

6 Kertausosa

$$1. \quad a) \left| \frac{1}{\left(-\frac{1}{4}\right)} \right| = |-4| = 4$$

$$b) -\left(\frac{1}{\left(\frac{4}{5}\right)} \right) = -\left(\frac{5}{4}\right) = -\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4}$$

$$2. \quad a) \left| -\sqrt{121} \right| - |2 - |-3|| = |-11| - |2 - 3| = 11 - |-1| = 11 - 1 = 10$$

$$b) 2 \cdot \sqrt{100 - 36} = 2 \cdot \sqrt{64} = 2 \cdot 8 = 16$$

$$3. \quad a) -2 - (-3 \cdot (-4) : 6) = -2 - (12 : 6) - 2 - 2 = -4$$

$$b) 2 - \{3 - 4 : [6 - (-4 + 8)]\} = 2 - \{3 - 4 : [6 - 4]\} \\ = 2 - \{3 - 4 : 2\} = 2 - \{3 - 2\} = 2 - \{1\} = 1$$

$$c) -5 - (-10) : 2 - (+3) \cdot (-3) = -5 - (-5) - (-9) = -5 + 5 + 9 = 9$$

4. a) $8 \cdot 655 + 8 \cdot 345 = 8(655 + 345) = 8 \cdot 1000 = 8000$

b) $3 \cdot 2345 - 3 \cdot 1245 = 3(2345 - 1245) = 3 \cdot 1100 = 3300$

5. a) ${}^4)\frac{1}{5} - {}^5)\frac{3}{4} = \frac{4}{20} - \frac{15}{20} = -\frac{11}{20}$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\frac{4}{2}} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$

c) $\frac{2}{7} : \frac{3}{14} = \frac{2}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

6. a) $-{}^4)\frac{2}{3} - 2\frac{1}{2} + \frac{5}{12} = -\frac{8}{12} - \frac{5}{2} + \frac{5}{12} = -\frac{8}{12} - \frac{30}{12} + \frac{5}{12} = -\frac{33}{12} = -2\frac{3}{4}$

b) $1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1 + 3 = 4$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } -\frac{3}{4} - \frac{5}{6} : \left(-\frac{6}{15}\right) &= -\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{15}{6}\right) \\
 &= -\frac{3}{4} + \frac{75}{36} \stackrel{9)}{=} -\frac{3}{4} + \frac{75}{36} = -\frac{27}{36} + \frac{75}{36} \\
 &= \frac{48}{36} \stackrel{12)}{=} \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$7. \quad \text{a) } 1\frac{7}{8} - 2 \cdot 1\frac{3}{4} = \frac{15}{8} - \frac{2 \cdot 7}{1 \cdot 4} = \frac{15}{8} - \frac{14}{4} \stackrel{2)}{=} \frac{15}{8} - \frac{28}{8} = -\frac{13}{8} = -1\frac{5}{8}$$

$$\text{b) } 3\frac{3}{5} : \frac{9}{25} = \frac{18}{5} \cdot \frac{25}{9} = \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{1} = 10$$

$$8. \quad \text{a) } x^4 \cdot x^8 \cdot x^5 = x^{4+8+5} = x^{17}$$

$$\text{b) } (t^4)^5 = t^{4 \cdot 5} = t^{20}$$

$$\text{c) } \frac{x^{24}}{x^{19}} = x^{24-19} = x^5$$

$$\text{d) } (2x^3y^2)^4 = 2^4(x^3)^4(y^2)^4 = 16x^{12}y^8$$

$$9. \quad a) \frac{a^3 \cdot a^{-7}}{a^{-6}} = \frac{a^{3-7}}{a^{-6}} = a^{3-7-(-6)} = a^2$$

$$\text{Kun } a = 4, \quad a^2 = 4^2 = 16.$$

$$b) 2a^{-3} = \frac{2}{a^3}$$

$$\text{Kun } a = 4, \quad \frac{2}{a^3} = \frac{2}{4^3} = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}.$$

$$10. \quad a) -3 \cdot 2^0 + 3^{-1} = -3 \cdot 1 + \frac{1}{3} = -3 + \frac{1}{3} = -2\frac{2}{3}$$

$$b) -1^{200} - (-1)^{400} - (-1)^{601} = -1 - 1 + 1 = -1$$

$$c) \left(2\frac{2}{7}\right)^2 = \left(\frac{16}{7}\right)^2 = \frac{16^2}{7^2} = \frac{256}{49} = 5\frac{11}{49}$$

$$\begin{aligned} 11. \quad \text{a)} \quad & 10^{9500} \cdot 0,1^{9498} = 10^2 \cdot 10^{9498} \cdot 0,1^{9498} \\ & = 10^2 \cdot (10 \cdot 0,1)^{9498} = 100 \cdot 1^{9498} = 100 \cdot 1 = 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \left(\frac{a^m \cdot a^{2m-1}}{a^{-3m-2}} \right) \cdot a^{1-5m} = a^{m+2m-1-(-3m-2)} \cdot a^{1-5m} \\ & = a^{6m+1} \cdot a^{1-5m} = a^{6m+1+1-5m} = a^{m+2} \end{aligned}$$

$$12. \quad -(-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 10 = -4 + 6 + 10 = 12$$

$$\begin{aligned} 13. \quad \text{a)} \quad & -4x^2 + 3x - (-9x + x^2) \\ & = -4x^2 + 3x + 9x - x^2 \\ & = -5x^2 + 12x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 5a - [-(2a - 4b) - (2 - 2b)] \\ & = 5a - [-2a + 4b - 2 + 2b] \\ & = 5a + 2a - 4b + 2 - 2b \\ & = 7a - 6b + 2 \end{aligned}$$

14.

$$\begin{aligned} & [(y^2 - 4y) + (3y - 2y^2)] - [(y^2 - 4y) - (3y - 2y^2)] \\ &= [y^2 - 4y + 3y - 2y^2] - [y^2 - 4y - 3y + 2y^2] \\ &= y^2 - 4y + 3y - 2y^2 - y^2 + 4y + 3y - 2y^2 \\ &= -4y^2 + 6y \end{aligned}$$

15. a) $6(2x - 3) = 12x - 18$

b) $-3(4 - 5x) = -12 + 15x$

c) $(4y - 7)(-2y) = -8y^2 + 14y$

16. a) $\frac{15x + 30}{5} = \frac{15x}{5} + \frac{30}{5} = 3x + 6$

b) $\frac{6x^2 - 12x - 18}{-6} = \frac{-6(x^2 + 2x + 3)}{-6} = x^2 + 2x + 3$

17. a)

$$\begin{aligned}P(x) - Q(x) &= 4x - 7 - (2 - 5x) \\ &= 4x - 7 - 2 + 5x \\ &= 9x - 9\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}P(x) - P(x)Q(x) &= 4x - 7 - (4x - 7)(2 - 5x) \\ &= 4x - 7 - (8x - 20x^2 - 14 + 35x) \\ &= 4x - 7 - 8x + 20x^2 + 14 - 35x \\ &= 20x^2 - 39x + 7\end{aligned}$$

18. a) $5x(-3x^2 + 4x - 2)$

$$= -15x^3 + 20x^2 - 10x$$

b) $(5x - 2)(-2x + 4)$

$$= -10x^2 + 20x + 4x - 8$$

$$= -10x^2 + 24x - 8$$

c) $(x^2 - 3x + 1)(6x + 2)$

$$= 6x^3 + 2x^2 - 18x^2 - 6x + 6x + 2$$

$$= 6x^3 - 16x^2 + 2$$

19. a) $(x - 3)(1 - 5x)$
 $= x - 5x^2 - 3 + 15x$
 $= -5x^2 + 16x - 3$

b) $[(x - 3) + (1 - 5x)][(x - 3) - (1 - 5x)]$
 $= (x - 3 + 1 - 5x)(x - 3 - 1 + 5x)$
 $= (-4x - 2)(6x - 4)$
 $= -24x^2 + 16x - 12x + 8$
 $= -24x^2 + 4x + 8$

20. a) $-2x(x - 2) + (3 - x)(x - 1)$
 $= -2x^2 + 4x + (3x - 3 - x^2 + x)$
 $= -2x^2 + 4x + 3x - 3 - x^2 + x$
 $= -3x^2 + 8x - 3$

b) $(x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2) = x^2 - 2x - 2x + 4 = x^2 - 4x + 4$

21. hinta (€)	määrä (kpl)
9,00	23
$9,00 + 0,50$	$23 - 4 \cdot 0,5 = 23 - 2$
$9,00 + 1$	$23 - 4 \cdot 1 = 23 - 4$
$9,00 + 1,5$	$23 - 4 \cdot 1,5 = 23 - 6$
$9,00 + x$	$23 - 4x$

Myyntiä kuvaa polynomi

$$m(x) = (9,00 + x)(23 - 4x)$$

a) $m(4,00) = (9,00 + 4,00)(23 - 4 \cdot 4,00) = 91,00$ (€)

b) $m(-2,50) = (9,00 - 2,50)(23 - 4 \cdot (-2,50)) = 214,50$ (€)

22. a) $\frac{3x+6}{2x-1} - \frac{7-x}{2x-1} = \frac{3x+6-(7-x)}{2x-1} = \frac{3x+6-7+x}{2x-1} = \frac{4x-1}{2x-1}$

b) $\frac{2}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{4+3}{2x} = \frac{7}{2x}$

$$23. \quad a) \frac{5x}{x+1} \cdot \frac{3}{10x} = \frac{5 \cdot 3}{(x+1) \cdot 10} = \frac{3}{2(x+1)} = \frac{3}{2x+2}$$

$$b) \frac{2x+5}{3x} : \frac{2x-3}{6x} = \frac{2x+5}{3x} \cdot \frac{6x}{2x-3} = \frac{2(2x+5)}{2x-3} = \frac{4x+10}{2x-3}$$

$$24. \quad a) 24x^2 - 8x = 8x(3x-1)$$

$$b) -3ab^2 + 6a^2b = 3ab(-b+2a)$$

$$25. \quad a) \frac{-4x^3 + 10x^2 + 8x}{-2x} = \frac{-2x(2x^2 - 5x - 4)}{-2x} = 2x^2 - 5x - 4$$

$$b) \frac{6x^2 - 3x}{4x - 2} = \frac{3x(2x-1)}{2(2x-1)} = \frac{3x}{2}$$

26. a) $4x - 9 = 15 - 2x$

$$4x + 2x = 15 + 9$$

$$6x = 24 \quad |:6$$

$$x = 4$$

b) $2 - (3x - 1) = -2(8x - 2)$

$$2 - 3x + 1 = -16x + 4$$

$$-3x + 16x = 4 - 3$$

$$13x = 1 \quad |:13$$

$$x = \frac{1}{13}$$

27. a) $\frac{x+1}{2} - \frac{4-2x}{4} = 5x$

$$\frac{2(x+1)}{4} - \frac{4-2x}{4} = \frac{20x}{4} \quad | \cdot 4$$

$$2(x+1) - (4-2x) = 20x$$

$$2x + 2 - 4 + 2x = 20x$$

$$4x - 20x = -2 + 4$$

$$-16x = 2 \quad |:(-16)$$

$$x = \frac{2}{-16} = -\frac{1}{8}$$

$$\text{b) } {}^{15)} 2 - \frac{{}^5) 2x}{{}^3) 3} = \frac{{}^3) 1}{5}$$

$$\frac{30}{15} - \frac{10x}{15} = \frac{3}{15} \quad | \cdot 15$$

$$30 - 10x = 3$$

$$-10x = 3 - 30$$

$$-10x = -27 \quad | : (-10)$$

$$x = \frac{-27}{-10} = \frac{27}{10}$$

28. a) Kulutus $6,2 \text{ l}/100 \text{ km} = 0,062 \text{ l}/\text{km}$

Merkitään ajettujen kilometrien määrää kirjaimella x .

Ajaminen dieselillä maksaa $420 + 0,062 \cdot 0,95x$

Ajaminen bensalla maksaa $0,062 \cdot 1,25x$

Lasketaan kilometrimäärä, jolla diesel ja bensa ovat yhtä edulliset.

$$420 + 0,062 \cdot 0,95x = 0,062 \cdot 1,25x$$

$$420 + 0,0589x = 0,0775x$$

$$420 = 0,0775x - 0,0589x$$

$$420 = 0,0186x$$

$$0,0186x = 420 \quad | : 0,0186$$

$$x = 22\,580,6\dots$$

$$x \approx 22\,600 \text{ (km)}$$

b) Dieselin kulutus : $5,0 \text{ l}/100 \text{ km} = 0,05 \text{ l /km}$

Bensan kulutus: $6,0 \text{ l/km} = 0,06 \text{ l /km}$

Lasketaan kilometrimäärä, jolla diesel ja bensa ovat yhtä edulliset, kun ajetaan x km.

$$420 + 0,95 \cdot 0,05x = 0,06 \cdot 1,25x$$

$$420 + 0,0475x = 0,075x$$

$$420 = 0,075x - 0,0475x$$

$$420 = 0,0275x$$

$$0,0275x = 420 \quad |:0,0275$$

$$x = 15\,272,7\dots$$

$$x \approx 15\,300 \text{ (km)}$$

Vastaus:

a) Dieselautilla ajettava vähintään 22 600 km.

b) Dieselautilla on ajettava vähintään 15 300 km.

29. Perusosa 1200 €

Provisio $0,2 \cdot 140 \text{ € /puhelin} = 28 \text{ € /puhelin}$

Merkitään myytyjen puhelimien määrää kirjaimella x .

a) Kuukausipalkkaa kuvaa lauseke $1200 + 28x$

b) Kuukausipalkka, kun myydään 120 puhelinta, on

$$1200 + 28 \cdot 120 = 4560 \text{ (€)}.$$

c) $1200 + 28x = 4000$

$$28x = 4000 - 1200$$

$$28x = 2800 \quad |:28$$

$$x = 100$$

4000 € kuukausipalkkaan on myytävä 100 kpl puhelimia.

30. Merkitään kanojen määrää kirjaimella x .
Sikojen määrää kuvaa lauseke $26 - x$.

Koska eläimillä on jalkoja yhteensä 82 kappaletta saadaan yhtälö:

$$2x + 4 \cdot (26 - x) = 82$$

$$2x + 104 - 4x = 82$$

$$-2x = 82 - 104$$

$$-2x = -22 \quad |:(-2)$$

$$x = 11$$

Kanoja on 11 kpl, joten sikoja on $26 - 11 = 15$ kpl.

31. a) $x^2 + 8x = 0$

$$x(x + 8) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x + 8 = 0$$

$$x = -8$$

Vastaus: $x = 0$ tai $x = -8$

b) $3x^2 = 4x$

$$3x^2 - 4x = 0$$

$$x(3x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } 3x - 4 = 0$$

$$3x = 4 \quad |:3$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$\text{Vastaus: } x = 0 \text{ tai } x = \frac{4}{3}$$

32. a) $2x^2 = 50 \quad |:2$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

b) $3x^2 - 12 = 0$

$$3x^2 = 12 \quad |:3$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

c) $x^2 + 3 = 0$

$$x^2 = -3$$

Ei ratkaisua.

$$33. \quad 2x - x^2 = 5x^2 + x$$

$$-x^2 - 5x^2 + 2x - x = 0$$

$$-6x^2 + x = 0$$

$$x(-6x + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad -6x + 1 = 0$$

$$-6x = -1 \quad |:(-6)$$

$$x = \frac{-1}{-6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Vastaus: } x = 0 \text{ tai } x = \frac{1}{6}$$

$$34. \quad \text{a) } x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 8}{2}$$

$$x = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-2-8}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$\text{b) } x^2 - 14x + 49 = 0$$

$$x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{14}{2} = 7$$

Vastaus: a) $x = 3$ tai $x = -5$ b) $x = 7$

$$35. \quad \text{a) } {}^2) 3x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$\frac{6x^2}{2} - \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = 0 \quad | \cdot 2$$

$$6x^2 - 3x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-3)}}{2 \cdot 6}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{12}$$

$$x = \frac{3 \pm 9}{12}$$

$$x = \frac{3+9}{12} = \frac{12}{12} = 1 \quad \text{tai} \quad x = \frac{3-9}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{b) } -2x^2 + x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-16)}}{2 \cdot (-2)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{-127}}{-4}$$

Juurrettava -127 negatiivinen, joten ei ratkaisua.

$$36. \quad \text{a) } x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{tai} \quad x = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Vastaus: $x = 1$ tai $x = 2$

$$\text{b)} \quad 4a^2 = 11a - 6$$

$$4a^2 - 11a + 6 = 0$$

$$a = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6}}{2 \cdot 4}$$

$$a = \frac{11 \pm \sqrt{25}}{8}$$

$$a = \frac{11 \pm 5}{8}$$

$$a = \frac{11+5}{8} = \frac{16}{8} = 2 \quad \text{tai} \quad a = \frac{11-5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Vastaus: } a = 2 \text{ tai } a = \frac{3}{4}$$

$$37. \quad x^2 + ax - 6a = 0$$

Koska $x = -6$ on yhtälön ratkaisu, niin

$$(-6)^2 + a(-6) - 6a = 0$$

$$36 - 6a - 6a = 0$$

$$-12a = -36 \quad | :(-12)$$

$$a = 3$$

Yhtälö on siis muotoa:

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm 9}{2}$$

$$x = \frac{-3 + 9}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-3 - 9}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

Vastaus: $a = 3$, toinen ratkaisu $x = 3$

38. $x^2 - 2x - 20 = 36 - x$

$$x^2 - 2x + x - 20 - 36 = 0$$

$$x^2 - x - 56 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2}$$

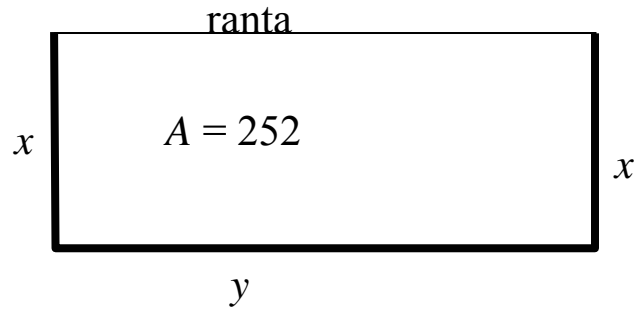
$$x = \frac{1 \pm 15}{2}$$

$$x = \frac{1 + 15}{2} = \frac{16}{2} = 8 \quad \text{tai} \quad x = \frac{1 - 15}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

39.

$$2x + y = 46$$

$$y = 46 - 2x$$



Pinta-alasta saadaan:

$$A = 252$$

$$xy = 252$$

$$x(46 - 2x) = 252$$

$$-x^2 + 23x - 126 = 0$$

$$x = \frac{-23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-126)}}{-2}$$

$$= \frac{-23 \pm \sqrt{25}}{-2}$$

$$x = \frac{-23 + 5}{-2} = 9 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-23 - 5}{-2} = 14$$

Jos $x = 9$, niin $y = 46 - 18 = 28$.Jos $x = 14$, niin $y = 46 - 28 = 18$.

Vastaus:

Jos rannansuuntainen mitta on 28 m, niin muut sivut ovat 9 m.

Jos taas rannansuuntainen mitta on 18 m, niin muut sivut ovat 14 m.

40. Olkoot luvut x ja $x + 2$.

$$x^2 + (x + 2)^2 = 164$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 164$$

$$2x^2 + 4x - 160 = 0 \quad | : 2$$

$$x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-80)}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{324}}{2}$$

$$x = \frac{-2 - 18}{2} = -10 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-2 + 18}{2} = 8$$

Jos $x = -10$, niin $x + 2 = -8$.

Jos $x = 8$, niin $x + 2 = 10$.

Vastaus: Luvut ovat -10 ja -8 tai 8 ja 10 .

41.

$$-\frac{5}{64}x^2 + \frac{5}{4}x + 1 = 6 \quad | \cdot 64$$

$$-5x^2 + 80x + 64 = 384$$

$$-5x^2 + 80x - 320 = 0 \quad | : (-5)$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64}}{2} = \frac{16 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Vastaus 8 h

42.	SIVU	ALA
Alkuperäinen	x	x^2
Suurennos	$(x + 3)$	$(x + 3)^2$

$$4x^2 = (x + 3)^2$$

$$4x^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$-3x^2 + 6x + 9 = 0 \quad | :(-3)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x = \frac{2+4}{2} = 3 \quad \text{tai} \quad x = \frac{2-4}{2} = -1 < 0, \text{ ei käy}$$

Vain $x = 3$ kelpaa, jolloin alkuperäinen ala $x^2 = 3^2 = 9$ ja suurennos on $(x + 3)^2 = 6^2 = 36$.

43. a)

$$\frac{x}{2} = \frac{5}{6}$$

$$6x = 10$$

$$x = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

b)

$$\frac{3+2x}{3} = \frac{5-4x}{2}$$

$$6+4x = 15-12x$$

$$16x = 9 \quad |:16$$

$$x = \frac{9}{16}$$

44. a)

$$\frac{3x}{5} = \frac{6}{5x}$$

$$15x^2 = 30$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

b)

$$\frac{x+1}{2} = \frac{x+1}{x-3}$$

$$2x+2 = x^2 - 3x + x - 3$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$x = \frac{4+6}{2} = 5 \quad \text{tai} \quad x = \frac{4-6}{2} = -1$$

45. Olkoot suorakulmion sivut $3x$ ja $4x$.

$$A = 120\,000 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$3x \cdot 4x = 120\,000$$

$$12x^2 = 120\,000 \quad | :12$$

$$x^2 = 10\,000$$

$$x = \pm\sqrt{10\,000}$$

$$x = 100 \quad \text{tai} \quad x = -100 < 0, \text{ ei käy}$$

Sivut ovat $3x = 300$ m ja $4x = 400$ m.

Vastaus: 300 m ja 400 m

46.

$$\frac{4}{5} = \frac{124}{x}$$

$$4x = 620 \quad | :4$$

$$x = 155$$

Vastaus: 155 oppilasta

47.

Pituus (cm)	Paino (kg)
185	84
175	x

Suoraan verrannollisuus, joten saadaan yhtälö:

$$185x = 14\,700 \quad | :185$$

$$x = \frac{14\,700}{185} = 79,459\dots \approx 79$$

Vastaus: 79 kg

48. a)

Vajaus (h)	Työteho (%)
0,5	0,15
x	0,25

Suoraan verrannollisuus, joten saadaan yhtälö:

$$0,15x = 0,125 \quad | : 0,15$$

$$x = \frac{0,125}{0,15} = 0,8333\dots \quad (\text{h})$$

$$0,8333\dots \cdot 60 \text{ min} = 50 \text{ min}$$

b)

Vajaus (h)	Työteho (%)
0,5	0,15
2	x

Suoraan verrannollisuus, joten saadaan yhtälö:

$$0,5x = 0,3 \quad | :0,5$$

$$x = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$$

Prosentteina: $0,6 \cdot 100 = 60\%$

49.

Suure b	Suureen a kuutio (a^3)
100	a^3
150	x^3

Suoraan verrannollisuus, joten saadaan yhtälö:

$$100x^3 = 150a^3 \quad | :100$$

$$x^3 = \frac{150}{100}a^3 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$x = 1,1447\dots a$$

Vastaus: Kasvaa 14 %

50. a) $0,45 \cdot 780 = 351$

b) $\frac{24}{68} = 0,3529\dots$

Prosentteina: $0,3529\dots \cdot 100 \approx 35\%$

c) $\frac{78 - 55}{55} = \frac{23}{55} = 0,418\dots \approx 42\%$

51. a) $3,4 - 2,8 = 0,6$

b) $\frac{0,6}{3,4} = 0,176\dots$

Prosentteina: $0,176\dots \cdot 100\% \approx 18\%$

Vastaus: a) 0,6 prosenttiyksikköä b) 18 %

52. $0,22 \cdot 500 \text{ ml} = 110 \text{ ml}$

53. $\frac{9,4}{11} = 0,8545\dots \approx 85\%$

$100\% - 85\% = 15\%$

Vastaus: 15 %

54. Pili sijoitti 1500 euroa.

Pulla 15 % enemmän, joten Pulla sijoitti $1,15 \cdot 1500 = 1725$ (euroa)

Yhteensä he sijoittivat: $1500 + 1725 = 3225$ (euroa)

Vastaus: 3225 €

55.

	Ennen muutosta	Muutoksen jälkeen
Hinta	a	$1,085a$
Levikki	b	$0,88b$
Tulot	ab	$1,085 \cdot 0,88ab$

$$1,085 \cdot 0,88ab = 0,9548...ab$$

Tulot laskevat $(100 - 95,48...)\% = 4,52... \%$

Vastaus: Tulot laskevat 4,5 %

56. Työntekijöitä oli alussa x .

$$0,85x = 120 \quad | : 0,85$$

$$x = \frac{120}{0,85} = 141,176\dots \approx 141$$

Irtisanottuja työntekijöitä on siis: $141 - 120 = 21$

Vastaus: 21 henkilöä

57. Luku a

Suurennetaan 14 % $1,14a$

Pienennetään 14 % $0,86 \cdot 1,14a$

$$0,86 \cdot 1,14a = 200$$

$$0,9804a = 200 \quad | : 0,9804$$

$$a = \frac{200}{0,9804} = 203,9\dots \approx 204$$

Vastaus: Luku a oli 204.

58. Kohonnut hemoglobiini oli $1,055 \cdot 158 = 166,69$.

Merkitään x laskua kuvaava prosenttikerroin

$$x \cdot 166,69 = 160 \quad | :166,69$$

$$x = \frac{160}{166,69} = 0,959865\dots$$

Hemoglobiini siis laskee $(100 - 95,9865\dots) \% = 4,01\dots \%$

Vastaus: 4,0 %

59. Merkitään sijoitusta kirjaimella x .

Nousun jälkeen: $1,098x$

Laskun jälkeen: $0,82 \cdot 1,098x = 0,90036x$

Tappiota on siis tullut $(100 - 90,036) \% = 9,964 \%$

$$0,09964x = 370 \quad | :0,09964$$

$$x = \frac{370}{0,09964} = 3713,368\dots \approx 3700 \quad (\text{€})$$

Vastaus: Sijoitus oli 3700 €.

1. Harjoituskoe

$$1. \quad a) \quad 5\frac{1}{6} - \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{31}{6} - \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{31-2+3}{6} = \frac{32}{6} = 5\frac{2}{6} = 5\frac{1}{3}$$

$$b) \quad 3 - \frac{4}{3} \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} = 3 - \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{4} = 3 - \frac{4 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 1 \cdot 4} = 3 - 2 = 1$$

$$c) \quad 3 + \frac{4}{3} : \frac{1}{5} = 3 + \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{1} = 3 + \frac{20}{3} = 3 + 6\frac{2}{3} = 9\frac{2}{3}$$

$$2. \quad a) \quad \frac{a^5 10^{28}}{a^4 10^{29}} = \frac{a^5}{a^4} \cdot \frac{10^{28}}{10^{29}} = a \cdot 10^{-1} = \frac{a}{10}$$

$$b) \quad (2k^4)^3 \cdot k^6 = 2^3 (k^4)^3 k^6 = 8k^{12} k^6 = 8k^{18}$$

$$c) \quad \left(\frac{x^2 x^3}{x^7}\right)^{-2} = \left(\frac{x^{2+3}}{x^7}\right)^{-2} = \left(\frac{x^5}{x^7}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{x^2}\right)^{-2} = (x^2)^2 = x^4$$

3. a)

$$\begin{aligned} P(x) + Q(x) &= x^2 - 6x + 7 - 2x^2 + 11x + 4 \\ &= -x^2 + 5x + 11 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} P(x) - Q(x) &= x^2 - 6x + 7 - (-2x^2 + 11x + 4) \\ &= x^2 - 6x + 7 + 2x^2 - 11x - 4 = 3x^2 - 17x + 3 \end{aligned}$$

4. a)

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 = 8 \quad |:2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

b)

$$2x^2 - 8x = 0$$

$$2x(x - 4) = 0$$

$$2x = 0 \quad \text{tai} \quad x - 4 = 0$$

$$x = 0 \qquad \qquad x = 4$$

c)
$$\frac{x-1}{2} = \frac{4}{x+1}$$

$$(x-1)(x+1) = 2 \cdot 4$$

$$x^2 + x - x - 1 = 8$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

5. a) Verrataan Kallion asuntoon.

$$\frac{3400}{2300} = 1,478... \approx 148\%$$

$$148\% - 100\% = 48\%$$

48 % kalliimpia

b) Verrataan Kaivopuiston asuntoon.

$$\frac{2300}{3400} = 0,676... \approx 68\%$$

$$100\% - 68\% = 32\%$$

32 % halvempia

6. vedonlyöntisuhde 1:30

a) Merkitään saatua voittoa kirjaimella x .

Sijoitettu summa on 85 €, joten saadaan yhtälö

$$\frac{1}{30} = \frac{85}{x}$$

$$x = 30 \cdot 85$$

$$x = 2550 \text{ (€)}$$

b) Merkitään sijoitettua summaa kirjaimella x .

Saatu voitto on 336 €, joten saadaan yhtälö

$$\frac{1}{30} = \frac{x}{336}$$

$$30x = 336 \quad | :30$$

$$x = 11,20 \text{ (€)}$$

Vastaus: a) 2550 € b) 11,20 €

7.	Hinta (€)	Myyntimäärä
	302	450 kpl

Merkitään $x =$ korotus euroina

Uusi hinta: $302 + x \cdot 1$

Uusi määrä: $450 - 4x$

Myyntitulo: $(302 + x)(450 - 4x)$

Jos hinta olisi 522 €, alkuperäistä hintaa olisi korotettu

$$522 \text{ €} - 302 \text{ €} = 220 \text{ €}$$

Tällä korotuksella viikkomyynti olisi: $450 - 4 \cdot 220 = -430$ kpl.

Siis ei ole mahdollista myydä hinnalla 522 €, koska viikkomyyntiä ei olisi ollenkaan.

Vastaus: Myyntitulo on $(302 + x)(450 - 4x)$. Ei ole mahdollista myydä hinnalla 522 €, koska viikkomyynti olisi negatiivinen.

8. Merkitään: polkupyöriä x , autoja $2x$ (kpl)

Polkupyörässä on kaksi rengasta ja autossa neljä rengasta.

Saadaan siis yhtälö:

$$2x + 4 \cdot 2x = 120$$

$$10x = 120 \quad |:10$$

$$x = 12$$

Vastaus: Polkupyöriä on 12 kpl.

2. Harjoituskoe

1. a) $a^4 \cdot a^3 \cdot a = a^{4+3+1} = a^8$

b) $\frac{b^8}{b^5} = b^{8-5} = b^3$

c) $\left(\frac{1}{c}\right)^{-3} = c^3$

d) $d^0 = 1$

e) $(-5e)^3 = (-5)^3 \cdot e^3 = -125e^3$

f) $\left(-\frac{3f^3}{2}\right)^4 = \frac{(-3)^4 f^{3 \cdot 4}}{2^4} = \frac{81f^{12}}{16}$

$$2. \quad a) \quad 5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} = \frac{16}{3} - \frac{8}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

$$b) \quad {}^{20)} \frac{100}{5} + \frac{3}{100} = \frac{2000+3}{100} = \frac{2003}{100} = 20\frac{3}{100}$$

$$c) \quad 2 - 2\frac{4}{8} + \frac{5}{4} \stackrel{8)}{=} \frac{2}{1} - \frac{20}{8} + \frac{10}{4} \stackrel{2)}{=} \frac{16-20+10}{8} = \frac{6}{8} \stackrel{(2)}{=} \frac{3}{4}$$

$$d) \quad 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot 2 : \frac{3}{4} = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 4}{3} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$$

$$3. \quad a) \quad \frac{2}{x-3} + \frac{x-4}{x-3} = \frac{2+(x-4)}{x-3} = \frac{2+x-4}{x-3} = \frac{x-2}{x-3}$$

$$b) \quad \frac{(x-5)(x+5)}{x^2-25} = \frac{x^2+5x-5x-25}{x^2-25} = \frac{x^2-25}{x^2-25} = 1$$

$$c) \quad \frac{2x-4}{x} : \frac{3x-6}{2x} = \frac{2(x-2)}{x} \cdot \frac{2x}{3(x-2)} = \frac{4}{3}$$

4. a)

$$P(x) + R(x) = 0$$

$$2x^2 + 1 + x - 1 = 0$$

$$2x^2 + x = 0$$

$$x(2x + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad 2x + 1 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x = -\frac{1}{2}$$

b)

$$P(x) - Q(x) = 0$$

$$2x^2 + 1 - (x + 1) = 0$$

$$2x^2 + 1 - x - 1 = 0$$

$$2x^2 - x = 0$$

$$x(2x - 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

c)

$$R(x) \cdot Q(x) = 0$$

$$(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad \text{tai} \quad x + 1 = 0$$

$$x = 1 \quad \quad \quad x = -1$$

5. a) $(5x - 2) - (7x - 5) = -4(2x - 1)$

$$5x - 2 - 7x + 5 = -8x + 4$$

$$-2x + 3 = -8x + 4$$

$$-2x + 8x = 4 - 3$$

$$6x = 1 \quad | :6$$

$$x = \frac{1}{6}$$

b) $2(x - 4) + x = 3(x + 5)$

$$2x - 8 + x = 3x + 15$$

$$2x + x - 3x = 15 + 8$$

$$0x = 23$$

$$0 = 23$$

epätosi

Yhtälöllä ei ole ratkaisuja.

c) $\frac{1}{2}x - 1 = \frac{3x - 6}{6}$

$$\frac{1}{2}x - 1 = \frac{3x}{6} - \frac{6}{6}$$

$$\frac{1}{2}x - 1 = \frac{1}{2}x - 1$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x = -1 + 1$$

$$0x = 0$$

$$0 = 0$$

tosi

Yhtälön ratkaisuja ovat kaikki luvut.

6. a) $-3x^2 + 12 = 0$

$$-3x^2 = -12 \quad | : (-3)$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

b) $2(x^2 + 2x) = x$

$$2x^2 + 4x = x$$

$$2x^2 + 4x - x = 0$$

$$2x^2 + 3x = 0$$

$$x(2x + 3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad 2x + 3 = 0$$

$$2x = -3 \quad | : 2$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

c) $3x^2 - 3x - 36 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-36)}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{441}}{6}$$

$$x = \frac{3 \pm 21}{6}$$

$$x = \frac{3+21}{6} = \frac{24}{6} = 4 \quad \text{tai} \quad x = \frac{3-21}{6} = \frac{-18}{6} = -3$$

7. a) Mitä enemmän oliiveja ostetaan, sen enemmän maksetaan. Kyse on suoraan verrannollisuudesta.

Massa (g)	Hinta (€)
800	2,90
150	x

$$\frac{800}{150} = \frac{2,90}{x}$$

$$800x = 435 \quad | :800$$

$$x = 0,54375$$

Vastaus: Oliivit maksavat 0,54 €

- b) Mitä enemmän henkilöitä on töissä, sen vähemmän kuluu aikaa. Kyse on kääntäen verrannollisuudesta.

Henkilöt (lkm)	Aika (h)
3	8
3+2	x

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{8}$$

$$5x = 24 \quad | :5$$

$$x = 4,8$$

$$0,8 \text{ h} = 0,8 \cdot 60 \text{ min} = 48 \text{ min}$$

$$4,8 \text{ h} = 4 \text{ h } 48 \text{ min}$$

Vastaus: 4 h 48 min

8. Merkitään tuotteen myyntihintaa kirjaimella x .

Tuotteen hinta laskun jälkeen on $0,92x$.

Tuotteen hinta nousun jälkeen on $1,15 \cdot 0,92x$

a) $1,15 \cdot 0,92x = 1,058x$

Hinta on siis 1,058-kertainen alkuperäiseen hintaan verrattuna.

Hinta on siis noussut $(105,8 - 100) \% = 5,8 \%$.

b) Lopullinen hinta on 25,50 €, joten saadaan yhtälö

$$1,058x = 25,50 \quad | : 1,058$$

$$x = \frac{25,50}{1,058} = 24,102\dots \approx 24,10 \text{ (€)}$$

Vastaus: a) 5,8 % b) 24,10 €

3. Harjoituskoe

1. a) $(3k)(3k)(3k) = (3k)^3 = 3^3 k^3 = 27k^3$

b) $(-2a)^3 = (-2)^3 a^3 = -8a^3$

c) $(5x^6)^3 = 5^3 (x^6)^3 = 125x^{18}$

d) $\frac{a^3 a^5}{a^0} = \frac{a^8}{1} = a^8$

e) $\left(\frac{x^{-3}}{x^{-4}}\right)^5 = (x^{-3-(-4)})^5 = (x^1)^5 = x^5$

f) $\left(\frac{2^3 x^{-1}}{2^2}\right)^{-2} = (2^{3-2} x^{-1})^{-2} = 2^{-2} x^{-1 \cdot (-2)} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 x^2 = \frac{1}{4} x^2$

2. a) Merkitään ajettuja kilometrejä kirjaimella x .

Tällöin yhden päivän kokonaisvuokra on $H(x) = 52 + 0,2x$.

b) $H(350) = 52 + 0,2 \cdot 350 = 122$ (€)

3. a) $5x^2 - x = 0$

$$x(5x - 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad 5x - 1 = 0$$

$$5x = 1 \quad | :5$$

$$x = \frac{1}{5}$$

b) $0,5y - 0,2y^2 = 0,2$

$$-0,2y^2 + 0,5y - 0,2 = 0 \quad | \cdot 10$$

$$-2y^2 + 5y - 2 = 0$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{-4} = \frac{-5 \pm 3}{-4}$$

$$y = \frac{-5 + 3}{-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \quad \text{tai} \quad y = \frac{-5 - 3}{-4} = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$c) \quad \overset{4)}{\frac{1}{3}}x + \overset{12)}{\frac{4}{1}} = \overset{6)}{\frac{1}{2}} - \overset{3)}{\frac{1}{4}}x$$

$$\frac{4}{12}x + \frac{48}{12} = \frac{6}{12} - \frac{3}{12}x \quad | \cdot 12$$

$$4x + 48 = 6 - 3x$$

$$4x + 3x = 6 - 48$$

$$7x = -42 \quad | : 7$$

$$x = -6$$

$$4. \quad a) \quad \frac{450}{420} = 1,0714... \approx 107,1 \%$$

$$107,1 \% - 100 \% = 7,1 \%$$

b) Merkitään Mintun pituutta kirjaimella x .

$$0,95x = 166 \quad | : 0,95$$

$$x = 174,73... \text{ (cm)}$$

$$x \approx 175 \text{ (cm)}$$

Vastaus: a) Korotus oli 7 %.

b) Mintun pituus on 175 cm.

5. Kootaan annetut tiedot taulukkoon.

Paine(kPa)	Tilavuus (dm ³)
302	3,6
p	5,6

Koska paine on kääntäen verrannollinen tilavuuteen, saadaan verranto

$$\frac{302}{p} = \frac{5,6}{3,6}$$

$$5,6p = 3,6 \cdot 302 \quad |:5,6$$

$$p = 194,14\dots \approx 194 \text{ (kPa)}$$

6. Merkitään tuotteen alkuperäistä hintaa kirjaimella a .

Tällöin korotettu hinta on $1,18a$.

Merkitään hinnan laskua kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella x .

$$x \cdot 1,18a = a \quad |:a$$

$$1,18x = 1 \quad |:1,18$$

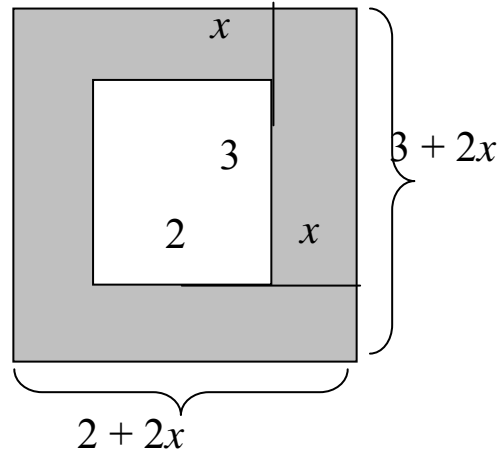
$$x = 0,8474\dots \approx 85 \%$$

$$100 \% - 85 \% = 15 \%$$

Vastaus: Hintaa on laskettava 15 %.

7. Merkitään hiekkakäytävän leveyttä kirjaimella x .

Muodostetaan lauseke hiekkakäytävän pinta-alalle.



$$\begin{aligned} & (2 + 2x)(3 + 2x) - 2 \cdot 6 \\ &= 6 + 4x + 6x + 4x^2 - 6 \\ &= 10x + 4x^2 \end{aligned}$$

Koska hiekkaa oli käytettävissä 18 m^2 alueelle, saadaan yhtälö

$$4x^2 + 10x = 18$$

$$4x^2 + 10x - 18 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-18)}}{2 \cdot 4}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{388}}{8}$$

$$x = 1,212\dots \text{ (m)} \quad \text{tai} \quad x = -1,40\dots \text{ (m)}$$

Koska käytävän leveyden tulee olla positiivinen luku, negatiivinen vastaus ei käy.

Vastaus: Käytävän leveys on 1,2 m.

8. Myyntitulot saadaan hinnan ja kysynnän tulona.

$$x \cdot (4x - 5) = 148,50$$

$$4x^2 - 5x - 148,50 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-148,50)}}{2 \cdot 4}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{2401}}{8}$$

$$x = \frac{5 \pm 49}{8}$$

$$x = 6,75 \text{ (€)} \text{ tai } x = -5,5 \text{ (€)}$$

Myyntihinta ei voi olla negatiivinen, joten vastaukseksi kelpaa vain positiivinen luku.

Vastaus: 6,75 €