

A-osa

Ratkaise kaikki tämän osan tehtävät 1–4. Tehtävät arvostellaan pistein 0–6. Kunkin tehtävän ratkaisu kirjoitetaan tehtävän alla olevaan ruudukkoon. Apuvälineenä saat käyttää taulukkokirjaa. Laskimen käyttö ei ole sallittua sinä aikana, kun tämä koevihko on hallussasi. Koevihko on palautettava viimeistään kolmen tunnin kuluttua kokeen alkamisesta lukion määräämällä tavalla.

Lukion nimi

Opiskelijan sukunimi ja kaikki etunimet selvästi kirjoitettuna

Opiskelijan allekirjoitus

1. Taulukossa on tasokuviot suunnikas (a), puolisuunnikas (b), suorakulmainen kolmio (c), tasakylkinen kolmio (d), neliö (e) ja suorakulmio (f). Taulukon alla on väitteet A–H tasokuvioiden piireistä p ja pinta-aloista A . Täydennä tehtävän lopussa olevaan taulukkoon, mikä väite sopii mihinkin tasokuvioon.

Tasokuvio a	Tasokuvio b	Tasokuvio c
Tasokuvio d	Tasokuvio e	Tasokuvio f

Väitteet:

A: $p = 12$

B: $A = 8$

C: $p = 10$

D: $A = 10$

E: $p = 15$

F: $A = 15$

G: $p = 13$

H: $A = 12$

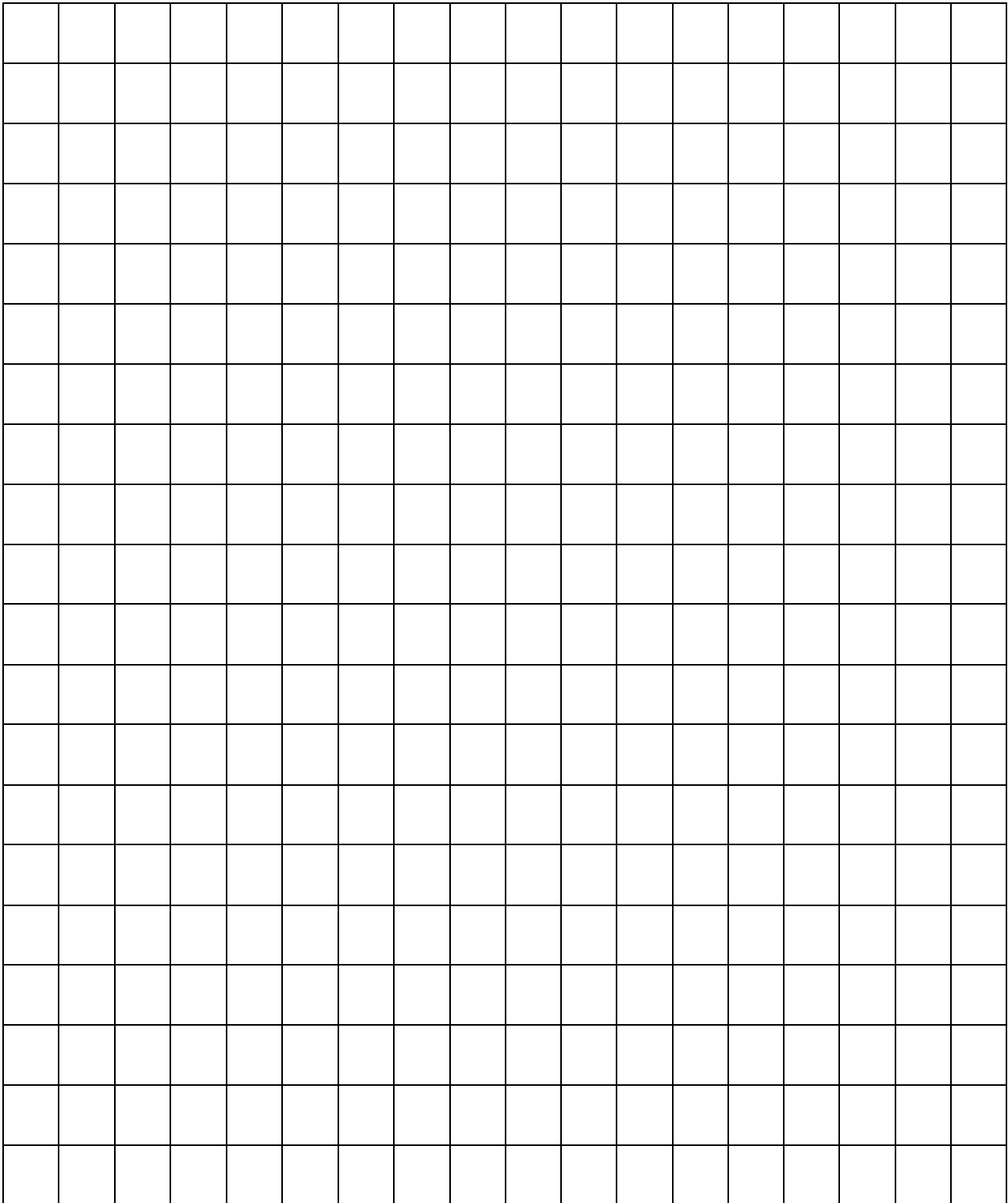
2. Laske.

Tasokuvio	a	b	c	d	e	f
Väite						

a) $2^3 - 3^0 - (5 - 4^2)$

b) $\sqrt{10^2 - 8^2} + \sqrt{29^2}$

c) $2\frac{2}{3} : 3\frac{1}{3}$

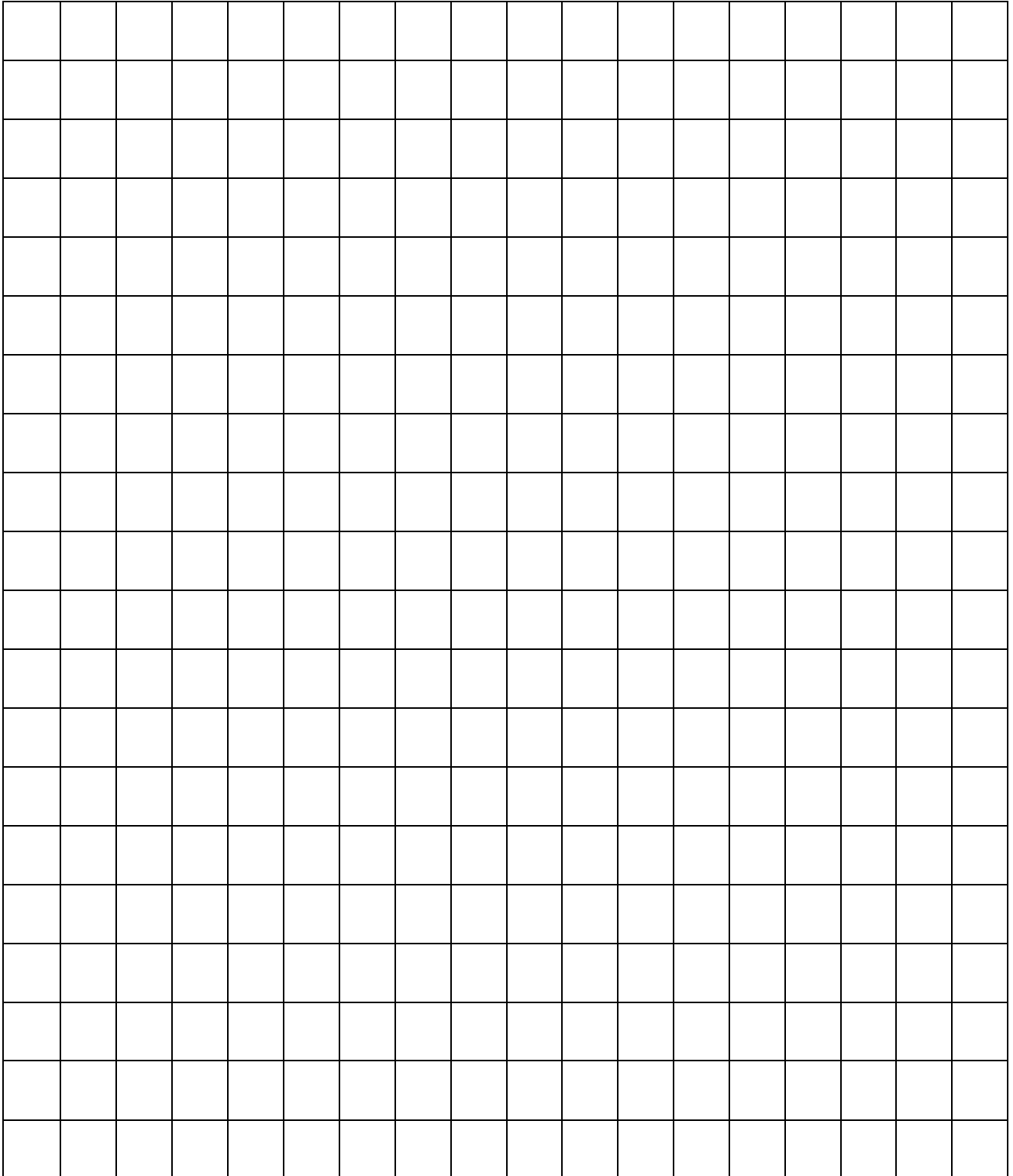


3. Ratkaise yhtälöt ja epäyhtälöt.

a) $15x - 17 > 18x + 4$

b) $\frac{-5x+2}{4} = \frac{1-x}{6}$

c) $(6x - 4)(2 - 2x) - 2x(2 - 2x) = 0$

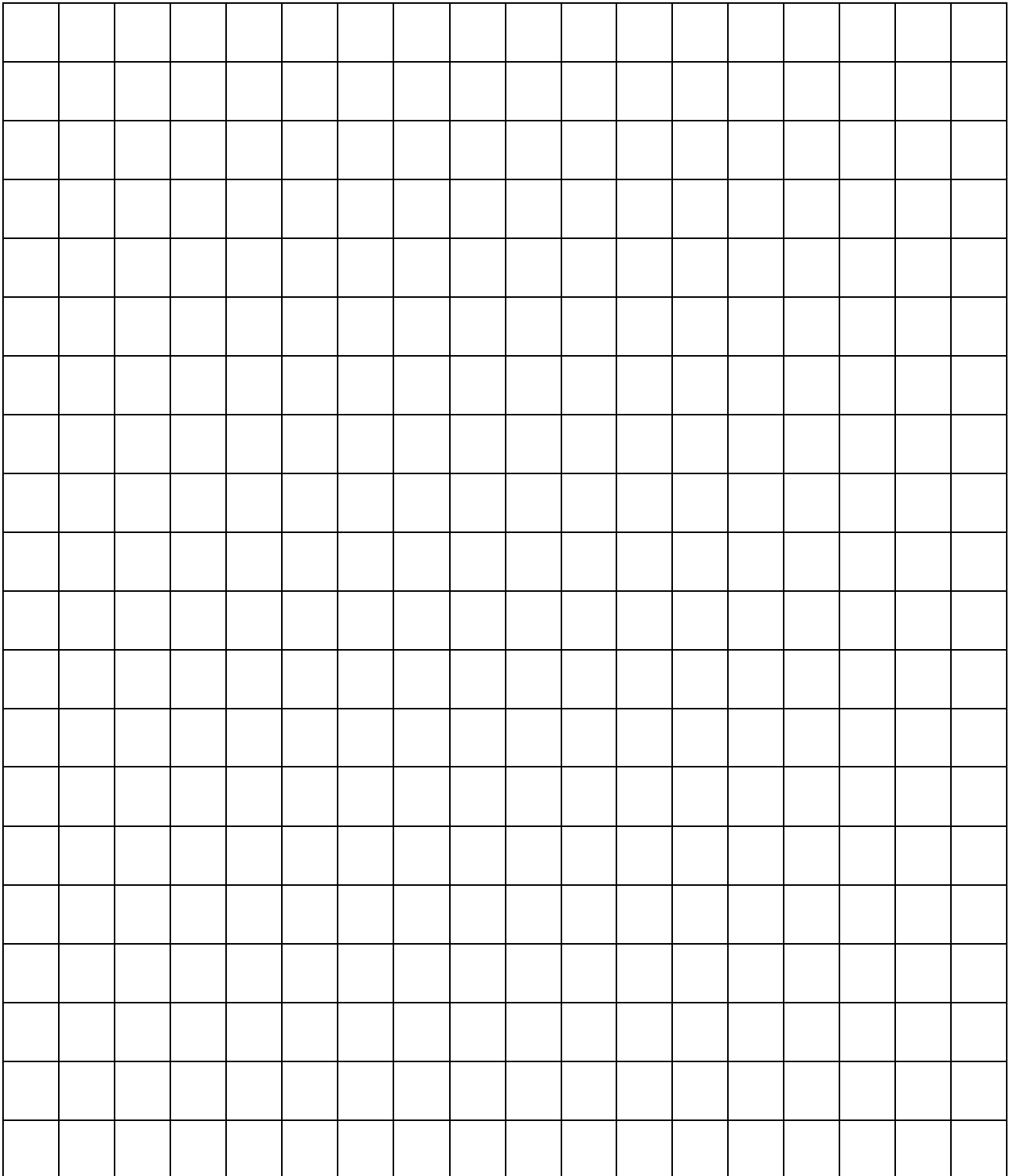


4. Tarkastellaan funktiota $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$.

a) Määritä funktion f nollakohdat.

b) Laske $f'(-9)$.

c) Milloin funktio f on vähenevä?



B-osa

B-osan tehtävät arvostellaan pistein 0–6. Kunkin tehtävän ratkaisu kirjoitetaan omalle puoliarkille. Apuvälineenä saat käyttää taulukkokirjaa ja laskinta. Laskimen saat kuitenkin haltuusi vasta sitten, kun olet palauttanut A-osan tehtävävihkosi. Sekä B1- että B2-osassa ratkaistaan kolme tehtävää.

B1-osa Ratkaise kolme tehtävistä 5–9.

5. a) Autolla lähdettiin tankki täynnä ajamaan 650 kilometrin matkaa. Perillä tankki taas täytettiin, ja polttoainetta sinne mahtui 44,26 litraa. Laske keskekulutus yksikkönä litraa / 100 km.
- b) Aikaa a-kohdan matkaan meni taukoineen 10 tuntia 25 minuuttia, josta taukojen osuus oli 1 h 50 min. Mikä oli keskinopeus, kun vain ajoaika otetaan huomioon?
- c) Kuinka paljon ajoaika olisi lisääntynyt, jos keskinopeutta olisi alennettu kymmenellä prosentilla? Anna vastaus 10 minuutin tarkkuudella.
6. a) Bitumipaananukatepakkauksessa on katetta $3,0 \text{ m}^2$:n alueen kattamista varten. Siitä voidaan hyödyntää keskimäärin 90 %. Katto muodostuu kahdesta suorakulmiosta, joiden mitat ovat $5,3 \text{ m} \times 8,2 \text{ m}$. Kuinka monta pakkausta pitää ostaa, että kate riittää koko katon kattamiseen?
- b) Yhdistyksen jäsenmaksu oli 25 €. Maksamalla viidellä eurolla korotetun jäsenmaksun sai erään kirjan. Kun kaikki jäsenmaksut olivat saapuneet, luki tilitapah-tumakoosteessa, että oli tullut 746 panoa ja rahaa yhteensä 21 515 euroa. Kuinka monta kirjaa tarvitaan? Oletetaan, että muita panoja jäsenmaksusuoritusten lisäksi ei ollut tullut.

7. Tontin ympärillä on pensasaita. Auringon paistaessa tasaisella maalla sijaitsevan aidan viereen muodostuu varjo. Vuoden 2015 keväällä kasvukauden alkaessa auringon säteet osuivat maahan 50 asteen kulmassa ja varjon pituus oli 2,05 m. Syksyllä 2015 kasvukauden päättyessä auringon säteet osuivat maahan 30 asteen kulmassa ja varjon pituus oli 4,45 m.
- Kuinka paljon pensasaita kasvoi kasvukauden aikana?
 - Kaupungin rakennusmääräysten mukaan pensasaidan korkeus saa olla enintään 3,00 metriä. Minä vuonna aita on viimeistään leikattava? Oletetaan, että aidan kasvu on eksponentiaalista.
8. Altaassa on valtava määrä punaisia, keltaisia, vihreitä, sinisiä, valkoisia ja mustia palloja, kaikkia yhtä paljon ja hyvin sekoitettuina. Niiden pistearvot samassa järjestyksessä ovat 1, 5, 10, 20, 40 ja 80 pistettä. Kilpailija nostaa sokkona palloja.
- Kilpailija nostaa kaksi palloa. Millä todennäköisyydellä niiden yhteenlaskettu pistemäärä on vähintään 50?
 - Kilpailija nostaa kolme palloa. Millä todennäköisyydellä hän saa kaksi samanväristä ja yhden erivärisen pallon, missä järjestyksessä tahansa?
 - Kilpailija nostaa seitsemän palloa, joiden pistelukujen summa on 115, ja joista kaksi ensimmäistä on valkoisia. Minkä värisiä palloja muiden viiden joukossa on?
9. Siiri avasi tilin vuoden 2015 alussa ja talletti sille sata euroa. Tilin korkoprosentti on 1,05. Toisen sadan euron talletuksen hän teki huhtikuun 2015 alussa ja viimeisen, kolmannen sadan euron talletuksen syyskuun 2015 alussa. Kuinka paljon tilillä on rahaa vuoden 2017 alussa koronmaksun tapahduttua? Lähdevero 30 % on huomioitava.

B2-osa Ratkaise kolme tehtävistä 10–13.

10. Suoran neliöpohjaisen pyramidin pohjasärmän ja korkeuden summa on 2,4 metriä. Määritä pyramidin suurin mahdollinen tilavuus. Mitkä ovat tällöin pohjasärmän pituus ja pyramidin korkeus?
11. Laatoittajat hoitivat suuren urakan 70 päivässä, työtahtina oli $26 \text{ m}^2 / \text{päivä}$.
- a) Mikäli työtahtia olisi 2. päivästä alkaen kiristetty siten, että joka päivä laatoitettu pinta-ala olisi kasvanut 2,0 %, niin kuinka kauan työ olisi tällöin kestänyt?
- b) Mikäli työtahtia olisi 2. päivästä alkaen kiristetty siten, että joka päivä laatoitettu pinta-ala olisi kasvanut $0,50 \text{ m}^2$, niin kuinka kauan työ olisi tällöin kestänyt?

Anna vastaus kummassakin kokonaisina päivinä.

12. Olet uusimassa pöytävalaisimen varjostinta. Päätät tehdä varjostimen itse. Varjostin on kuvan mukainen. Yläosan halkaisija on 8,0 cm ja alaosan halkaisija 14 cm. Varjostimen korkeus on 13 cm. Selvitä mallipiirroksen ja mittojen avulla, kuinka paljon kangasta tarvitset varjostimen ompeluun. Saumanvaroja ei tarvitse huomioida.

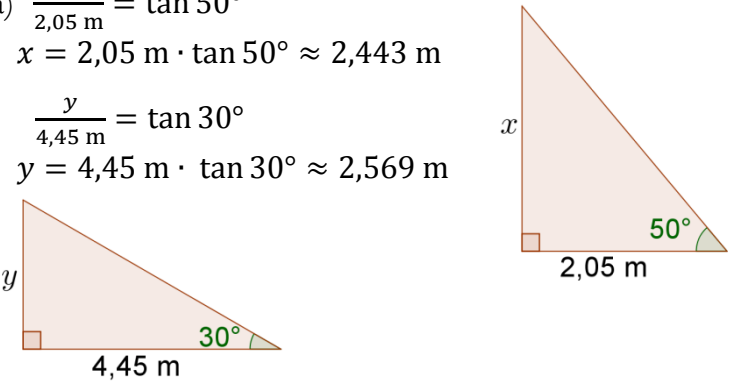


<<http://sisustusfanny.verkkokauppaan.fi/tuote/131927/Poytavalaisimen-varjostin-beigevalkoruud/>>. Luettu 16.10.2015

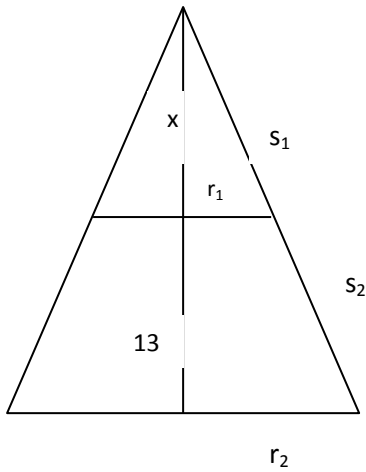
13. Vektorit $5\vec{i} + 2\vec{j}$ ja $\vec{i} + 12\vec{j}$ ovat suorakulmaisen kolmion kaksi sivua. Määritä vektori, joka on tämän kolmion kolmas sivu. Näytä laskemalla, että saamasi kolmio on suorakulmainen. Laske kolmion pienemmän terävän kulman suuruus.

1.	a) B b) D c) A d) E e) C f) F	1p/kohta
2.	<p>a) $2^3 - 3^0 - (5 - 4^2)$ $= 8 - 1 - (5 - 16)$ $= 7 - (-11)$ $= 18$</p> <p>b) $\sqrt{10^2 - 8^2} + \sqrt{29^2}$ $= \sqrt{100 - 64} + 29$ $= \sqrt{36} + 29$ $= 6 + 29$ $= 35$</p> <p>c) $2\frac{2}{3} : 3\frac{1}{3}$ $= \frac{8}{3} : \frac{10}{3}$ $= \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{10}$ $= \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$</p>	<p>alkuosa tai sulut laskettu oikein → 1p 1p</p> <p>toinen juurista laskettu oikein → 1p 1 p</p> <p>muunnettu sekaluvut oikein murtoluvuiksi ja jakolasku vaihdettu kertolaskuksi → 1 p 1 p (supistamista ei vaadita)</p>
3.	<p>a) $15x - 17 > 18x + 4$ $15x - 18x > 4 + 17$ $-3x > 21$ $x < -7$</p> <p>b) $\frac{-5x+2}{4} = \frac{1-x}{6}$ $4(1-x) = 6(-5x+2)$ $4 - 4x = -30x + 12$ $-4x + 30x = 12 - 4$ $26x = 8$ $x = \frac{8}{26} = \frac{4}{13}$</p> <p>c) $(6x - 4)(2 - 2x) - 2x(2 - 2x) = 0$ $12x - 12x^2 - 8 + 8x - 4x + 4x^2 = 0$ $-8x^2 + 16x - 8 = 0$ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 0}{2} = 1$</p>	<p>1 p 1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p (supistamista ei vaadita)</p> <p>1 p 1 p</p>

4.	<p>a) $2x^2 - 5x - 3 = 0$ $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{4}$ $x = 3$ tai $x = -\frac{1}{2}$</p> <p>b) $f'(x) = 4x - 5$ $f'(-9) = 4 \cdot (-9) - 5 = -41$</p> <p>c) $f'(x) = 4x - 5$ $f(x)$ on vähenevä, kun $f'(x) \leq 0$ $4x - 5 \leq 0$ $4x \leq 5$ $x \leq \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$</p>	<p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p (sekalukua ei vaadita)</p>
5.	<p>a) Satoja kilometrejä on 6,50, joten kysytyt keskimääräinen kulutus on $\frac{44,26}{6,50} \text{ l}/100 \text{ km} = 6,809 \dots \text{ l}/100 \text{ km} \approx 6,8 \text{ l}/100 \text{ km}$. TOISIN: kulutus on $\frac{44,26 \text{ l}}{650 \text{ km}} = 0,06809 \dots \text{ l}/\text{km}$, josta kysytyssä muodossa $6,809 \dots \text{ l}/100 \text{ km} \approx 6,8 \text{ l}/100 \text{ km}$</p> <p>b) Ajoaika: $10 \text{ h } 25 \text{ min} - 1 \text{ h } 50 \text{ min} = 8 \text{ h } 35 \text{ min} = 8,58333 \dots \text{ h}$ Keskinopeus täten $\frac{650 \text{ km}}{8,58333 \dots \text{ h}} = 75,728 \dots \text{ km}/\text{h} \approx 75,7 \text{ km}/\text{h}$ tai $76 \text{ km}/\text{h}$</p> <p>c) Kymmenellä prosentilla alennettu keskinopeus: $0,9 \cdot 75,728 \dots \text{ km}/\text{h} = 68,155 \dots \text{ km}/\text{h}$ Ajoaika tällä keskinopeudella: $\frac{650 \text{ km}}{68,155 \dots \text{ km}/\text{h}} = 9,537 \dots \text{ h} = 9 \text{ h } 32,222 \dots \text{ min} \approx 9 \text{ h } 32 \text{ min}$ Ajoaika olisi pidentynyt noin $9 \text{ h } 32 \text{ min} - 8 \text{ h } 35 \text{ min} = 57 \text{ min} \approx 60 \text{ min}$. Myös 1 h ok.</p>	<p>Ajatuksesta 1 p vastauksesta 1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p (välitulosten pyöristäminen ei tässä haittaa \rightarrow 0 p)</p>
6.	<p>a) Katettava pinta-ala yht. $2 \cdot 5,3 \text{ m} \cdot 8,2 \text{ m} = 86,92 \text{ m}^2$; yhdestä paketista keskimäärin $0,9 \cdot 3,0 \text{ m}^2 = 2,7 \text{ m}^2$ \Rightarrow pakkauksia tarvitaan $\frac{86,92}{2,7} = 32,19 \dots$ eli 33, (koska 32 ei vielä riitä).</p> <p>b) Yhtälöpariratkaisu: kun $x = 25$ euron maksujen lkm ja $y = 30$ euron maksujen lkm, niin $\begin{cases} 25x + 30y = 21515 \\ x + y = 746 \end{cases}$. Saadaan $\begin{cases} x = 173 \\ y = 573 \end{cases}$. Tosin nyt riittäisi pelkkä y, koska x:ää ei kysytä. Vastaus siis 573 kirjaa. TOISIN: perusjäsenmaksut yht. $746 \cdot 25 \text{ €} = 18\,650 \text{ €}$, siis kirjarahojaksi tuli $21\,515 \text{ €} - 18\,650 \text{ €} = 2\,865 \text{ €}$. Koska yhden kirjan hinta jäsenelle oli 5 euroa, niin kirjoja tarvitaan $\frac{2865}{5} = 573$ kappaletta.</p>	<p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>Yhtälöpari 1 p Sen (tai pelkän y:n) ratkaisu joko käsin tai laskimella 1 p</p> <p>Vastaus 1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p>

7.	<p>a) $\frac{x}{2,05 \text{ m}} = \tan 50^\circ$ $x = 2,05 \text{ m} \cdot \tan 50^\circ \approx 2,443 \text{ m}$</p> <p>$\frac{y}{4,45 \text{ m}} = \tan 30^\circ$ $y = 4,45 \text{ m} \cdot \tan 30^\circ \approx 2,569 \text{ m}$</p>  <p>vuotuinen kasvu: $2,569 \text{ m} - 2,443 \text{ m} = 0,126 \text{ m} \approx 0,13 \text{ m}$</p> <p>b) vuotuinen kasvukerroin $\frac{2,569 \text{ m}}{2,443 \text{ m}} = 1,0515 \dots \approx 1,0516$ $2,443 \cdot 1,0516^t = 3,00$ $1,0516^t = \frac{3,00}{2,443}$ $\lg 1,0516^t = \lg \frac{3,00}{2,443}$ $t \cdot \lg 1,0516 = \lg \frac{3,00}{2,443}$ $t = \frac{\lg \frac{3,00}{2,443}}{\lg 1,0516} = 4,082 \dots$ 4 kasvukautta voi kasvaa leikkaamatta, mutta 5.:nä kasvukautena leikattava. Leikattava vuonna 2019.</p>	<p>x ratkaistu oikein →1 p</p> <p>y ratkaistu oikein →1 p</p> <p>1 p</p> <p>oikea yhtälö →1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p>																																																	
8.	<p>a) Laaditaan 2:n nopan heittoa vastaava taulukko, soluihin summa; P (summa ≥ 50) $= \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$ myös 0,44 ok</p> <table border="1" data-bbox="515 1270 970 1550"> <tbody> <tr><td>80</td><td>81</td><td>85</td><td>90</td><td>100</td><td>120</td><td>160</td></tr> <tr><td>40</td><td>41</td><td>45</td><td>50</td><td>60</td><td>80</td><td>120</td></tr> <tr><td>20</td><td>21</td><td>25</td><td>30</td><td>40</td><td>60</td><td>100</td></tr> <tr><td>10</td><td>11</td><td>15</td><td>20</td><td>30</td><td>50</td><td>90</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>10</td><td>15</td><td>25</td><td>45</td><td>85</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>6</td><td>11</td><td>21</td><td>41</td><td>81</td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>5</td><td>10</td><td>20</td><td>40</td><td>80</td></tr> </tbody> </table> <p>b) Erilliset tapahtumat: kahdesta muusta poikkeava on joko 1., 2. tai 3. ⇒ yhteenlaskusääntö P(2 keskenään samanväristä (S) ja 1 erivärinen (E)) = P(ESS)+P(SES)+P(SSE) $= 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \approx 0,42$ TOISIN: kysytty tn on tapauksen "kaikki erivärisiä tai kaikki samanvärisiä" komplementti: $P(\text{kysytty tn}) = 1 - \left(1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}\right) = 1 - \frac{21}{36} = \frac{15}{36}$</p>	80	81	85	90	100	120	160	40	41	45	50	60	80	120	20	21	25	30	40	60	100	10	11	15	20	30	50	90	5	6	10	15	25	45	85	1	2	6	11	21	41	81		1	5	10	20	40	80	<p>Ajatus 1 p</p> <p>Vastaus 1 p</p> <p>Ajatus + konkretiaa 1 p</p> <p>Vastaus 1 p</p>
80	81	85	90	100	120	160																																													
40	41	45	50	60	80	120																																													
20	21	25	30	40	60	100																																													
10	11	15	20	30	50	90																																													
5	6	10	15	25	45	85																																													
1	2	6	11	21	41	81																																													
	1	5	10	20	40	80																																													

	<p>c) Viidelle viimeiselle jää pisteitä $115 - 2 \cdot 40 = 35$. Täten niiden joukossa ei voi olla valkoisia (40 p) eikä mustia (80 p). Jos joukossa olisi yksikin punainen (1 p), niitä pitäisi olla 5, koska punainen on ainoa, jonka pistemäärä ei ole viidellä jaollinen. Viisi punaista antaisi vain $5 \text{ p} \neq 35 \text{ p} \Rightarrow$ ei punaisia. Jos joukossa olisi yksi sininen (20 p), niin neljälle muulle jäisi $15 \text{ p} \Rightarrow$ ristiriita. Täten ei sinisiä. Jäljelle jäävät keltaiset (5 p) ja vihreät (10 p). Kumpaakin on oltava, koska $5 \cdot 5 = 25 \neq 35$ ja $5 \cdot 10 = 50 \neq 35$. Ainoa mahdollisuus osoittautuu olevan $2 \cdot 10 + 3 \cdot 5$. Vastaus on täten keltaisia ja vihreitä.</p>	<p>1 p kun on saatu 35 p ja suljettua pois valkoiset, mustat ja punaiset</p> <p>1 p vastauksesta, jos edes jotain perusteluja</p>
9.	<p>Nettokorko $0,7 \cdot 1,05 = 0,735 \Rightarrow i = 0,00735$ 1. satanen v. 2015 jälkeen: $1,00735 \cdot 100 \text{ €} \approx 100,74 \text{ €}$ 2. satanen v. 2015 jälkeen: $100 \text{ €} + \textit{kit} \approx 100,55 \text{ €}$ 3. satanen v. 2015 jälkeen: $100 \text{ €} + \textit{kit} \approx 100,25 \text{ €}$ Saldo koronmaksun jälkeen v. 2016 alussa: $301,54 \text{ €}$ Saldo koronmaksun jälkeen v. 2017 alussa: $1,00735 \cdot 301,54 \text{ €} \approx 303,76 \text{ €}$</p>	<p>1 + 1 p</p> <p>2 p (1 p jos yksi osista väärin)</p> <p>korkokerroin oikein 1 p vastaus 1 p</p>
10.	<p>$s =$ pyramidin pohjasärmä, $h =$ pyramidin korkeus $h = 2,4 - s \quad 0 < s < 2,4$ $V(s) = \frac{1}{3} \cdot s^2 h = \frac{1}{3} \cdot s^2 (2,4 - s) = 0,8s^2 - \frac{1}{3}s^3$ $V'(s) = 1,6s - s^2$ $V'(s) = 0$ $1,6s - s^2 = 0$ $s = 0$ tai $s = 1,6$ Funktio saa suurimman ja pienimmän arvonsa derivaatan nollakohtissa tai määrittelyvälin päätepisteissä (tai piirretty derivaatan kuvaaja ja merkki- ja kulkukaavio ja todettu, että suurin tilavuus, kun $s = 1,6$) $h = 2,4 - 1,6 = 0,8$ $V(0) = 0; V(1,6) = \frac{1}{3} \cdot 1,6^2 \cdot 0,8 = 0,6826 \approx 0,68;$ $V(2,4) = 0$ Vast. Suurin tilavuus on $0,68 \text{ m}^3$, pohjasärmä $1,6 \text{ m}$, korkeus $0,8 \text{ m}$</p>	<p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p>
11.	<p>Urakan kokonaismäärä: $70 \cdot 26 \text{ m}^2 = 1820 \text{ m}^2$ Olkoot jatkossa kaikkien alojen yksikkö m^2 a) Päivätyömäärät $26; 1,02 \cdot 26; 1,02^2 \cdot 26; \dots$ muodostavat geom. jonon, jonka suhdeluku on $q = 1,02;$ n:n ensimmäisen summa on $S = 26 \cdot \frac{1-1,02^n}{1-1,02}$. Summan pitää olla 1820: $26 \cdot \frac{1-1,02^n}{1-1,02} = 1820$ Käsin tai laskimella saadaan $n = 44,209 \dots$, joten vastaus on 45 päivää. Myös 44 päivää ja jonkin verran päälle voidaan hyväksyä.</p>	<p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p>

	<p>b) Päivätyömäärät $26; 26 + 0,5; 26 + 2 \cdot 0,5; \dots$ (tms) muodostavat aritm. jonon, jonka erotusluku on $d = 0,5$; yleinen termi on $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 0,5n + 25,5$; n:n ensimmäisen summa on $S = n \cdot \frac{26+0,5n+25,5}{2}$.</p> <p>Summan pitää olla 1820: $n \cdot \frac{0,5n+51,5}{2} = 1820$</p> <p>Käsin tai laskimella saadaan ($n = -151,16 \dots$ tai) $n = 48,16 \dots$, joten vastaus on 49 päivää. Myös 48 päivää ja jonkin verran päälle voidaan hyväksyä.</p>	<p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p>
12.	<p>Katkaistu kartio</p>  <p>Yläosan säde $r_1 = 8,0 \text{ cm} : 2 = 4,0 \text{ cm}$ Alaosan säde $r_2 = 14,0 \text{ cm} : 2 = 7,0 \text{ cm}$ Kolmiot ovat yhdenmuotoiset $\frac{4,0}{7,0} = \frac{x}{13,0+x}$, josta $x = \frac{52}{3}$ Sivujanat (s_1 yläosan, s_2 koko kartion) Yläosa $\left(\frac{52}{3}\right)^2 + 4,0^2 = s_1^2 \quad s_1 = 17,7888 \dots$ Iso kartio $\left(13 + \frac{52}{3}\right)^2 + 7,0^2 = s_2^2 \quad s_2 = 31,130 \dots$ Kartion vaippa on sektori. Kartion sivujanasta tulee sektorin säde ja kartion pohjaympyrän kehästä sektorin kaari. Pois leikatun kartion yläosan muodostaman sektorin kaari: $b_1 = 2\pi r_1 = 2\pi \cdot 4,0 \text{ cm} = 25,1327 \dots \text{ cm}$ Sektorin kulma: $b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi s_1$ $25,1327 \dots = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 17,7888 \dots$ $\alpha = 80,949 \dots^\circ \approx 81^\circ$ Kankaan pinta-ala: $A_{\text{sektori}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \pi r^2$ $A = \frac{80,95^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 31,13^2 - \frac{80,95^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 17,79^2 = 461,05 \dots \approx 460$; vastaus siis 460 cm^2 TOISIN: $A_{\text{kartio}} = \pi r s$ $A_v = A_{\text{iso}} - A_{\text{pieni}} = \pi \cdot 7,0 \cdot 31,13 - \pi \cdot 4,0 \cdot 17,789 \approx 460$</p>	<p>Huomattu, että kyseessä on katkaistu kartio ja laskettu ylä- ja alaosan säteet → 1 p</p> <p>Puuttuvan yläosan korkeus → 1 p</p> <p>Molemmat sivujanat → 1 p</p> <p>Sektorin kaaren pituus → 1 p</p> <p>Sektorin kulma → 1 p</p> <p>Kankaan pinta-ala → 1 p</p> <p>Lauseke → 2 p</p> <p>Vastaus → 1 p</p>

<p>13.</p>	<p>Sijoitetaan molemmat vektorit alkamaan origosta (O), merkitään $\vec{OA} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ ja $\vec{OB} = \vec{i} + 12\vec{j}$, jolloin kolmas sivu olisi $\vec{AB} = -\vec{OA} + \vec{OB} = -4\vec{i} + 10\vec{j}$. Toinen valinta merkinnöissä antaa kolmanneksi sivuksi tämän vastavektorin $4\vec{i} - 10\vec{j}$, mikä tietysti myös kelpuutetaan.</p> <p>Osoitusosa: ensinnäkin $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$; toisaalta $\vec{OA} \cdot \vec{AB} = 5 \cdot (-4) + 2 \cdot 10 = 0$; täten kolmio on suorakulmainen. Pistetulo-osan voi korvata laskemalla sivujen pituudet ($5\vec{i} + 2\vec{j} = \sqrt{29}$, $\vec{i} + 12\vec{j} = \sqrt{145}$ ja $-4\vec{i} + 10\vec{j} = \sqrt{116}$) ja osoittamalla, että Pythagoraan lause toteutuu. Likiarvot kelpuutetaan tässä myös.</p> <p>Pienempi terävä kulma on lyhintä sivua vastaava kulma. Lyhin sivu on vektorin $5\vec{i} + 2\vec{j}$ tuottama sivu (laskettu a-kohdassa) \Rightarrow pienin kulma muodostuu kärkeen B, olkoon se β. Sen suuruus:</p> $\cos \beta = \frac{\vec{BO} \cdot \vec{BA}}{ \vec{BO} \cdot \vec{BA} } = \frac{116}{\sqrt{145} \cdot \sqrt{116}} = 0,8944 \dots,$ <p>josta $\beta = \cos^{-1} 0,8944 \dots = 26,565 \dots^\circ \approx 27^\circ$ tai $26,6^\circ$. TOISIN: suorakulmaisen kolmion trigonometriaa käyttämällä $\sin \beta = \frac{ 5\vec{i} + 2\vec{j} }{ \vec{i} + 12\vec{j} } = \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{145}} = 0,4472 \dots,$ josta $\beta = \sin^{-1} 0,4472 \dots = 26,565 \dots^\circ \approx 27^\circ$ tai $26,6^\circ$. TAI: Myös molemmat terävät kulmat voi laskea ja valita kulmista pienemmän vastaukseksi, jolloin aluksi esitettyä päättelyä ei tietysti vaadita.</p>	<p>ajatus 1 p onnistunut lasku 1 p</p> <p>siististi piirretty, oikea vastaus kuviosta \rightarrow 1 p</p> <p>1 p / perustelun osa, yht. 2 p</p> <p>Pistetulo 1 p Vastaus 1 p</p> <p>1 p 1 p</p>
------------	--	--