

3. Polttoaineen kulutus 12 p.

Suomen Ilmavoimilla on ollut käytössään Hawk-harjoitushävittäjiä yli 40 vuoden ajan. Tässä tehtävässä mallinnetaan polttoaineen kulutusta, kun Hawk lentää normaalissa lentokorkeudessa 0,7-kertaisella äänen nopeudella.

1. Yksinkertaisessa mallissa polttoainetta arvioidaan kuluvan 8 litraa minuutissa. Kuinka kauan 760 litralla polttoainetta pystyy lentämään? (3 p.)
2. Todellisuudessa polttoaineen kulutus vähenee, kun lentokone kevenee. Paremmassa mallissa polttoaineen kulutusta mallinnetaan laskevan suoran avulla. Kulutus on 8,5 litraa minuutissa ajanhetkellä $t = 0$, ja 40 minuutin kuluttua 7,7 litraa minuutissa. Muodosta lauseke $f(t)$, joka kuvaa polttoaineen kulutusta ajan funktiona tässä mallissa. (6 p.)
3. Ratkaise yhtälö $f(t) = 8$ ja tulkitse vastaus sanallisesti. (3 p.)

6. Lahjavero 12 p.

Aineisto

6.A Taulukko: Lahjaveron määrä

Lahjaveroa on maksettava, kun omaisuus siirtyy toiselle henkilölle lahjana ja lahjan arvo on 5 000 euroa tai enemmän. Lahjavero määräytyy taulukossa 6.A esitetyn mukaisesti. Tarkastellaan tilanteita, joissa annetaan vain yksi lahja.

1. Mikä on 80 000 euron lahjan veron määrä? Kuinka monta prosenttia tästä lahjasta maksetaan veroa? (6 p.)
2. Kuinka suuresta lahjasta maksetaan 4 000 euroa lahjaveroa? (6 p.)

6.A Taulukko: Lahjaveron määrä

Lahjan arvo (euroa)	Vero alarajan kohdalla (euroa)	Veroprosentti ylimenevästä osasta
5 000–25 000	100	8 %
25 000–55 000	1 700	10 %
55 000–200 000	4 700	12 %
200 000–1 000 000	22 100	15 %
1 000 000–	142 100	17 %

Lähde: Verohallinto. www.vero.fi. Viitattu: 8.1.2022.

13. Funktioiden kuvaajat 12 p.

Tutkitaan funktioiden

$$f(x) = 7x^4 - 8x^3 - 7x^2 + 8x - 1$$

$$g(x) = -4x^3 + 2x^2 + 6x + 1$$

$$h(x) = \sqrt{4x + 2} - 1$$

$$p(x) = |x - 3|$$

kuvaajia. Voit vastata kysymyksiin 2-5 kuvaajien perusteella, mutta esitä myös lausekkeeseen perustuva perustelu sille, että ehto todella toteutuu.

Esimerkki: Mikä kuvaajista kulkee pisteen $(0, 1)$ kautta?

Vastaus: Kyseessä on funktion g kuvaaja, sillä muuttujan arvolla $x = 0$ on

$$g(0) = -4 \cdot 0^3 + 2 \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 + 1 = 1.$$

1. Piirrä funktioiden kuvaajat koordinaatistoon. Valitse akselien mittakaavat sopiviksi. (2 p.)
 2. Mikä kuvaajista leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 3)$? (2 p.)
 3. Minkä funktion derivaatalla on nollakohta muuttujan arvolla $x \approx 0,4$? (2 p.)
 4. Mikä funktioista saa ainoastaan lukua 1 suurempia arvoja, kun $x > 1$? (3 p.)
 5. Mikä kuvaajista leikkaa x -akselin neljä kertaa? (3 p.)
-

6. Pääoman karttuminen 12 p.

Libanin säästötilillä on 2 200 euroa 31.12.2022. Tilin nettovuosikorko on 0,70 %. Shakirin säästötilillä on 2 000 euroa 31.12.2022. Hänen tilinsä nettovuosikorko on vuoden 2025 loppuun saakka 0,70 % ja sen jälkeen 1,26 %. Korko maksetaan vuosittain 31. joulukuuta.

1. Kuinka paljon Libanilla ja Shakirilla on rahaa tileillään 31.12.2025? Kuinka paljon enemmän korkotuottoa Liban on saanut kuin Shakir? (6 p.)
2. Liban ja Shakir eivät koske tileihinsä ennen kuin Shakirin pääoma on suurempi kuin Libanin pääoma. Minkä vuoden lopussa tämä tapahtuu? (6 p.)

7. Taloudellisempi auto 12 p.

Aineisto

7.A Taulukko: Autojen tiedot

Matti aikoo ostaa joko sähkö- tai polttomoottoriauton. Hän vertailee vaihtoehtoja taulukon 7.A arvioiden perusteella.

Matti tarvitsee auton koko hinnan suuruisen tasalyhennyslainan. Lainan vuosikorko on 2,4 % (jolloin kuukausikorko on 0,2 %) ja lyhennys 200 euroa kuukaudessa.

Laske autojen arvot ja jäljellä olevien lainojen määrät viiden vuoden kuluttua. Laske myös autojen käyttökustannukset ja lainojen korkokustannukset viiden vuoden aikana. Kumpi vaihtoehto olisi ollut viiden vuoden käytön jälkeen taloudellisempi valinta? Tehtävässä ei tarvitse ottaa huomioon rahan arvon muutosta, eli inflaatiota tai deflaatiota.

7.A Taulukko: Autojen tiedot

Sähköauto:

- Hinta 25 000 euroa
- Sähkö 30 euroa kuukaudessa
- Muut kulut 800 euroa vuodessa
- Auton arvo alenee 8 % vuodessa

Polttomoottoriauto:

- Hinta 12 000 euroa
- Polttoaine 150 euroa kuukaudessa
- Muut kulut 1 200 euroa vuodessa
- Auton arvo alenee 12 % vuodessa

Muita kuluja ovat esimerkiksi vakuutus, vero, katsastus ja huolto.

4. Epidemia 12 p.

1. Terveystenhoitajan tehtävänä on erään oppilaitoksen opiskelijoiden rokottaminen. Oman arvionsa mukaan häneltä kuluisi siihen kuusi tuntia, mutta rokottamisen nopeuttamiseksi hän ottaa mukaan harjoittelijan, joka pystyisi rokottamaan kaikki opiskelijat kahdeksassa tunnissa. Kuinka kauan kaikkien opiskelijoiden rokottamiseen kuluu aikaa, kun molemmat rokottajat työskentelevät yhtä aikaa omissa rokotuspisteissään? (6 p.)
2. Toimittaja arvioi epidemian hiipumista saatuaan tiedon, että tartunnat vähenevät 2,5 % joka viikko. Helmikuun alussa tartuntoja on 920. Maaliskuun alkuun mennessä hän arvioi tartuntojen vähenevän 92:lla. Hän päätyy tähän arvioon seuraavalla laskutoimituksella:

$$4 \cdot 0,025 \cdot 920 = 92.$$

Laskelmansa perusteella toimittaja päättelee, että maaliskuun alussa tartuntoja on $920 - 92 = 828$. Mikä toimittajan tekemässä pikaisessa laskussa meni väärin? Korjaa päättely ja anna oikea arvio tartuntojen lukumäärästä maaliskuun alussa kokonaislukuna. (6 p.)

6. Esteratsastus 12 p.

Esteratsastus on kehittynyt hevosten suorituskyvyn parantuessa, ja hevosten suoriutumista on myös tutkittu kokeellisesti. On selvinnyt, että parhaimman ponnistuskohdan ja esteen välinen etäisyys d saadaan kertomalla esteen korkeus h luvulla 1,3 ja lisäämällä tulokseen 20 cm.

1. Mikä on etäisyys d , kun esteen korkeus on 140 cm? (3 p.)
2. Kuinka korkean esteen hevonen ja ratsastaja yrittävät ylittää, jos hevosen ponnistuskohdan etäisyys esteeseen on 215 cm? (3 p.)
3. Määritä etäisyyden d lauseke esteen korkeuden h funktiona. (3 p.)
4. Määritä esteen korkeuden h lauseke etäisyyden d funktiona. (3 p.)

