

# 3

## Diskreetin muuttujan tilasto

Aineistoa on usein hyödyllistä jollakin tavoin **järjestää** eli **lajitella**.

Pohjoismaat ja niiden asukasluvut  
maan mukaan aakkosjärjestyksessä

| Maa     | Asukasluku<br>(miljoonaa) |
|---------|---------------------------|
| Islanti | 0,364                     |
| Norja   | 5,37                      |
| Ruotsi  | 10,3                      |
| Suomi   | 5,53                      |
| Tanska  | 5,82                      |



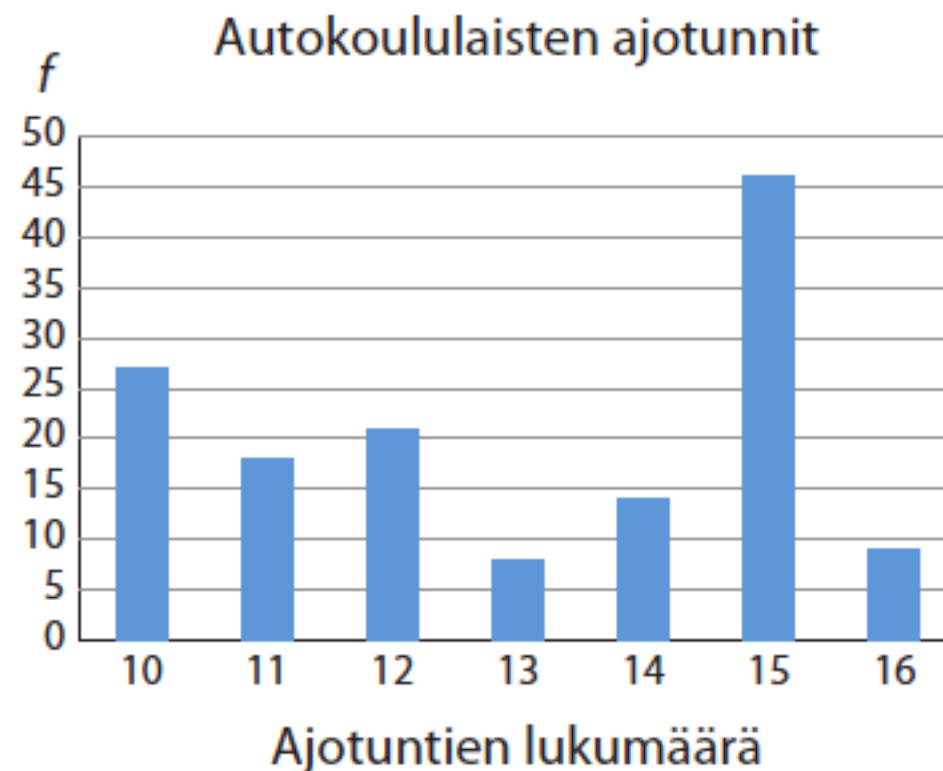
Pohjoismaat asukasluvun mukaan  
laskevassa järjestyksessä

| Maa     | Asukasluku<br>(miljoonaa) |
|---------|---------------------------|
| Ruotsi  | 10,3                      |
| Tanska  | 5,82                      |
| Suomi   | 5,53                      |
| Norja   | 5,37                      |
| Islanti | 0,364                     |

# Tilastokuvaajan piirtäminen

Frekvenssijakaumaa voidaan havainnollistaa erilaisten tilastokuvaajien eli diagrammien avulla.

| Ajotuntien lukumäärä | $f$ |
|----------------------|-----|
| 10                   | 27  |
| 11                   | 18  |
| 12                   | 21  |
| 13                   | 8   |
| 14                   | 14  |
| 15                   | 46  |
| 16                   | 9   |

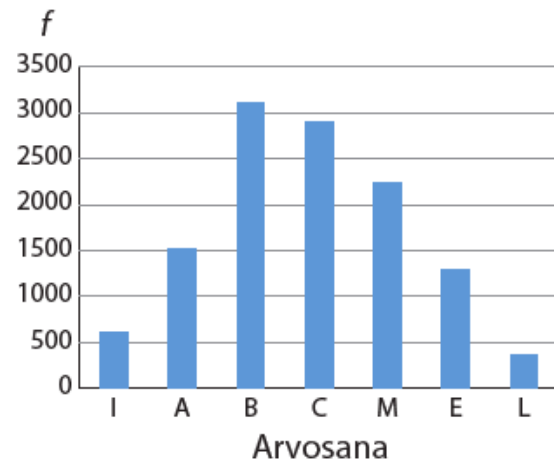


Tilastokuvaajat voidaan piirtää esimerkiksi taulukkolaskentaohjelmalla.

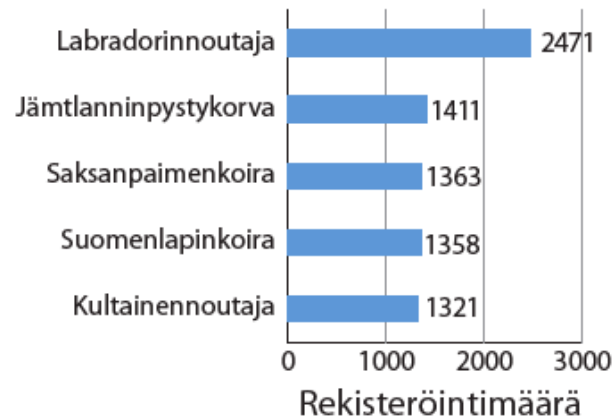
Taulukkolaskentaohjelmissa tilastokuvaajia kutsutaan usein kaavioiksi.

## Pylväskaavio

Lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen  
arvosanjakauma keväällä 2021

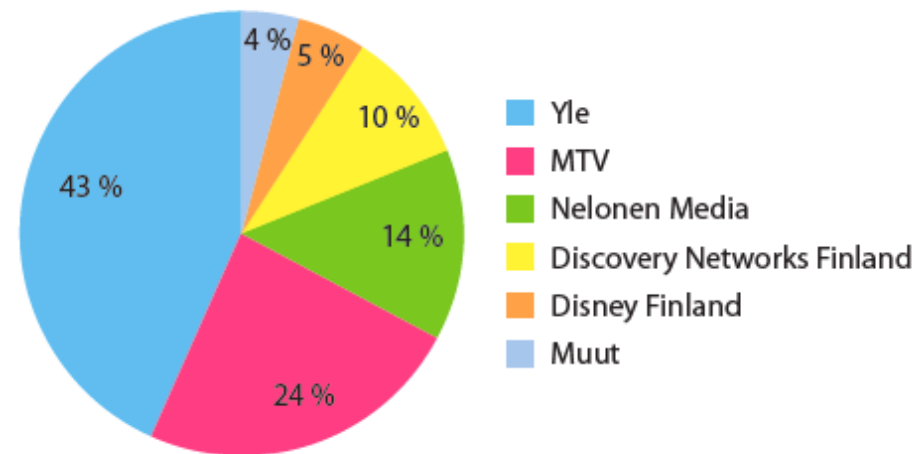


Viisi suosituinta koirarotua  
Suomessa 2020



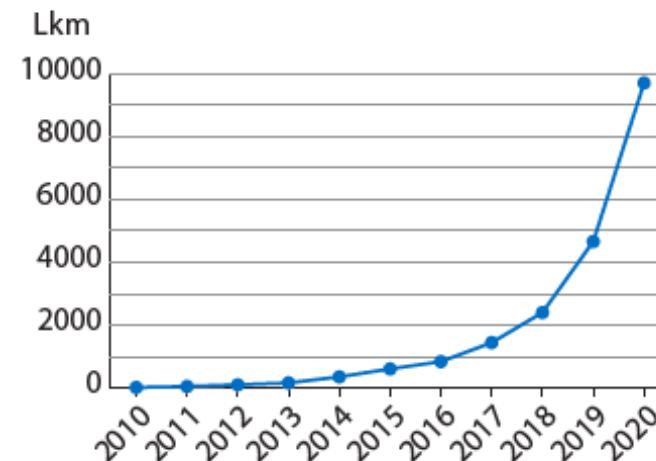
## Ympyräkaavio eli sektoridiagrammi

TV-kanavien katseluosuudet vuonna 2020



## Viivakaavio

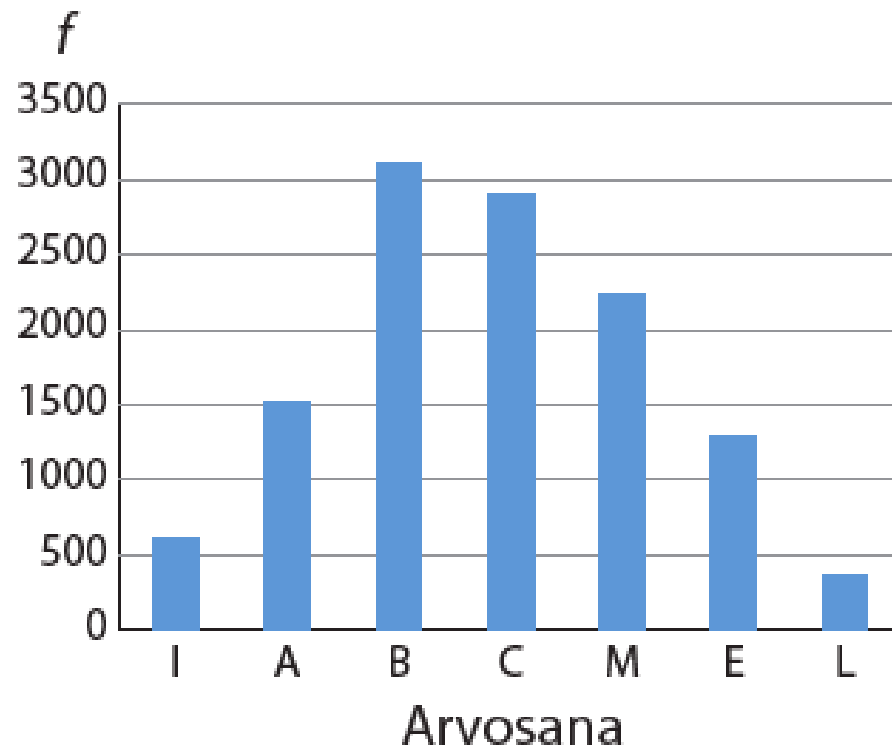
Liikennekäytössä olevat  
täyssähköautot Suomessa vuosittain



# Pylväskaavio

- Pylväskaaviolla havainnollistetaan diskreetin muuttujan arvojen frekvenssejä.

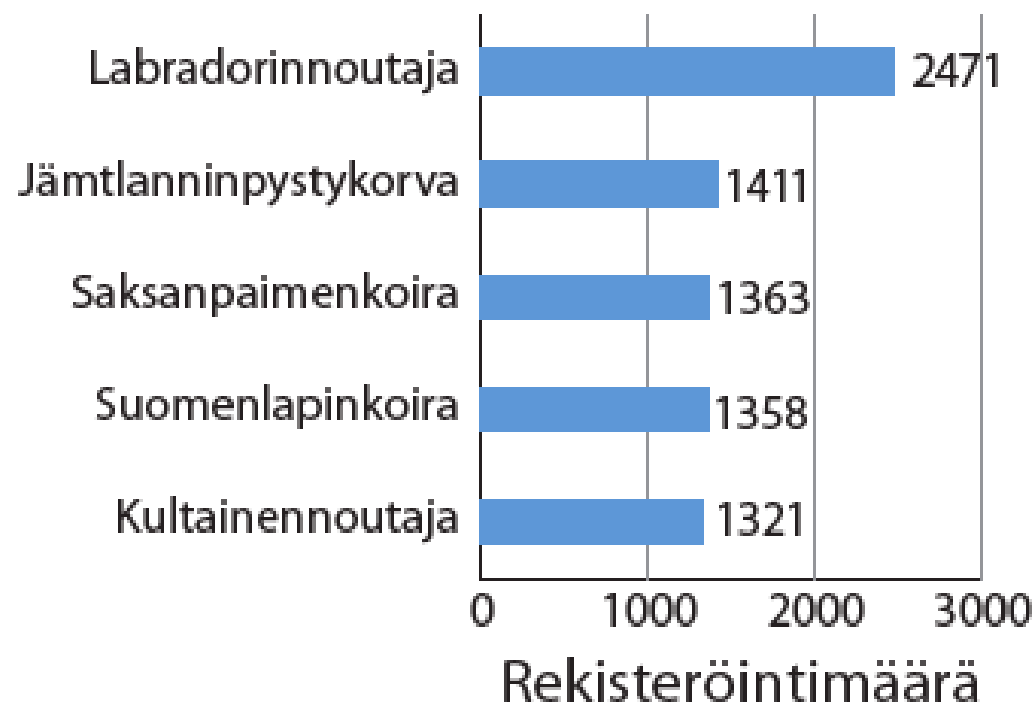
Lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen  
arvosanajakauma keväällä 2021



Pystypylväät korostavat arvoissa  
esiintyvää suuruusjärjestystä.

Vaakapylväitä eli **palkkikaaviota** käytetään yleensä silloin, kun muuttujan arvoilla ei ole luontevaa suuruusjärjestystä.

### Viisi suosituinta koirarotua Suomessa 2020

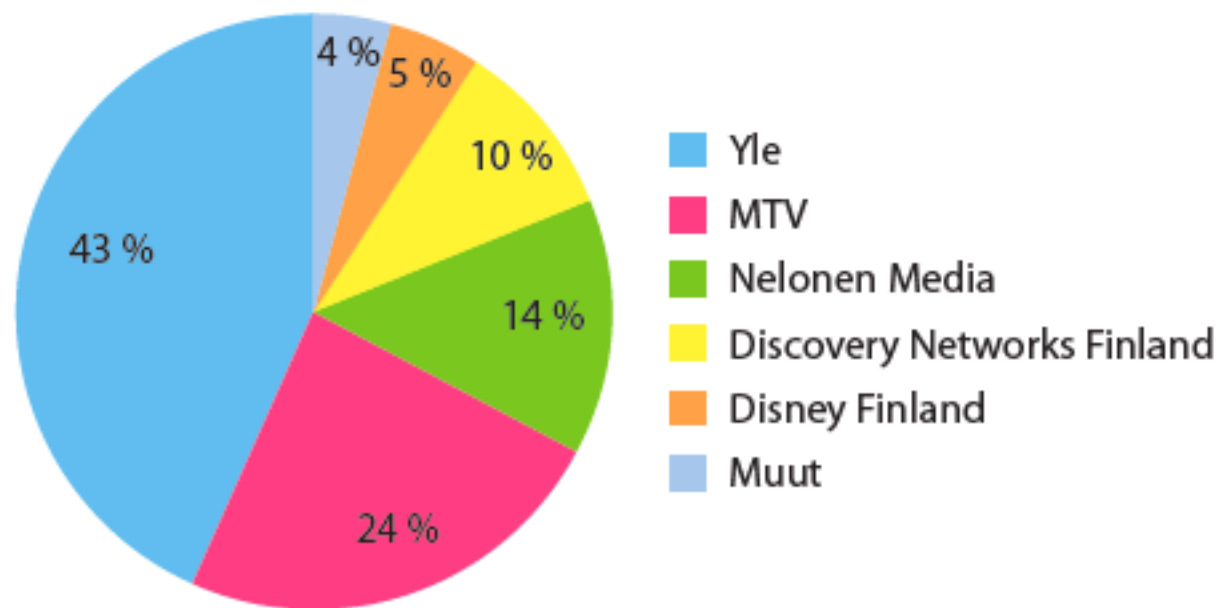


← Pylvään korkeus tai pituus ilmaisee frekvenssin.

## Ympyräkaavio eli sektoridiagrammi

- Ympyräkaaviolla eli sektoridiagrammilla havainnollistetaan suhteellisia frekvenssejä eli prosenttiosuuksia.

TV-kanavien katseluosuudet vuonna 2020



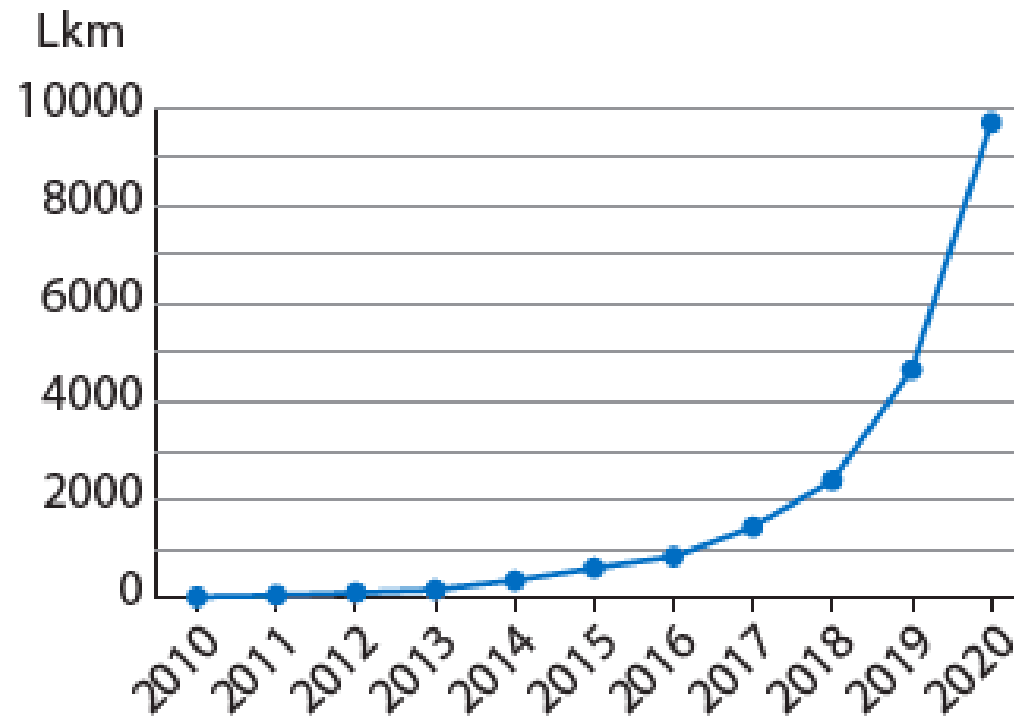
Ympyräkaavio korostaa kokonaisuuden jakaantumista eri ryhmiin.

Sektorin keskuskulma määräytyy suhteellisen frekvenssin mukaan.

## Viivakaavio

- Viivakaaviota käytetään ennen kaikkea ajan mukana muuttuvien suureiden havainnollistamiseen.

Liikennekäytössä olevat  
täyssähköautot Suomessa vuosittain



## B Esimerkki 1



Suomessa pesii arviolta tuhat harmaahaikaraparia. Eräällä alueella tavattiin poikkeuksellisen suuri harmaahaikarayhdyskunta. Ladattavassa taulukossa on tieto munien lukumäärästä eri pesissä.

- a) Kuinka monta havaintoa aineistossa on?
- b) Lajittele aineisto munien lukumäärän mukaisesti nousevaan järjestykseen. Laadi tiedoista frekvenssitaulukko.
- c) Kuinka monessa pesässä on alle 4 munaa?
- d) Kuinka monessa prosentissa pesiä on vähintään 5 munaa?



Tarkastellaan aineistoa taulukkolaskentaohjelmassa.

- a) Tilastossa on 70 riviä tietoa eli tieto munien määrästä 70 pesässä. Aineiston koko on siis 70 havaintoa.
- b) Hyödynnetään ohjelman lajittelutoimintoa. Lajittelun jälkeen nähdään, että aineistossa esiintyy arvoja 2, 3, 4, 5 ja 6. Pesissä oli siis 2–6 munaa.

Lasketaan kunkin arvon esiintymiskertojen lukumäärä eli frekvenssi. Kootaan tieto taulukkoon.

| Munien lukumäärä | Pesien lukumäärä |
|------------------|------------------|
| 2                | 4                |
| 3                | 9                |
| 4                | 17               |
| 5                | 26               |
| 6                | 14               |

- c) Alle neljä munaa on pesissä, joissa on 2 tai 3 munaa. Frekvenssitaulukon perusteella näitä pesiä on yhteensä  $4 + 9 = 13$ .
- d) Vähintään viisi munaa on pesissä, joissa on 5 tai 6 munaa. Frekvenssitaulukon perusteella näitä pesiä on yhteensä  $26 + 14 = 40$ .

Lasketaan, kuinka monta prosenttia tämä määrä on pesien kokonaismäärästä eli luvusta 70.

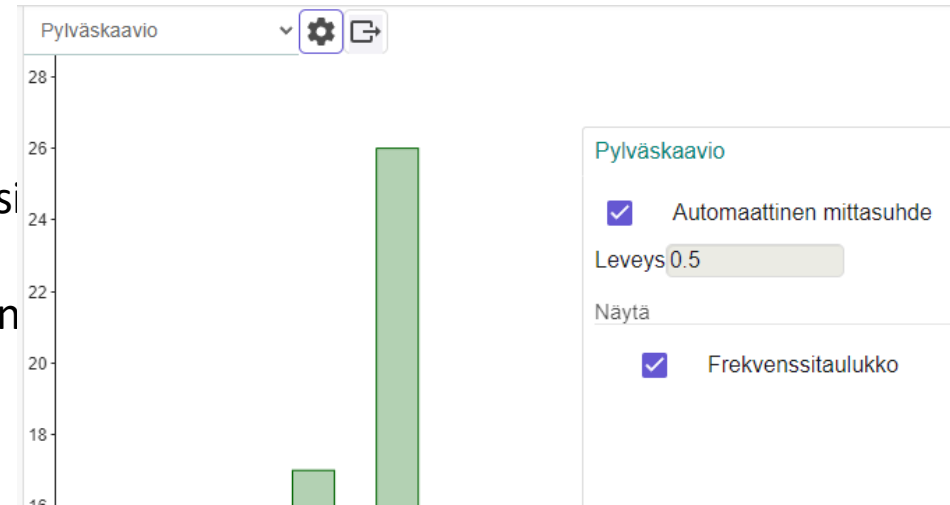
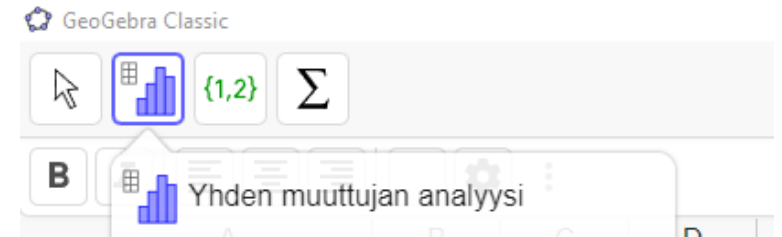
$$\frac{40}{70} = 0,571... \approx 57 \%$$

Niitä pesiä, joissa on vähintään viisi munaa, on 57 %.

Frekvenssitaulukon määrittäminen on geogebralla nopeampaa, mutta aineiston järjestäminen laskevaan tai nousevaan järjestykseen ei hoidu automaattisesti.

Geogebralla:

1. Maalaa aineistosta muuttujan arvot ja klikkaa "Yhden muuttujan analyysi" painiketta.
2. Valitse vasemmalta puolelta kaaviotyypiksi "pylväskaavio"
3. Klikkaa kaaviotyyppin vierestä asetukset painiketta ja valitse avautuvasta sivusta "frekvenssitaulukko"



**Tee tehtävät 3.1 ja 3.5**

Talviolympialaiset on järjestetty vuodesta 1924 alkaen, pääsääntöisesti neljän vuoden välein. Ohessa on kolme erilaista mitalitilastoa. *Lähde: statista.com*

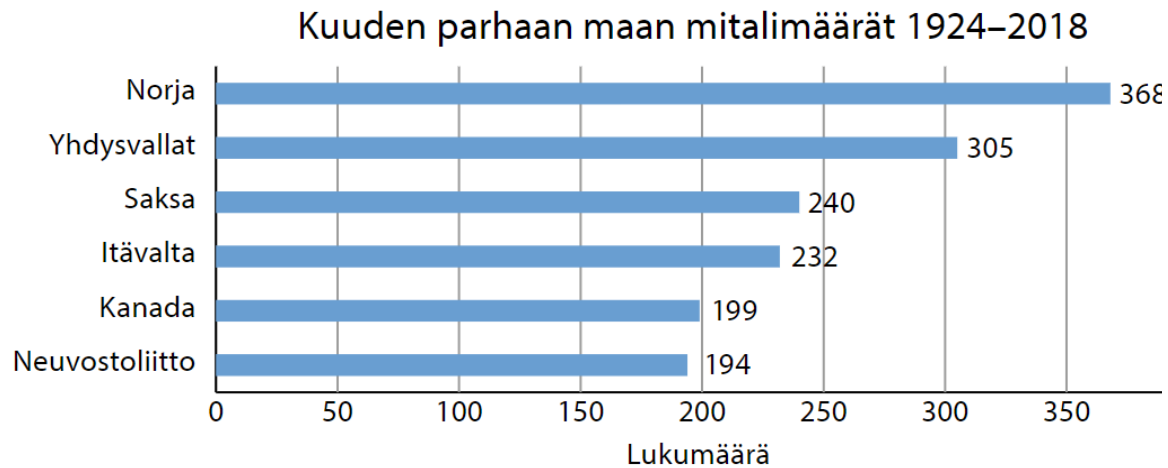
Havainnollista tilastoja sopivilla kuvaajilla. Perustele kuvaajan valinta.

- a) Kuuden parhaan maan mitalimäärät kautta aikain.
- b) Suomen saamat mitalit lajeittain.
- c) Suomen mitalimäärät vuosina 1924–2018.

Kurssisivulla libreofficeen mallivideot eri kuvaajatyypin piirtämiseen.

a) Havainnollistetaan kuuden parhaan maan mitalimääriä pylväs-kaaviolla.

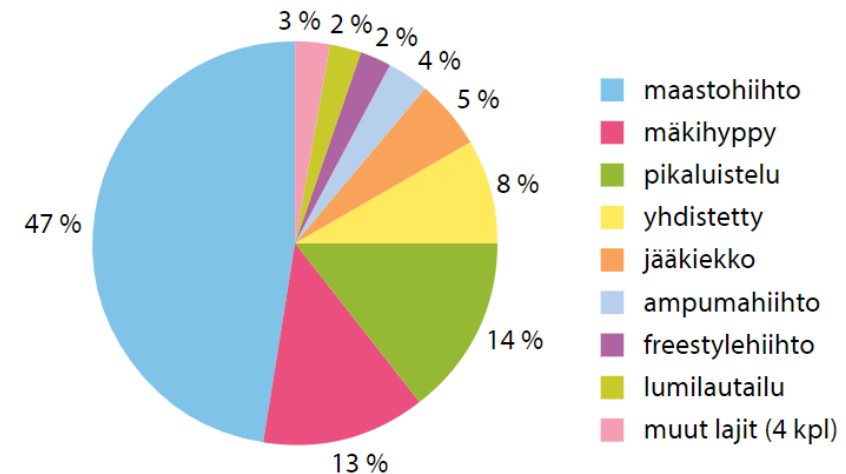
- Mailla ei ole luontevaa suuruus- tai arvojärjestystä, joten käytetään vaakapylväitä. Vaakapylvään etuna on myös se, että muuttujan arvot eli maiden nimet ovat helpommin luettavissa.
- Kuvioon voidaan lisätä frekvenssit eli kunkin maan mitalimäärät, jolloin lukija voi halutessaan vertailla lukumäärien tarkkoja arvoja.



b) Havainnollistetaan Suomen saamien mitalien jakautumista lajeittain ympyräkaaviolla.

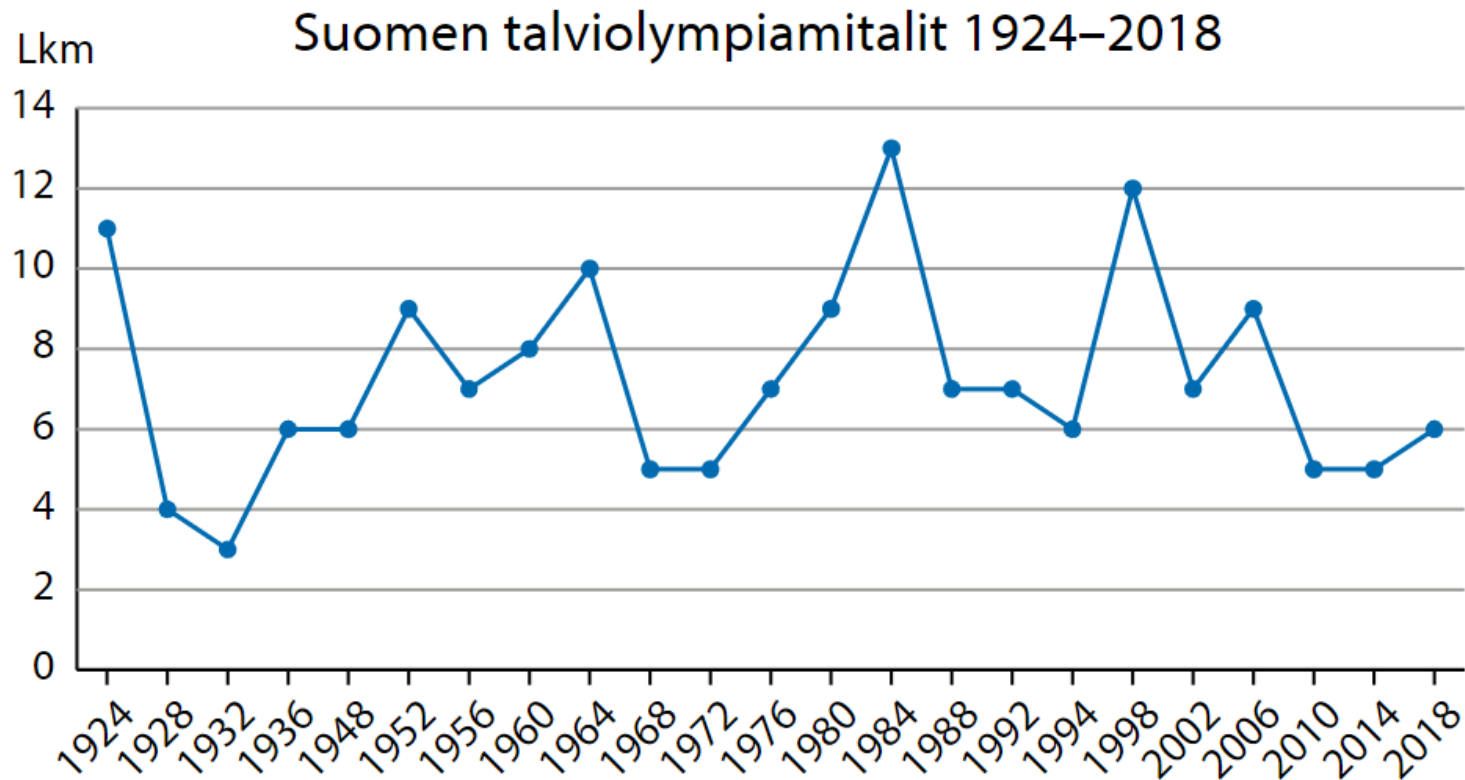
- Ympyräkaavio sopii havainnollistamaan kokonaisuuden, eli Suomen saamien mitalien, jakautumista eri lajien kesken.
- Kuvioon voidaan merkitä näkyviin kutakin lajia vastaava prosenttiosuus kaikista mitaleista.

Suomen voittamat mitalit lajeittain



c) Havainnollistetaan Suomen saamien olympiamitalien määrän kehitystä ajan kuluessa viivakaaviolla.

- Viivakaavio sopii erityisesti ajan mukana muuttuvan suureen havainnollistamiseen.
- Viivakaavio korostaa vaihtelua tai ajan mukana tapahtuvaa kehitystä.



**Tee tehtävät 3.2, 3.4 ja 3.7**

Ennen henkilöauton kuljettajatutkinnon ajokoetta on suoritettava vähintään 10 tuntia ajo-opetusta. Minimimäärän lisäksi voi autokoulusta ostaa ennen ajokoetta lisäajotunteja. Autokoulu tilastoi, kuinka monta ajotuntia asiakkaat ajoivat ennen ensimmäistä ajokoetta. Tulokset on esitetty laskentataulukossa.



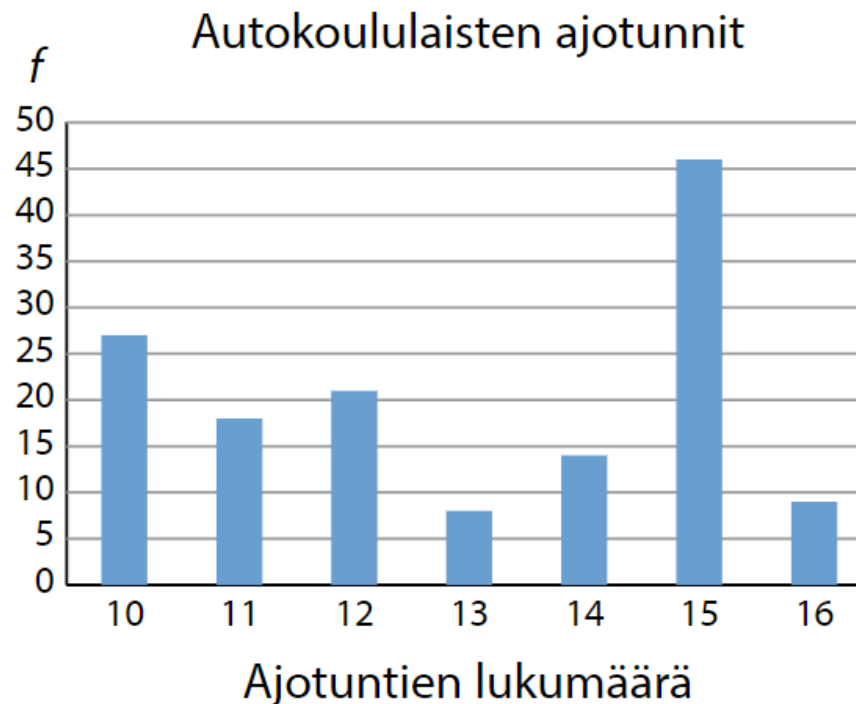
- a) Laadi ajotuntien lukumäärästä frekvenssijakauma ja havainnollista sitä sopivalla kuvaajalla.
- b) Kuinka monta prosenttia autokoululaisista ajoi 10 ajotuntia?
- c) Mikä oli ajotuntien moodi ja mitä se kertoo autokoululaisista?

## Ratkaisu

Tarkastellaan aineistoa taulukkolaskentaohjelmassa. Aineistossa esiintyy arvoja 10–16 eli autokoululaiset ajoivat 10–16 ajotuntia ennen ensimmäistä ajokoetta. Aineistossa on yhteensä 143 havaintoa eli tieto 143 autokoululaisen ajotuntimäärästä.

- a) Määritetään kunkin arvon frekvenssi ja kootaan tieto taulukkoon. Piirretään frekvenssitaulukon perusteella pystypylväskuvaaja.

| Ajotuntien lukumäärä | $f$ |
|----------------------|-----|
| 10                   | 27  |
| 11                   | 18  |
| 12                   | 21  |
| 13                   | 8   |
| 14                   | 14  |
| 15                   | 46  |
| 16                   | 9   |



- b) Frekvenssitaulukon perusteella 10 ajotuntia ajoi 27 autokoululaista. Lasketaan, kuinka monta prosenttia tämä määrä on havaintojen kokonaismäärästä eli luvusta 143.

$$\frac{27}{143} = 0,188... \approx 19 \%$$

Niitä autokoululaisia, jotka ajoivat minimimäärän, on 19 %.

- c) Autokoululaisista 46 kappaletta ajoi 15 ajotuntia. Kaikkia muita tuntimääriä ajaneita on vähemmän, joten ajotunnin moodi on  $Mo = 15$ . Autokoululaiset ajoivat tyypillisesti 15 ajotuntia ennen ensimmäistä ajokoetta.

## Vastaus

b) 19 %

c)  $Mo = 15$  (ajotuntia)

**Tee tehtävät 3.3, 3.6, 3.8,  
3.12 ja 3.16**