Huipun koordinaatit ovat $(-2, -10)$.

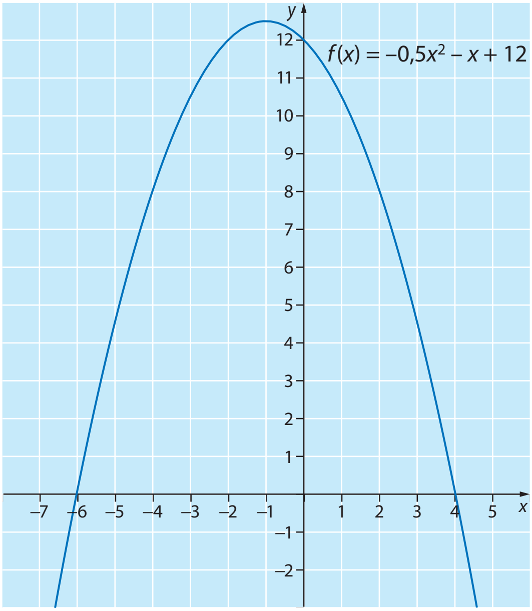
Koska toisen asteen termin kerroin, 10, on positiivinen, on paraabeli ylöspäin aukeava ja huippu on paraabelin minimipiste.

141.

Kuvaajan symmetria-akselin x-koordinaatti on nollakohtien keskiarvo. Nyt tiedetään toinen nollakohta ja symmetriakohta. Merkitään toista nollakohtaa kirjaimella x ja ratkaistaan se.

$$
\begin{aligned}
2 &= \frac{-8+x}{2} \qquad \qquad \Big| \cdot 2 \\
4 &= -8+x \\
x &= 4+8 \\
x &= 12
\end{aligned}
$$

142.



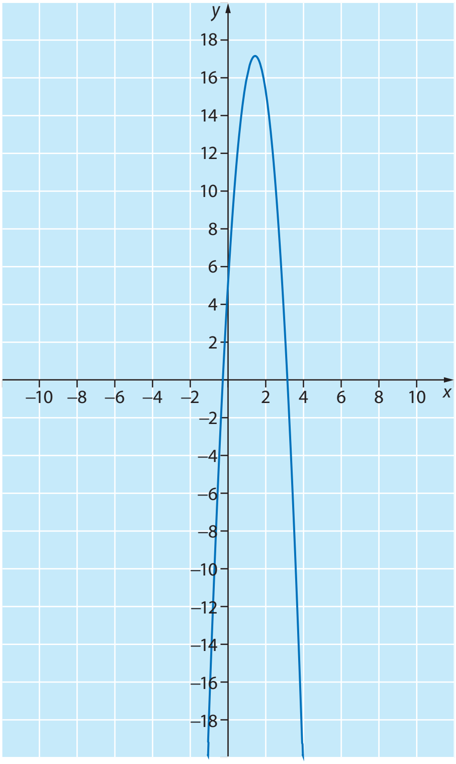
a) Funktion kuvaaja leikkaa y-akselin pisteessä (0, 12).

b) Funktion nollakohdat ovat $x = -6$ ja $x = 4$

c) Funktion arvo kohdassa $x = 3$ on 4,5.

d) Funktio saa arvon 10 kohdissa $x \approx -3,2$ tai $x \approx 1,2$.

143.



a) $f(0) = 5$

$f(-10) = -765$

b) Yhtälö $f(x) = 0$ tarkoittaa niitä kohtia, joissa kuvaaja leikkaa x-akselin. Etsitään nämä pisteet kuvaajasta.

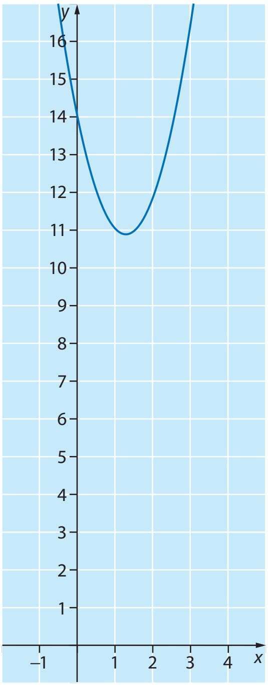
$f(x) = 0$, kun $x \approx -0,3$ tai $x \approx 3,1$.

c) yhtälö $f(x)=-20$ tarkoittaa niitä kohtia, joissa funktion arvo on −20. Etsitään nämä pisteet kuvaajasta.

$f(x)=-20$, kun $x \approx -1{,}1$ tai $x \approx 3{,}9$

144.

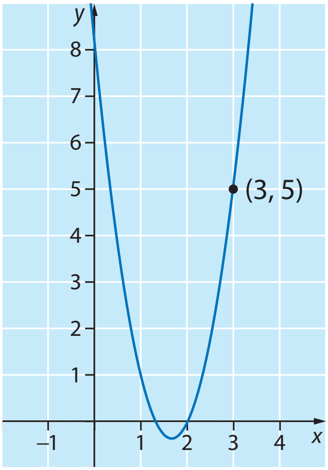
Piirretään funktio $f(x) = 2x^2 - 5x + 14$.



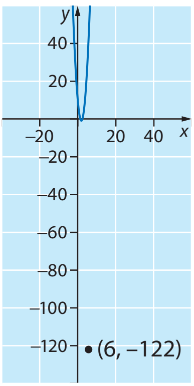
Etsitään kuvaajan huippukohta ja laskin antaa tarkat koordinaatit. Koska kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli, huippu on kuvaajan minimipiste (1,3; 10,9).

145.

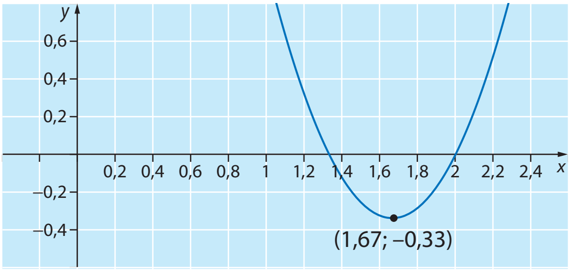
Piirretään funktio $f(x)=3x^2-10x+8$.



a) Kohdassa $x=3$ funktion arvo on 5.



b) Kuvaajasta huomataan, että piste (6, −122) ei ole kuvaajalla.



c) Paraabelin huipun koordinaatit on (1,7; −0,3).

146.

a) Kaaren korkeus 2 m:n kohdalla saadaan laskemalla funktion arvo, kun $x = 2$.

$$f(2) = -0,275 \cdot 2^2 + 1,65 \cdot 2 = 2,2 \text{ (m)}$$

b) Kaarielementti osuu lammen toisen puolen rantaan, kun korkeus on 0.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -0,275x^2 + 1,65x &= 0 \\ x &= 0 \quad \text{tai} \quad x = 6 \end{aligned}$$

Koska kaarielementti alkaa, kun $x = 0$, niin toisen puolen ranta on $x = 6$ (m) päässä. Joten lampi on 6 m leveä.

147.

a) Lasketaan erotus, kun putoamista on kestänyt 0 sekuntia ja 4 sekuntia.

$$\begin{aligned} s(4) - s(0) &= 4,905 \cdot 4^2 - 4,905 \cdot 0^2 \\ &= 78,48 \\ &\approx 78 \end{aligned}$$

b) Kappaleen korkeus on 1200 m. Lasketaan putoamisaika yhtälöstä $s(t) = 1200$.

$$\begin{aligned} s(t) &= 1200 \\ 4,905t^2 &= 1200 \\ t &= \pm 15,641238 \\ t &\approx \pm 16 \end{aligned}$$

Aika ei voi olla negatiivinen, joten $t = 16$ s.

148.

a) Veden tiheys, kun lämpötila on $85\ °\mathrm{C}$, saadaan laskemalla funktion arvo, kun $x = 85$.

$$\begin{aligned} R(85) &= -0{,}00447 \cdot 85^2 + 0{,}0443 \cdot 85 + 999{,}17 \\ &= 970{,}63975 \\ &\approx 970 \end{aligned}$$

85-asteisen veden tiheys on $970 \dfrac{\mathrm{mg}}{\mathrm{cm}^3}$.

b) Veden kiehumispiste on $100\ °\mathrm{C}$, joten veden tiheys saadaan laskemalla funktion arvo, kun $x = 100$.

$$\begin{aligned} R(100) &= -0{,}0047 \cdot 100^2 + 0{,}0443 \cdot 100 + 999{,}17 \\ &= 956{,}6 \\ &\approx 960 \end{aligned}$$

Kiehumispisteessä olevan veden tiheys on $960 \dfrac{\mathrm{mg}}{\mathrm{cm}^3}$.

c) Funktion arvo on 990, joten veden lämpötila saadaan yhtälöstä $R(x)=990$.

$$R(x)=990$$
$$-0{,}00447x^2+0{,}0443x+999{,}17=990$$
$$x=-40{,}60798131 \quad \text{tai} \quad x=50{,}518495$$

Vesi ei ole nestemäistä −40-asteisena, joten se ei voi olla ratkaisu. Eli veden lämpötila on $x=50{,}518495\approx 50{,}5\ ^\circ\mathrm{C}$.

d) Funktio $R(x)=-0{,}00447x^2+0{,}0443x+999{,}17$ on alaspäin aukeava paraabeli, joten veden tiheys on suurimmillaan huipussa. Lasketaan huipun x-akselin koordinaatti nollakohtien avulla.

$$R(x)=0$$
$$-0{,}00447x^2+0{,}0443x+999{,}17=0$$
$$x=-467{,}8579 \quad \text{tai} \quad x=477{,}7685$$

Huipun x-koordinaatti on

$$x_h=\frac{-467{,}8579+477{,}7685}{2}=4{,}9553\approx 5{,}0$$

Veden tiheys on suurimmillaan 5,0 asteen lämpötilassa.

149.

a) Merkataan ensimmäistä kolmella jaollista lukua termillä $3x$. Seuraava kolmella jaollinen luku on $3x+3$. Lasketaan ja sievennetään näiden tulo.

$$3x\cdot(3x+3)=9x^2+9x$$

b) Muodostetaan kahden peräkkäisen kolmella jaollisen kokonaisluvun tulon yhtälö. Tulo on 2754.

Saadaan $9x^2+9x=2754$.

Ratkaistaan muuttuja x.

$$9x^2+9x=2754$$

$$x=17 \quad \text{tai} \quad x=-18$$

Luvut ovat siis $3x=17\cdot 3=51$ ja $3x+3=17\cdot 3+3=54$ tai $3x=-18\cdot 3=-54$ ja $3x+3=3\cdot(-18)+3=-51$.

150.

a) Kotimaisen perunan hinta on x €/kg.

Myyntimäärä riippuu perunan kilohinnasta lausekkeen $28{,}7 - 0{,}69x$ kg mukaisesti.

Myyntitulot saadaan lausekkeesta: $\underbrace{\text{myyntimäärä} \cdot \text{hinta}}_{\text{myyntitulo}}$.

Muodostetaan myyntitulon $M(x)$ lauseke.

$$M(x) = x\left(\frac{€}{\text{kg}}\right) \cdot 28{,}7 - 0{,}69x \text{ (kg)}$$

$$= 28{,}7x - 0{,}69x^2 \text{ €}$$

b) Myyntitulo eli funktion arvo on 278, joten lasketaan muuttuja x yhtälöstä $M(x) = 278$.

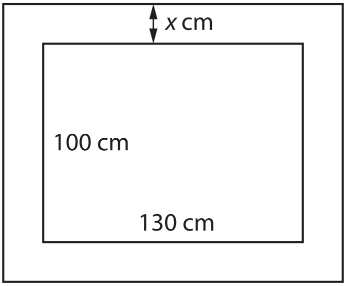
$$M(x) = 278$$

$$28,7x - 0,69x^2 = 278$$

$$x = 15,35459 \quad \text{tai} \quad x = 26,23961$$

Koska varhaisperunan kilohinta on minimissään 20 €/kg, vastaus on $26,23961\,€/\text{kg} \approx 26,24\,€/\text{kg}$.

151.



a) Liitutaulun leveys on $130\,\text{cm} + 2x\,\text{cm} = 130 + 2x\,\text{cm}$ ja korkeus on $100\,\text{cm} + 2x\,\text{cm} = 100 + 2x\,\text{cm}$.

Liitutaulun pinta-ala on

$$\begin{aligned} A(x) &= (130 + 2x)(100 + 2x) \\ &= 4x^2 + 460x + 13\,000 \end{aligned}$$

b) Kehyksen pinta-ala on 2500 cm^2 ja taulun sisäosan pinta-ala on $130\text{ cm}\cdot 100\text{ cm} = 130\,000\text{ cm}^2$, joten liitutaulun pinta-ala on $2500\text{ cm}^2 + 130\,000\text{ cm}^2 = 132\,500\text{ cm}^2$. Nyt voidaan laskea kehyksen leveys yhtälöstä $A(x) = 132\,500$.

$$\begin{aligned} A(x) &= 132\,500 \\ 4x^2 + 460x + 13\,000 &= 132\,500 \\ x &= 5{,}199 \quad \text{tai} \quad x = -120{,}1995 \end{aligned}$$

Koska kehyksen leveys ei voi olla negatiivinen arvo, on kehyksen leveys $5{,}199 \approx 5{,}2$ cm.

152.

a) Koska toinen sivu on pituudeltaan *x*, toinen sivu on mitaltaan

$$\frac{11-x-x}{2}=5,5-x\,.$$

b) Hiekkalaatikon pinta-ala on

$$A(x)=x\cdot(5,5-x)=5,5x-x^2$$

c) Lasketaan funktion $A(x)$ arvo, kun $x=2,5$.

$$\begin{aligned}A(2,5)&=5,5\cdot2,5-2,5^2\\&=7,5\end{aligned}$$

Hiekkalaatikon pinta-ala on 7,5 m^2, kun toinen sivu on 2,5 m.

d) Lasketaan, millä muuttujan *x* arvolla funktion arvo on 6,5.

$$A(x)=6,5$$

$$-x^2+5,5-6,5=0$$

$$x=1,71922\approx1,7 \quad \text{tai} \quad x=3,780775\approx3,8$$

Hiekkalaatikon mitat ovat 1,7 m ja 3,8 m.

153.

a) Suorakulmaisen kolmion pinta-ala on $\dfrac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2}$.

Toinen kateeteista on 1,8 m pidempi. Merkitään lyhyempää kateettia kirjaimella x, joten pidempi kateetti on pituudeltaan $x + 1,8$ m. Nyt voidaan muodostaa funktio, joka kuvaa viirin pinta-alan riippuvuutta lyhyemmän kateetin pituudesta x.

$$f(x) = \frac{x \cdot (1,8 + x)}{2}$$
$$= 0,5x^2 + 0,9x$$

b) Lyhyemmän sivun pituus on 60 cm = 0,6 m. Lasketaan funktion arvo, kun $x = 0,6$.

$$f(0,6) = 0,5 \cdot 0,6^2 + 0,9 \cdot 0,6$$
$$= 0,72$$

Viirin pinta-ala on 0,72 m^2.

c) Lasketaan, millä muuttujan x arvoilla funktio saa arvon 0,5.

$$f(x)=0,5$$
$$0,5x^2+0,9x-0,5=0$$
$$x=0,445362 \quad \text{tai} \quad x=-2,24536$$

Koska pituus ei voi olla negatiivista, niin lyhyemmän kateetin pituus on $0,445362 \approx 0,45$ m ja pidemmän kateetin pituus on $0,45+1,8=2,25$ m.

154.

a) Tutkitaan tilannetta taulukon avulla ja muodostetaan funktion lauseke.

Hinnan korotusten määrä	Hinta (€)	Määrä (kpl)	Myyntitulo (€)
0	$10,00$	3800	$10,00\cdot 3800$
1	$10,00+0,50$	$3800-100$	$(10,00+0,50)(3800-100)$
2	$10,00+2\cdot 0,50$	$3800-2\cdot 100$	$(10,00+2\cdot 0,50)(3800-2\cdot 100)$
3	$10,00+3\cdot 0,50$	$3800-3\cdot 100$	$(10,00+3\cdot 0,50)(3800-3\cdot 100)$
x	$10,00+x\cdot 0,50$	$3800-x\cdot 100$	$(10,00+x\cdot 0,50)(3800-x\cdot 100)$

Myyntituloa kuvaava funktio on siis

$$\begin{aligned}T(x) &= (10,00+0,50x)(3800-100x)\\ &= -50x^2+900x+38\,000\end{aligned}$$

b) Lipun hinta on siis noussut

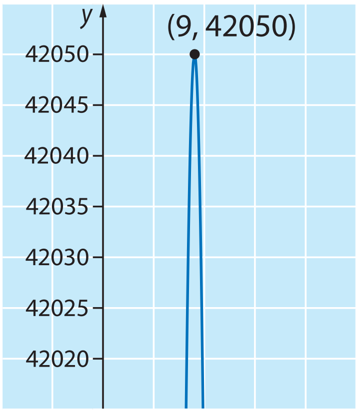
$$\begin{aligned}12 &= 10+0,50x\\ x &= 4\end{aligned}$$

Lasketaan siis funktion arvo, kun $x=4$.

$$\begin{aligned}T(4) &= -50\cdot 4^2+900\cdot 4+38\,000\\ &= 40\,800\end{aligned}$$

Myyntitulot ovat siis silloin 40 800 €.

c) Piirretään laskimella funktion kuvaaja. Myyntitulot saavat suurimman arvonsa paraabelin huipussa. Selvitetään laskimen avulla huipun koordinaatit.



Huipun x-koordinaatti $x = 9$.

Muuttuja x kuvaa 0,50 euron hinnankorotusten määrää. Jotta myyntitulot olisivat mahdollisimman suuret, lippujen hinnat tulisi olla $10,00 + 0,50 \cdot 9 = 14,50\,(€)$.

155.

a) Tutkitaan tilannetta taulukon avulla ja muodostetaan funktion lauseke.

Hinnan korotusten määrä	Hinta (€)	Määrä (kpl)	Yrityksen kustannukset (€)	Yrityksen saama voitto (€)
0	14	90	$4{,}50 \cdot 90$	$14 \cdot 90 - (4{,}50 \cdot 90)$
1	$14+1$	$90-5$	$4{,}50 \cdot (90-5)$	$(14+1)(90-5) - (4{,}50 \cdot (90-5))$
2	$14+2$	$90-2 \cdot 5$	$4{,}50 \cdot (90-2 \cdot 5)$	$(14+2)(90-2 \cdot 5) - (4{,}50 \cdot (90-2 \cdot 5))$
3	$14+3$	$90-3 \cdot 5$	$4{,}50 \cdot (90-3 \cdot 5)$	$(14+3)(90-3 \cdot 5) - (4{,}50 \cdot (90-3 \cdot 5))$
x	$14+x$	$90-x \cdot 5$	$4{,}50 \cdot (90-x \cdot 5)$	$(14+x)(90-x \cdot 5) - (4{,}50 \cdot (90-x \cdot 5))$

Yrityksen saamaa voittoa kuvaava funktio on siis

$$\begin{aligned} f(x) &= (14+x)(90-5x) - (4{,}50 \cdot (90-5x)) \\ &= -5x^2 + 42{,}5x + 855 \end{aligned}$$

b) Lasketaan, millä muuttujan x arvoilla funktio saa arvon 350.

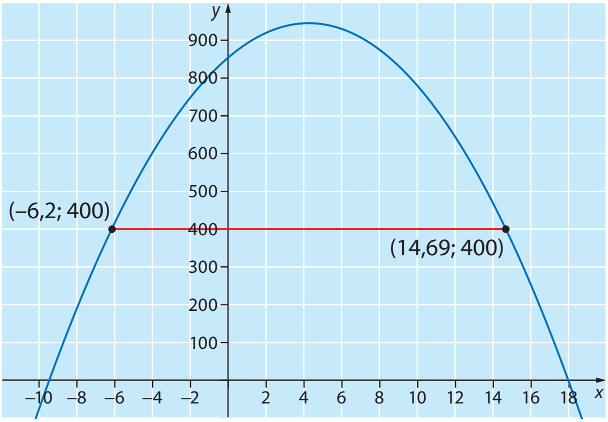
$$f(x) = 350$$

$$-5x^2 + 42,5x + 855 = 350$$

$$x = -6,66157 \quad \text{tai} \quad x = 15,161575$$

Koska myyntihinnan tulee olla vähintään 10 €, paidan hinnan pitää olla $14 + 15,16 = 29,16$ €.

c) Piirretään laskimella funktion kuvaaja. Funktion arvot kuvaavat voiton määrää.



Muuttuja *x* kuvaa hinnankorotusta. Jotta myyntitulot olisivat vähintään 400 €, paitojen myyntihinta tulisi olla $14+(-6,2)=7,8\,€$ ja $14+14,69=28,69\,€$ välillä. Koska yhden paidan hinta pitää olla vähintään 10 €, paitoja pitää myydä 10,00 € - 28,69 €.

156.

a) Funktion kuvaaja leikkaa x-akselin nollakohdissa.

Funktion nollakohdat ovat $x = -5$ ja $x = 1$

b) Kun $x = 2$ funktio saa arvon −3, joten $f(2) = -3$.

c) Kuvaaja saa arvon −3, kun $x = -6$ tai $x = 2$

d) Funktio ei saa millään $x \in \mathbb{R}$ arvoa 5, eli ei ratkaisua.

e) Funktion arvot ovat positiivisia silloin, kun funktion kuvaaja kulkee x-akselin yläpuolella.

Funktion arvot ovat negatiivisia, kun $-5 < x < 1$.

f) Paraabelin huipun koordinaatit ovat (−2, 4)

g) Symmetria-akseli on y-akselin suuntaisen suoran yhtälössä, jossa x-koordinaatti pysyy aina vakiona, joten kuvaajan symmetria-akselin yhtälö on $x = -2$.

157.

a) Koska toisen asteen termin kerroin, 4, on positiivinen, paraabeli aukeaa ylöspäin.

b) Lasketaan, missä kohdassa funktion kuvaaja leikkaa *x*-akselin, eli funktion nollakohdat.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 0 \\
4x^2 - 2x &= 0 \\
x(4x-2) &= 0 \\
x = 0 \quad \text{tai} \quad 4x - 2 &= 0 \\
4x &= 2 \qquad |:4 \\
x &= \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

Kuvaaja leikkaa *x*-akselin pisteissä $(0,0)$ ja $\left(\frac{1}{2},0\right)$.

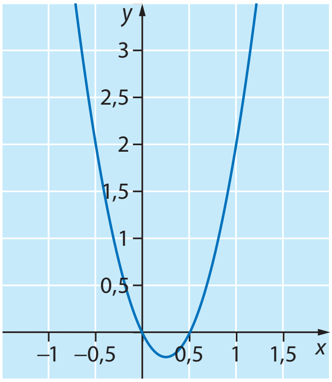
Kaikissa *y*-akselin pisteissä *x*-koordinaatti on 0. Lasketaan leikkauspisteen *y*-koordinaatti.

$$f(0) = 4\cdot 0^2 - 2\cdot 0 = 0$$

Funktio leikkaa *y*-akselin pisteessä $(0,0)$.

Funktion ja koordinaattiakselien leikkauspisteet ovat $(0,0)$ ja $\left(\frac{1}{2},0\right)$.

c)



158.

a) $f(x) = 0$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

Käytetään ratkaisukaavaa.

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x = \frac{6+2}{2} = 4 \text{ tai } x = \frac{6-2}{2} = 2$$

b) Kuvaajan huipun x-koordinaatti on nollakohtien puolivälissä. Huipun x-koordinaatti voidaan laskea nollakohtien keskiarvona.

$$\frac{4+2}{2} = 3$$

Huipun y-koodinaatti saadaan sijoittamalla x-koordinaatti paraabelin yhtälöön.

$$f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = -1$$

Huippu on pisteessä (3, −1).

c) Symmetria-akseli on y-akselin suuntaisen suoran yhtälössä, jossa x-koordinaatti pysyy aina vakiona, joten kuvaajan symmetria-akselin yhtälö on $x = 3$.

159.

a) Lasketaan funktion arvo, kun $x = 2,5$.

$$\begin{aligned} f(2,5) &= 414 \cdot 2,5 - 88 \cdot 2,5^2 \\ &= 485 \end{aligned}$$

Myyntitulot ovat 485 €.

b) Lasketaan millä muuttujan *x* arvolla funktio saa arvon 300.

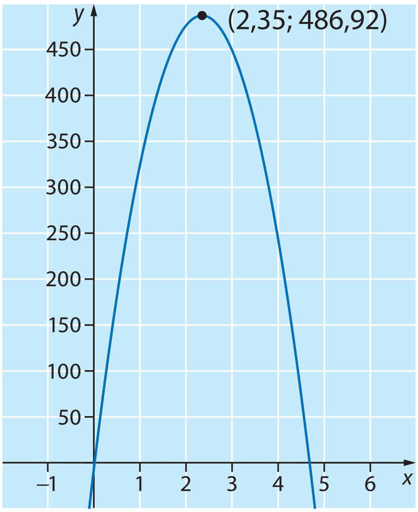
$$f(x) = 300$$

$$414x - 88x^2 = 300$$

$$x = -0,89484 \quad \text{tai} \quad x = 3,80970$$

Koska hinnan tulee olla välillä 1,00 € − 4,00 €, niin hinnan täytyy olla $3,80970 \approx 3,81$ €.

c) Piirretään laskimella funktion kuvaaja. Myyntitulot saavat suurimman arvonsa paraabelin huipussa. Selvitetään laskimen avulla huipun koordinaatit.



Huipun *x*-koordinaatti on 2,35, joten jäätelön hinnan tulisi olla 2,35 €. Tällöin myyntitulot olisi 486,92 €.