

Luku 7: Lineaarisessa mallissa suureiden riippuvuutta kuvataan suoralla

Tehtävien ratkaisut

Tehtävät 1–4 ovat automaattisesti tarkistettavia tehtäviä ja ne ovat digikirjassa.

7-1.

Täydennä.

Kun mittauslökset sijoitetaan esimerkiksi V, m -koordinaatistoon, pistejoukkoon sovitetaan ***kuvaaja***, joka kuvaa ***suureiden*** välistä yhteyttä mahdollisimman hyvin. Jos mittauspisteet asettuvat likimain peräkkäin, mittauspistejoukkoon sovitetaan ***suora***.

Suoraviivainen eli ***lineaarinen*** malli on fysiikan yksinkertaisin graafinen malli. Fysikaalinen kulmakerroin ilmaisee mitattujen suureiden välisen ***riippuvuuden***. Suoran fysikaalinen kulmakerroin määritetään valitsemalla suoralta ***kaksi*** pistettä. Fysikaalista kulmakerrointa laskettaessa suureen muutos lasketaan aina vähentämällä suureen ***loppuarvosta*** alkuarvo.

7-2.

Oikein/väärin -väittämät

1. V, m -koordinaatistossa massa m on pystyakselilla. ***Kyllä//Ei***
2. Fysikaalinen kulmakerroin ilmaisee mitattujen suureiden välisen riippuvuuden. ***Kyllä//Ei***
3. Fysikaalisen kulmakertoimen määrittämiseen tarvitaan useampi mittapiste. ***Kyllä//Ei***
4. V, m -koordinaatistossa suoran fysikaalinen kulmakerroin kuvaa aineen tiheyttä. ***Kyllä//Ei***
5. Aineen tilavuuden ja massan suhdetta kutsutaan tiheydeksi. ***Kyllä//Ei***
Palaute: Aineen massan ja tilavuuden suhdetta kutsutaan tiheydeksi.
6. Aineen tiheys lasketaan jakamalla aineen massa sen tilavuudella. ***Kyllä//Ei***
7. Akvaariossa ilmakuplat nousevat kohti veden pintaa, koska ilman tiheys on pienempi kuin veden. ***Kyllä//Ei***
8. Kun astiaan asetettiin toisiinsa liukenemattomia nesteitä, ne asettuivat päällekkäin tiheysjärjestykseen siten, että tihein aine oli ylimpänä. ***Kyllä//Ei***
Palaute: Kun astiaan asetettiin toisiinsa liukenemattomia aineita, ne asettuivat päällekkäin tiheysjärjestykseen siten, että tihein aine oli alimmaisena.
9. Veden tiheys on $1,0 \text{ kg/dm}^3$, joten 1 litran suuruisen vesimäärän massa on 100 g. ***Kyllä//Ei***
Palaute: Veden tiheys on $1,0 \text{ kg/dm}^3$, joten 1 litran suuruisen vesimäärän massa on 1 kg.

7-3.

Monivalintatehtävä

1. Newtonin II lain mukaan $F = ma$, jossa F on voima, m on massa ja a on kiihtyvyys. Voiman ja kiihtyvyyden välinen suhde on siis
 - tiheys
 - nopeus
 - **massa**
 - kiihtyvyys.
2. Kauppias myy perunoita mallilla €/kg. Tämä kerroin ilmaisee
 - perunoiden kappalehinnan
 - **perunoiden hinnan ja massan suhteen**
 - perunoiden tiheyden
 - perunoiden tilavuuden ja hinnan suhteen.
3. Erästä fysikaalista ilmiötä voidaan mallintaa suoran yhtälöllä $y = kx + b$. Vakio b ilmaisee suoran
 - kulmakertoimen
 - x -akselin leikkauspisteen
 - y :n pienimmän mahdollisen arvon
 - **y -akselin leikkauspisteen y -koordinaatin.**

Luku 7: Linearisessa mallissa suureiden riippuvuutta kuvataan suoralla

4. Mittauksessa todettiin, että mittapisteen eivät asetu suoralle. Tämä tarkoittaa sitä, että
- mittauksessa on tehty virhe
 - mittausta on suunniteltu huolimattomasti
 - suureiden välinen riippuvuus ei ole vakio
 - **mittaus on suunniteltu huolimattomasti, mittauksessa on tehty virhe tai suureiden välinen riippuvuus ei ole lineaarinen.**

7-4.

Yhdistä.

V, m -koordinaatisto
 graafinen tasoitus
 fysikaalinen kulmakerroin
 suureen muutos
 t, V -koordinaatisto
 suoraviivainen
 tiheys
 tiheyden tunnus

vaaka-akselilla V
 pienentää satunnaisten mittaustulosten vaikutusta
 mitattujen suureiden välinen riippuvuus
 loppuarvo miinus alkuarvo
 tilavuus V ajan t funktiona
 lineaarinen
 massan ja tilavuuden suhde
 ρ (rho)

7-5.

- a) Aineen C tiheys on suurin ja aineen A pienin.

- b) Aineen A tiheys on $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{60 \text{ g}}{60 \text{ cm}^3} = 1,0 \text{ g/cm}^3$. Aine A on todennäköisesti vettä.

Aineen B tiheys on $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{120 \text{ g}}{70 \text{ cm}^3} \approx 1,7 \text{ g/cm}^3$. Aine B on todennäköisesti magnesiumia tai tiiltä.

Aineen c tiheys on $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{140 \text{ g}}{70 \text{ cm}^3} = 2,0 \text{ g/cm}^3$. Aine C on todennäköisesti rikkiä tai betonia.

7-6.

- a) Kiven tiheys on $\rho = \frac{m}{V} = \frac{150 \text{ g}}{48 \text{ cm}^3} \approx 3,1 \text{ g/cm}^3$.

- b) Muutetaan tiheyden yksiköksi kg/m^3 .

$$\rho = 3,1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 3,1 \cdot \frac{\frac{1}{1000} \text{ kg}}{\frac{1}{1000000} \text{ m}^3} = 3,1 \cdot \frac{1}{1000} \cdot \frac{1000000}{1} \text{ kg/m}^3 = 3100 \text{ kg/m}^3.$$

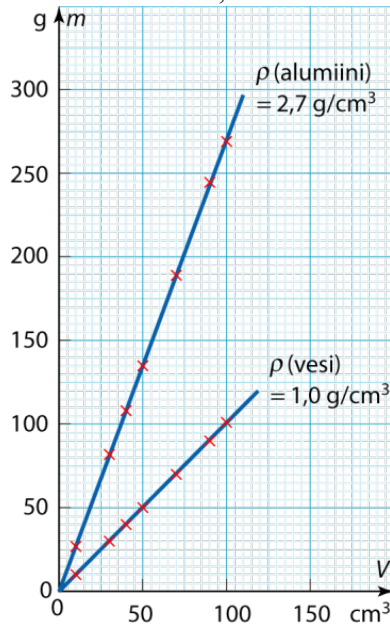
7-7.

Luokkahuoneen tilavuus on $V = 8,5 \text{ m} \times 6,5 \text{ m} \times 2,9 \text{ m} = 160,225 \text{ m}^3$. Tiheyden $\rho = \frac{m}{V}$ yhtälöstä ilman massaksi saadaan $m = \rho V = 1,293 \text{ kg/m}^3 \cdot 160,225 \text{ m}^3 \approx 210 \text{ kg}$.

Luku 7: Linearisissa mallissa suureiden riippuvuutta kuvataan suoralla

7-8.

- a) Mittaustulokset V, m -koordinaatistossa.



Kuva: Pekka Könönen

- b) Tiheydet saadaan fysikaalisina kulmakertoimina:

Alumiini:

$$\rho_{Al} = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{270 \text{ g} - 0 \text{ g}}{100 \text{ cm}^3 - 0 \text{ cm}^3} = \frac{270 \text{ g}}{100 \text{ cm}^3} = 2,7 \text{ g/cm}^3$$

Vesi:

$$\rho_{Al} = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{100 \text{ g} - 0 \text{ g}}{100 \text{ cm}^3 - 0 \text{ cm}^3} = \frac{100 \text{ g}}{100 \text{ cm}^3} = 1,0 \text{ g/cm}^3$$

- c) Alumiinin tiheys:

$$2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2,7 \cdot \frac{\frac{1}{1000} \text{ kg}}{\frac{1}{1000000} \text{ m}^3} = 2,7 \cdot \frac{1}{1000} \cdot \frac{1000000}{1} \text{ kg/m}^3 = 2700 \text{ kg/m}^3$$

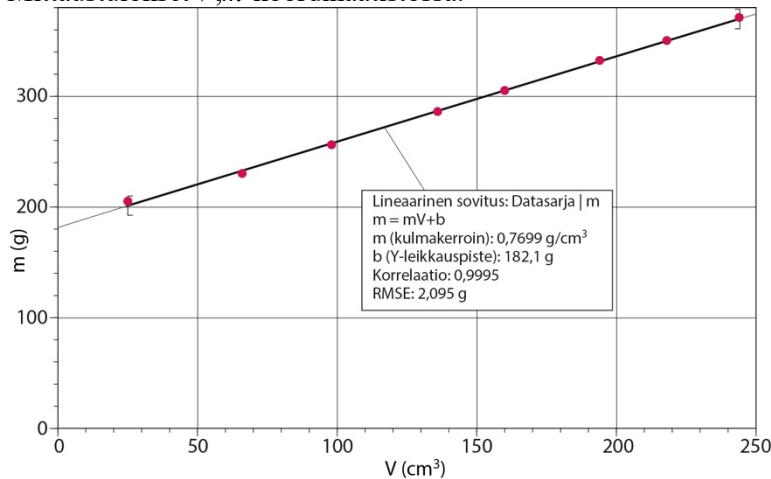
Veden tiheys:

$$1,0 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Luku 7: Linearisessa mallissa suureiden riippuvuutta kuvataan suoralla

7-9.

a) Mittaustulokset V, m -koordinaatistossa.



Kuva: Pertti Heikkilä (Graafinen Expertti Heikkilä)

b) Asetonin tiheys on 0,77 g/cm³.

c) Kun kuvaaja ekstrapoloidaan massa-akselille, saadaan tyhjän mittalasin massaksi 180 g.

7-10.

a) Puhtaan kullan tiheys on 19,3 g/cm³ ja 18 karaatin kullan tiheys 17,3 g/cm³. Sannan mittaaman korun tiheys on välillä 17,1 g/cm³ ... 18,7 g/cm³. Koru ei ole puhdasta kultaa. Koska 18 karaatin kullan tiheys 17,3 g/cm³ on mittausrajojen sisällä, koru voi olla 18 karaatin kultaa.

b) Korun massan saa määritettyä vaa'alla. Tilavuuden voi selvittää upottamalla koru mittalasisissa olevaan nesteeseen tai ylivuotoastian avulla. Tiheys lasketaan jakamalla massa tilavuudella.

7-11.

a) Kappaleen tiheys on

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Ah} = \frac{1401 \text{ g}}{\pi \cdot (2,2 \text{ cm})^2 \cdot 11,8 \text{ cm}} = 7,80838 \text{ g/cm}^3 \approx 7800 \text{ kg/m}^3.$$

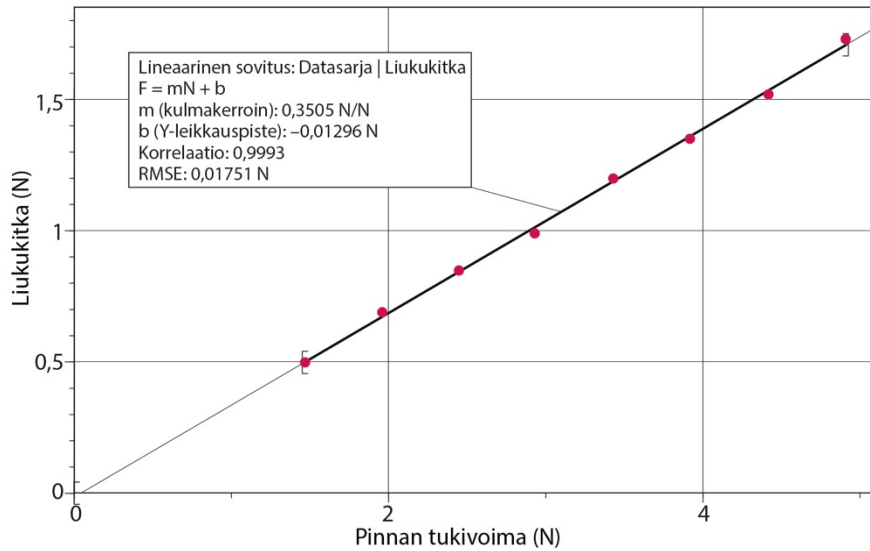
b) Halkaisija 4,4 cm on annettu kahden merkitsevän numeron tarkkuudella; se on epätarkin lähtöarvo. Kerto- ja jakolaskussa lopputulokseen otetaan yhtä monta merkitsevää numeroa kuin on epätarkimmassa lähtöarvossa. Siksi vastauksessa on kaksi merkitsevää numeroa eli 7800 kg/m³.

c) Kappale on todennäköisesti terästä.

Luku 7: Lineaarisessa mallissa suureiden riippuvuutta kuvataan suoralla

7-12.

- a) Mittaustulokset koordinaatistossa.

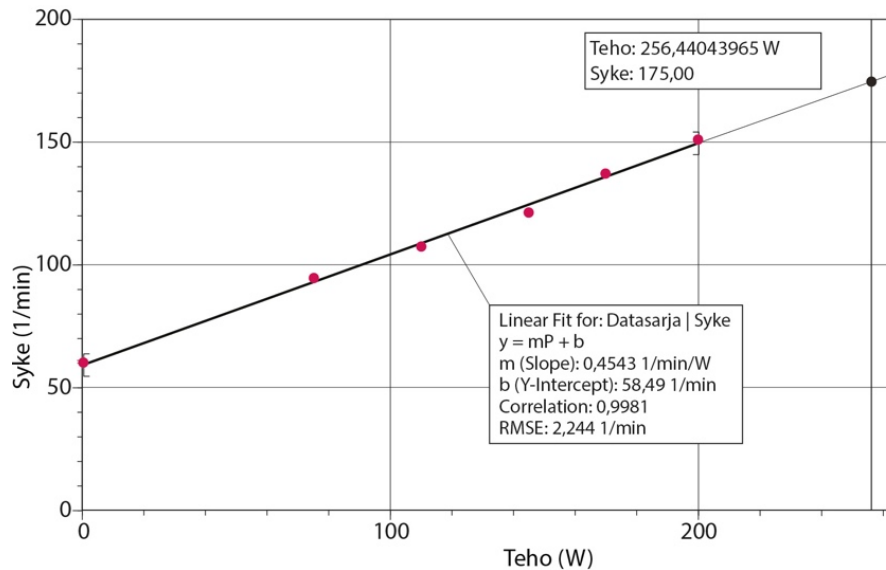


Kuva: Pertti Heikkilä (Graafinen Expertti Heikkilä)

- b) Suoran fysikaalinen kulmakerroin kertoo kitkakertoimen arvon. Kitkakerroin on 0,35.

7-13.

- a) Siirretään mittaustulokset mittausohjelmaan. Kun esitetään graafisesti syke tehon funktiona, pisteet asettuvat likimain samalle suoralle.



Kuva: Pertti Heikkilä (Graafinen Expertti Heikkilä)

- b) Kun kuvaajaa ekstrapoloidaan kohtaan, jossa syke on 175 lyöntiä/min, saadaan tehoksi 256,440 W » 260 W.
- c) Kulutettu energia on $E = P\Delta t$. Koska suunnistaja polki viidellä eri teholla, hänen kokonaisenergiankulutus on
- $$E = P_1\Delta t + P_2\Delta t + P_3\Delta t + P_4\Delta t + P_5\Delta t = (P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5)\Delta t$$
- $$= (75 \text{ W} + 110 \text{ W} + 145 \text{ W} + 170 \text{ W} + 200 \text{ W}) \cdot 180 \text{ s} = 126 \text{ kJ} \approx 130 \text{ kJ}.$$

Luku 7: Linearisessa mallissa suureiden riippuvuutta kuvataan suoralla

7-14.

Alla on esimerkkiraportti videolla näkyvästä mittauksesta.

Mittausraportti

Työn tarkoitus: Tehtävänä on selvittää nesteen tiheys tilavuuden ja massan avulla.

Välineistö: Vaaka, mittalasi ja nestettä.

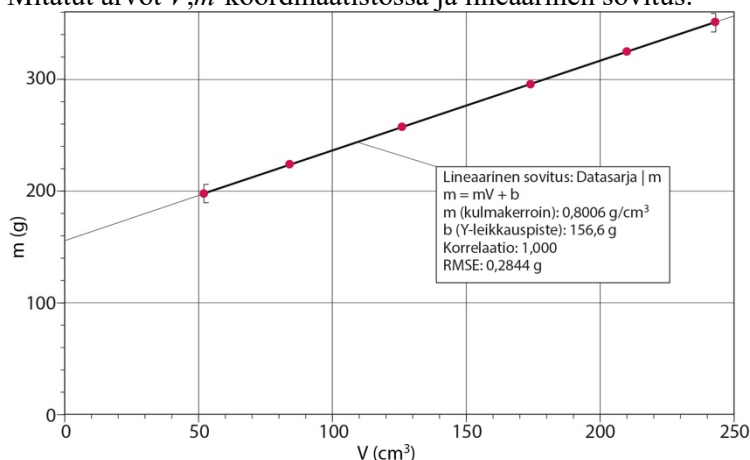
Mittaussuunnitelma: Tyhjä mittalasi asetetaan vaa'an päälle ja vaaka taarataan. Kaadetaan nestettä mittalasiin. Kirjataan massa ja tilavuus taulukkoon. Lisätään mittalasiin nestettä ja kirjataan nesteen tilavuus ja massa. Toistetaan lisäys ja kirjaus vielä neljä kertaa.

Mittaustulokset:

Videon mittaustulokset taulukoituna:

Tilavuus (cm ³)	Massa (g)
52	197,9
84	224,2
126	257,5
174	295,6
210	324,8
243	351,1

Mitatut arvot V, m -koordinaatistossa ja lineaarinen sovitus.



Kuva: Pertti Heikkilä (Graafinen Expertti Heikkilä)

Mittausohjelmasta saadaan sovitetun suoran fysikaaliseksi kulmakertoimeksi 0,8006 g/cm³.

Työn tulos: Mittausten mukaan nesteen massan ja tilavuuden suhde, eli tiheys, on 0,80 g/cm³.

Luku 7: Linearisessa mallissa suureiden riippuvuutta kuvataan suoralla

7-15.

Alla on esimerkki tehdystä mittauksesta ja mittausraportista.

Mittausraportti

Työn tarkoitus: Tehtävänä on selvittää kaurahiutaleiden tiheys ρ tilavuuden V ja massan m avulla.

Välineistö: Kaurahiutaleita, vaaka, desilitran mitta ja astia kaurahiutaleille.

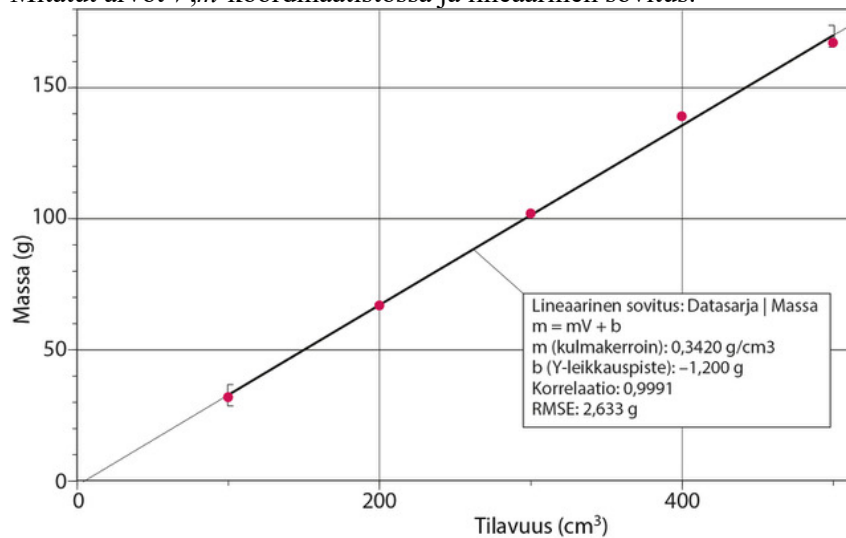
Mittaussuunnitelma: Tyhjä astia asetetaan vaa'an päälle ja vaaka taarataan. Mitataan astiaan 1 dl (100 cm^3) kaurahiutaleita. Kirjataan massa ja tilavuus taulukkoon. Lisätään astiaan 1 dl kaurahiutaleita ja kirjataan hiutaleiden yhteinen tilavuus ja massa. Toistetaan lisäys ja kirjaus vielä kolme kertaa.

Mittaustulokset:

Mittaustulokset taulukoituna.

Kaurahiutale	
Tilavuus (cm^3)	Massa (g)
100	32
200	67
300	102
400	139
500	167

Mitatut arvot V, m -koordinaatistossa ja lineaarinen sovitus.



Kuva: Pertti Heikkilä (Graafinen Expertti Heikkilä)

Mittausohjelmasta saadaan sovitetun suoran fysikaaliseksi kulmakertoimeksi $0,3420 \text{ g/cm}^3$.

Työn tulos: Mittausten mukaan kaurahiutaleiden massan ja tilavuuden suhde, eli tiheys ρ , on $0,34 \text{ g/cm}^3$.

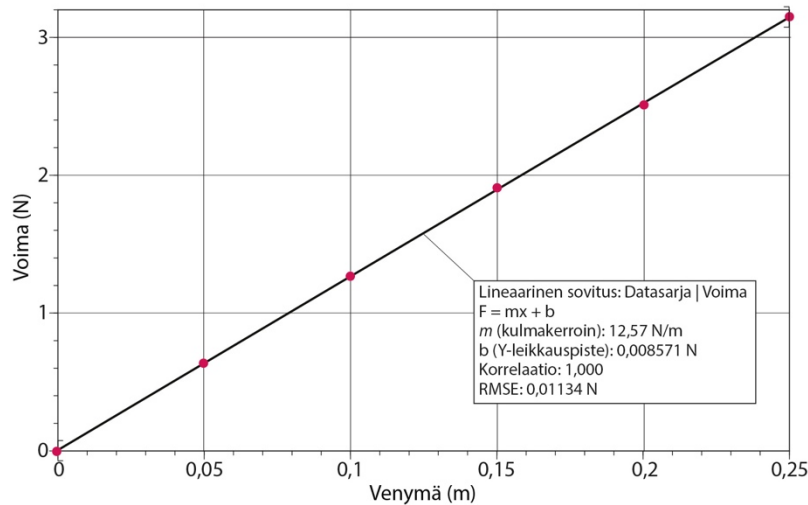
Luku 7: Lineaarisessa mallissa suureiden riippuvuutta kuvataan suoralla

7-16.

Videolla näkyvän mittauksen tulokset taulukoituna.

Venymä (m)	Voima (N)
0,00	0,00
0,05	0,64
0,10	1,27
0,15	1,91
0,20	2,51
0,25	3,15

Videolla näkyvän mittauksen tulokset x, F -koordinaatistossa, missä x on jousen venymä.



Kuva: Pertti Heikkilä (Graafinen Expertti Heikkilä)

Jousen venymän ja käytetyn voiman riippuvuus on lineaarinen. Tarvittavan voiman suuruus $F = kx$, missä x on jousen venymä.

Kuvaajan fysikaalinen kulmakerroin k tunnetaan jousivakiona ja se saa videolla näkyvässä mittauksessa arvon 13 N/m.