MAB_PRELI_MFKA_K2023

Koe koostuu 13 tehtävästä, joista vastataan kymmeneen. Tehtävät on jaettu kolmeen osaan. A-osassa on neljä kaikille pakollista tehtävää. A-osan tehtävässä 4 voi valita vastaako joko tehtävään 4.1 tai 4.2, mutta molempiin ei voi vastata. B1-osassa on viisi tehtävää, joista vastataan kolmeen. B2-osassa on neljä tehtävää, joista vastataan kolmeen. Kaikki tehtävät arvostellaan pistein 0–12, joten kokeen maksimipistemäärä on 120.

A-osassa saat käyttää koejärjestelmässä olevaa taulukkokirjaa ja perusohjelmia. A-osa palautetaan tehtävän 4 jälkeen olevalla painikkeella. Tämän jälkeen A-osan vastauksia ei voi enää muokata. A-osan palauttamisen jälkeen kaikki koejärjestelmän ohjelmat ovat käytettävissäsi. Voit vastata B-osien tehtäviin myös ennen A-osan palauttamista.

Useimmissa tehtävissä kaikkien osatehtävien vastaukset kirjoitetaan samaan vastauskenttään. Jaottele vastauksesi osatehtävien mukaisesti. Halutessasi voit tuottaa vastausten tueksi piirroksia, kaavioita tai taulukoita ja liittää niistä kuvakaappauksen mihin tahansa tekstivastaukseen.

Älä jätä mitään merkintöjä sellaisen tehtävän vastaukselle varattuun tilaan, jota et halua jättää arvosteltavaksi

Sisällys

Osa 1: A-Osa
Vastaa neljään tehtävään.

1. Perusasioita 12 p.
2. Monivalintatehtävä 12 p.
3. Suora ja aritmeettinen lukujono 12 p.
4. Noppa tai laatikko Aineisto 12 p.

Osa 2: B1-osa
Vastaa kolmeen tehtävään.

5. Lääkelasku 12 p.
6. Pörssisähköä ja verotusta Aineisto 12 p.
7. Pyramidi 12 p.
8. Tuulivoimalat Suomessa Aineisto 12 p.
9. Laulujoutsen (Cygnus cygnus) 12 p.

Osa 3: B2-osa
Vastaa kolmeen tehtävään.

10. Asuntolaina 12 p.
11. Derivaatta 12 p.
12. Ilmakehä 12 p.
13. Leija Aineisto 12 p.

Koe yhteensä **120 p.**

Osa 1: A-Osa

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

Vastaa neljään tehtävään.

Vastaa 4 tehtävään.

1. Perusasioita **12 p.**

Laske tai ratkaise välivaiheet esittäen. Pelkkä vastaus antaa vain 1 p. / kohta.

1.1 Lausekkeen arvo **3 p.**

Laske
$\frac{7-5\cdot(-3)}{11}$

$$\frac{7+15}{11}=\frac{22}{11}=2$$

Vastauksen pituus: 0 merkkiä.

1.2 Funktion arvo **3 p.**

Olkoon $f\left(x\right)=x^2+3x$. Laske $f\left(5\right)$

$$f\left(5\right)=5^2+3\cdot 5=25+15=40$$

Vastauksen pituus: 0 merkkiä.

1.3 Ensimmäisen asteen yhtälö **3 p.**

Ratkaise yhtälö
$20x+2=4x+10$

$$20x-4x=10-2$$

$$16x=8$$

$$x=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$$

Vastauksen pituus: 0 merkkiä.

1.4 Toisen asteen yhtälö **3 p.**

Ratkaise yhtälö
$x^2-2x-15=0$

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

1.4 Kysymys

Ratkaisukaava:	$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Käytetään toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaa. Nyt:

$a = 1$

$b = -2$

$c = -15$

eli

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} = 1 \pm 4$$

eli

$x = 1 - 4 = -3$

tai

$x = 1 + 4 = 5$

Vastauksen pituus: 0 merkkiä.

2. Monivalintatehtävä **12 p.**

Valitse oikea vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

2.1 Yhtälön $x^2(x+3) = 0$ ratkaisu on
2 p.

- ( ) x=3
- ( ) x=0
- (•) x=0 ja x=-3
- ( ) x=-3

2.2 Suora $y = 5 - \frac{x}{2}$ leikkaa y-akselin pisteessä
2 p.

- ( ) (0;0.5)
- ( ) (2,0)
- (•) (0,5)
- ( ) (0,2)

2.3 Suorakulmaisen kolmion pinta-ala on 20m². Kateettien pituudet voivat olla **2 p.**

- ( ) 10 m ja 2 m
- ( ) 4 m ja 5 m

- (x) 8 m ja 5 m
- ( ) 12 m ja 8 m

2.4 Rekursiivisen lukujonon

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + 1 \end{cases}$$

3. jäsen a_3 on

2 p.

- ( ) $\frac{2}{5}$
- (x) $\frac{5}{2}$
- ( ) 3
- ( ) $\frac{3}{2}$

2.5 Geometrisen jonon viides jäsen on 112 ja kuuden jäsen on -224. Jonon yleinen jäsen a_n on

2 p.

- ( ) -2n
- (x) $7 \cdot (-2)^{n-1}$
- ( ) $(-2)^{-7n}$
- ( ) $(-2)^n$

2.6 Salmiakin kilohinta nousee 8% ja samalla sitä ruvetaan myymään massaltaan 12% suuremmassa pussissa. Salmiakki pussin hinta **2 p.**

- ( ) laskee 4%
- ( ) laskee 21%
- (x) nousee 21%
- ( ) nousee 4%

3. Suora ja aritmeettinen lukujono **12 p.**

3.1 Suoran yhtälö **6 p.**

Suora l kulkee pisteiden $A = (2, -3)$ ja $B = (4,1)$kautta. Muodosta suoran l kulmakerroin ja yhtälö.

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

Kulmakerroin

$$k = \tan\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Kulmakerroin kahden pisteen kautta kulkevasta suorasta: Olkoot $A = (x_1,\, y_1) = (2,\, -3)$

$$B = (x_2,\, y_2) = (4,\, 1)$$

Sijoitetaan kavaan:

$$k = \frac{1-(-3)}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

pisteen (x_0, y_0) kautta kulkeva suora $y - y_0 = k(x - x_0)$

Pisteen kautta kulkevan suoran yhtälö. Nyt

$$k = 2$$

Valitaan käytettäväksi pisteeksi piste B

$$(4,\, 1) = (x_0,\, y_0)$$

Sijoitetaan kaavaan:

$$y - 1 = 2\,(x - 4) \qquad \| +1$$

$$y = 2x - 8 + 1$$

$$y = 2x - 7$$

Vastauksen pituus: 0 merkkiä.

3.2 Aritmeettinen lukujono **6 p.**

Aritmeettisen lukujonon kaksi ensimmäistä jäsentä ovat $a_1 = 10$ ja $a_2 = 18$. Laske lukujonon 500. jäsen ja 500 ensimmäisen jäsenen summa.

Aritmeettinen	
jono	$a_1,\ a_1 + d,\ a_1 + 2d, \ldots$
yleinen termi	$a_n = a_1 + (n-1)d$
summa	$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = n\dfrac{a_1 + a_n}{2}$

d on kahden peräkkäisen termin erotus eli

$$d = a_2 - a_1 = 18 - 10 = 8$$

sijoitetaan kaavaan

$$a_{500} = 10 + ´\,(500 - 1) \cdot 8 = 4002$$

Summa saadaan summan kaavalla:

$$S_{500} = 500 \cdot \frac{10 + 4002}{2} = 1003000$$

Vastauksen pituus: 80 merkkiä.

4. Noppa tai laatikko **12 p.**

Vastaa joko tehtävään 4.1 tai 4.2

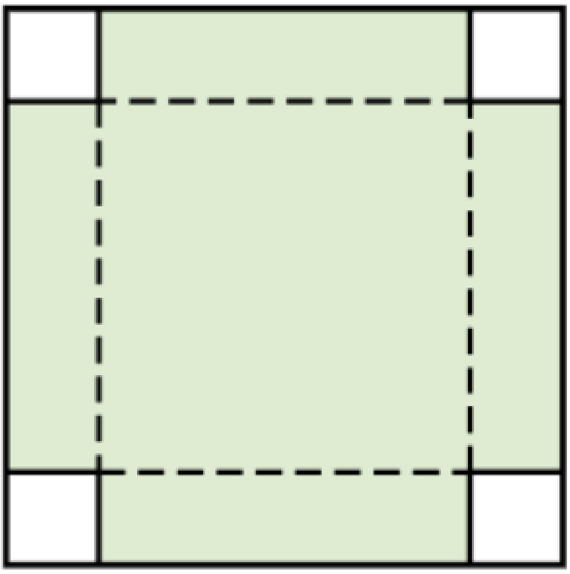
Tehtävä 4.1

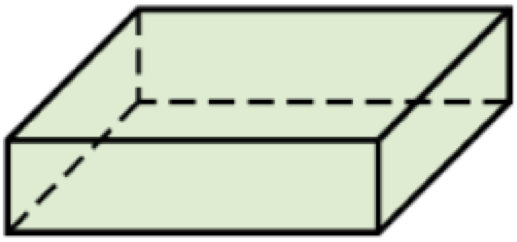
Tavallista arpakuutiota heitetään kaksi kertaa.
a) Millä todennäköisyydellä silmälukujen summa on suurempi kuin viisi? (3 p.)
b) Millä todennäköisyydellä silmälukujen tulo on kolmella jaollinen? (3 p.)
c) Millä todennäköisyydellä saadaan ainakin kerran vähintään 4? (3 p.)
d) Millä todennäköisyydellä 1. heitolla saadaan vähintään 3 ja toisella enintään 4? (3 p.)

TAI

Tehtävä 4.2

Neliön muotoisen pahvin nurkista leikataan pois samankokoiset neliöt ja pahvi taitellaan kannettomaksi suorakulmaisen särmiön muotoiseksi laatikoksi. Alkuperäisen pahvineliön sivun pituus on 6 dm.





a) Olkoon poisleikattavan neliön sivun pituus x dm. Osoita, että laatikon tilavuus on $f(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x$. (5 p.)
b) Mistä tiedetään, että $0 \leq x \leq 3$? (4 p.)
c) Millä x:n arvolla saavutetaan suurin laatikon tilavuus ja palkonko tämä suurin tilavuus on? (3 p.)

Aineisto

4.A funktion f kuvaaja

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

4.1.

a)Kun heitetään kahta noppaa niin tulosäännöllä mahdollisia tuloksia on

$$6 \cdot 6 = 36$$

Suotuisat alkeistapaukset:
Jos eka on 1 niin toka on 5,6 eli 2 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 2 niin toka on 4,5,6 eli 3 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 3 niin toka on 3,4,5,6 eli 4 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 4 niin toka on 2,3,4,5,6 eli 5 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 5 niin toka on 1,2,3,4,5,6 eli 6 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 6 niin toka on 1,2,3,4,5,6 eli 6 suotuisaa alkeistapausta
Yhteensä

$$2+3+4+5+6+6=26$$

$$P\left(summa\ yli\ 5\right)=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$$

b) Tulo on kolmella jaollinen jos tulontekijöissä(eli kun luku hajotetaan mahdollisimman pienien kokonaislukujen kertolaskuksi) on kerroin 3. (esim $6=3\cdot 2$)

Noppien silmälukujen tulo voi sisältää vain lukuja 1,2,3,4,5,6 eli jos ainakin toinen nopista on 3 tai 6 niin tulo on jaollinen luvulla 3.
Suotuisat alkeistapaukset:
Jos eka on 1 niin toka on 3,6 eli 2 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 2 niin toka on 3,6 eli 2 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 3 niin toka on 1,2,3,4,5,6 eli 6 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 4 niin toka on 3,6 eli 2 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 5 niin toka on 3,6 eli 2 suotuisaa alkeistapausta
Jos eka on 6 niin toka on 1,2,3,4,5,6 eli 6 suotuisaa alkeistapausta

Yhteensä:

$$2+2+6+2+2+6=20$$

$$P\left("\ tulo\ on\ jaollinen\ kolmella\ "\right)=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$$

c) Ainakin kerran vähintään 4:
1. Jos eka heitto on 4,5 tai 6 niin toka voi olla mikä vain eli todennäköisyys on

$$\frac{3}{6}\cdot\frac{6}{6}=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$$

2. Tästä puuttuu tapaukset joissa eka heitto on 1,2 tai 3. Jos näin on niin tokan heiton pitää olla 4,5 tai 6 eli todennäköisyys tälle on $\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

Nämä 1. ja 2. ovat vaihtoehtoisia tapahtumia eli niitten todennäköisyydet summataan:

$$P\left("\ ainakin\ toinen\ heitoista\ vähintään\ 4\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

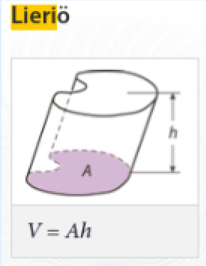
d) Ekalla vähintään 3 eli 3,4,5,6
Tokalla enintään 4 eli 1,2,3,4.

Eli

$$P\left("\ ekalla\ vähintään\ 3\ ja\ tokalla\ enintään\ 4\right)=\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$$

4.2.

a) Laatikko on särmiö eli sen tilavuus:



Nyt laatikon pohjan pinta-ala

$$(6-2x)^2$$

ja korkeus:

$$h = x$$

Eli $V(x) = A \cdot h = (6-2x)^2 \cdot x = \left(6^2 + (2x)^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2x\right) \cdot x = 36x + 4x^3 - 24x^2 = 4x^3 - 24x^2 + 36x$

b)Laatikon pois leikattavan neliön sivun pituuden pitää olla epänegatiivinen. Jos x<0 niin poisleikattava laatikko olisi sivun pituudelta negatiivinen. Jos x>3 niin 6dm sivuisesta laatikosta leikattaisiin yli $2 \cdot 3 = 6$ pituinen pätkä jolloin jäljelle jäävän laatikon sivun pituus "olisi" negatiivinen.

c)Derivoidaan tilavuuden funktio:

$$V'(x) = 12x^2 - 48x + 36$$

Suljetulla välillä, ääriarvot löytyvät välin päätepisteista tai derivaatan nollakohdista. Lasketaan derivaatan nollakohdat.

$$12x^2 - 48x + 36 = 0$$

Ratkaisukaava:	$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Nyt:

$$a = 12$$

$$b = -48$$

$$c = 36$$

$$x = \frac{-(-48) \pm \sqrt{(-48)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 36}}{2 \cdot 12} = \frac{48 \pm 24}{24} = 2 \pm 1$$

$$x = 2 + 1 = 3$$

$$x = 2 - 1 = 1$$

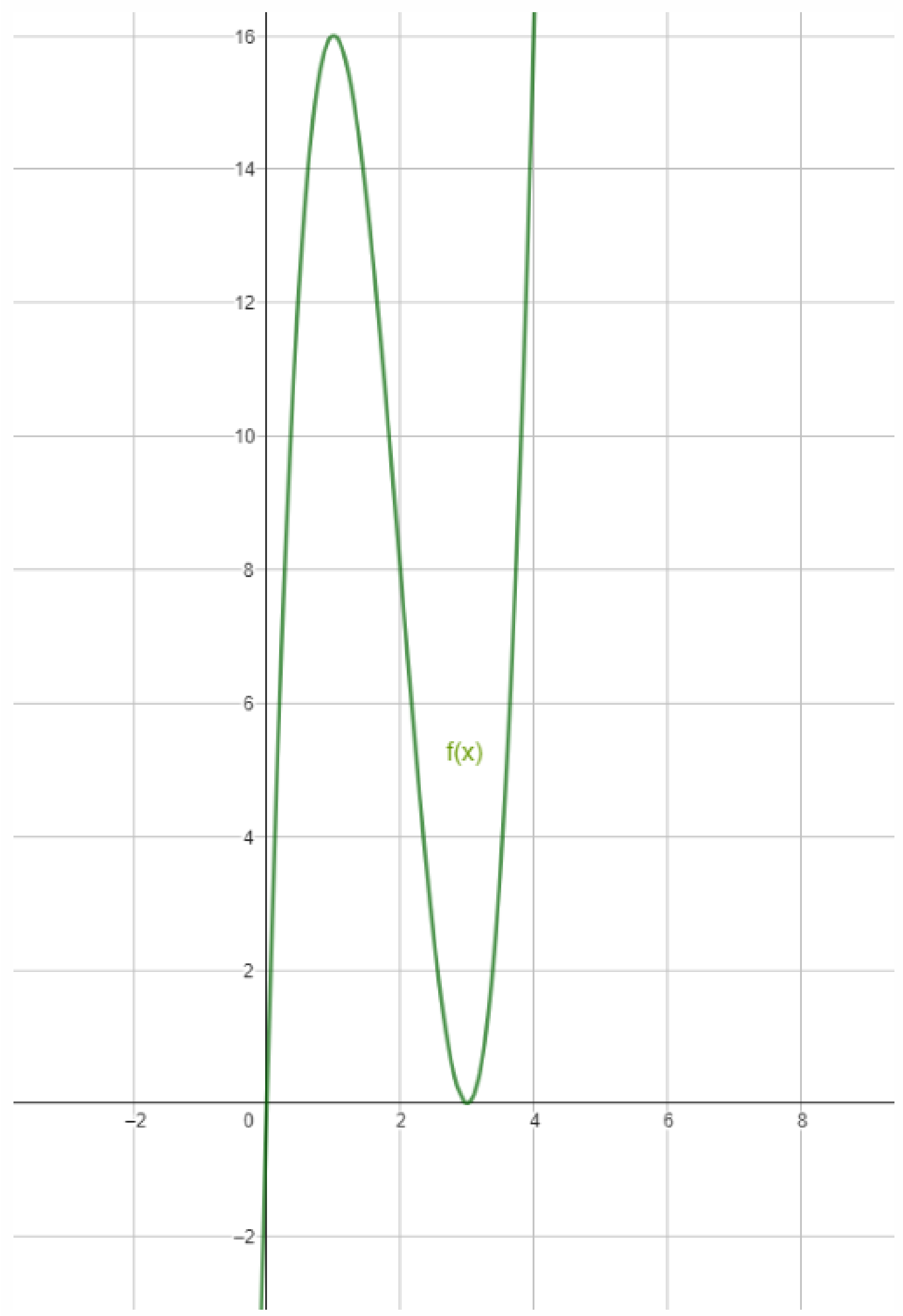
Kokeillaan:

```
f(x)=4x^3-24x^2+36x

f(0)
= 0

f(1)
= 16

f(3)
= 0
```

Eli suurin tilavuus saadaan kun x=1

Suurimman tilavuuden voi katsoa myös aineistossa annetusta funktion kuvaajasta:

4.A funktion f kuvaaja



Vastauksen pituus: 1419 merkkiä.

Voit käydä tarkastelemassa A-osan vastauksiasi nyt.
Palautettuasi A-osan et voi enää muokata A-osan vastauksia.

Siirry tarkastelemaan vastauksiasi

Tarkastelun jälkeen voit palata kokeeseen jatkamaan tehtäviin vastaam

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

Saat estetyt laskinohjelmat käyttöösi palautettuasi A-osan.

Palauta A-osa

Osa 2: B1-osa

Vastaa kolmeen tehtävään.

Vastaa kolmeen tehtävään.

5. Lääkelasku 12 p.

Funktio
$f(x) = 500 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{3}}$
ilmaisee asetyylisalisyylihapon määrän milligrammoina elimistössä, kun lääketabletin ottamisesta on kulunut x tuntia.

a) Kuinka paljon lääkettä on elimistössä 6 tunnin kuluttua lääkkeen ottamisesta? (2 p.)

b) Kuinka paljon lääketabletissa on asetyylisalisyylihappoa? (2 p.)

c) Kuinka pitkän ajan kuluttua lääkkeen ottamisesta asetyylisalisyylihappoa oli jäljellä elimistössä 300 milligrammaa? Anna vastaus minuutin tarkkuudella. (2 p.)

d) Mikä on lääkkeen puoliintumisaika eli missä ajassa asetyylisalisyylihapon määrä puoliintuu? (3 p.)

e) Ibuprofeenin puoliintumisaika on 2 tuntia. Tabletissa on 400 milligrammaa ibuprofeenia. Määritä funktio, joka ilmaisee ibuprofeenin määrän milligrammoina elimistössä, kun lääketabletin ottamisesa on kulunut x tuntia. (3 p.)

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

a) Sijoiteaan x=6

$$500 \cdot 0.5^{\frac{6}{3}} = 125$$

b) Sijoitetaan x=0 niin saadaan ajanhetkellä 0 lääkkeen määrä.

$$500 \cdot 0.5^{\frac{0}{3}} = 500$$

c) Muodostetaan yhtälö:

$$f(x) = 300$$

$$500 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{3}} = 300$$

Ratkaistaan laskimella:

$$l1 = \text{RatkaiseNumeerisesti}\left(500 \cdot 0.5^{\frac{x}{3}}\right.$$

$$\approx \{x = 2.21\}$$

eli x≈2,21 tuntia. Muunnetaan minuuteiksi

$$2{,}21 \cdot 60 = 132{,}6$$

eli noin 133 minuuttia.

d)Muodostetaan yhtälö jos aluksi lääkettä on a:

$$a \cdot 0{,}5^{\frac{x}{3}} = \frac{1}{2} \cdot a \qquad \|:a$$

$$0{,}5^{\frac{x}{3}} = \frac{1}{2}$$

ratkaistaan laskimella.

$$l4 = \text{Ratkaise}\left(0.5^{\frac{x}{3}} = \frac{1}{2}\right)$$

$$\rightarrow \{x = 3\}$$

Eli puoliintumisaika on 3 tuntia.

e) Alkumäärä on 400. Puoliintumisaika 2 tuntia. Jos x on kuluneet tunnit lääkkeen otosta niin:

$$g(x) = 400 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{2}}$$

koska jos nyt sijoitetaan x=0 niin saadaan 400 ja jos sijoitetaan x=2 niin saadaan 200.

Vastauksen pituus: 0 merkkiä.

6. Pörssisähköä ja verotusta 12 p.

6.1 8 p.

Pörssisähkösopimuksen energiahinta tunneittain määräytyy NordPool sähköpörssin Suomen hinta-alueen Spothinnan eli tuntihinnan perusteella. Tähän Spot-hintaan lisätään ensin välityspalkkio 0,3 c/kWh ja sitten arvonlisävero 24 %, jolloin saadaan tunnin kokonaishinta. Asiakkaan energiamaksu muodostuu siten, että kunkin tunnin aikana käytetty energiamäärä kerrotaan kyseisen tunnin kokonaishinnalla.

Oheisessa liitetiedostossa on taulukoituna kotitalouden yhden vuorokauden (5.11.2021) sähkönkulutus ja Spot-hinta tunneittain. Laske kotitalouden kyseisen vuorokauden energiamaksu.

Aineisto

6.1.A Kulutus

Lasketaan taulukkolaskennan puolella.

Sarakkeessa C on laskettu oikea hinta. Eli lisätään spot tuntihintaan välityspalkkio (0,3 snt) ja sitten kerrotaan alv kertoimella 1,24.

soluun C2 siis((b2+0,3)*1,24)

Sarakkeessa D on laskettu tunnin sähkön hinta eli kulutettu energia kertaa energian hinta.

Soluun D2 siis (a2*c2)

Kulutus (kWh)	Spot tuntihinta (snt/kWh)		
0,88	2,75	3,782	3,32816
1,47	2,43	3,3852	4,976244
2,35	2,28	3,1992	7,51812
1,06	2,24	3,1496	3,338576
0,57	2,27	3,1868	1,816476
0,63	2,3	3,224	2,03112
0,65	2,75	3,782	2,4583
0,6	9,51	12,1644	7,29864
0,49	12,84	16,2936	7,983864
0,85	31,12	38,9608	33,11668
0,73	12,88	16,3432	11,930536
0,81	12,47	15,8348	12,826188
0,95	11,96	15,2024	14,44228
1,44	11,28	14,3592	20,677248
2,26	10,98	13,9872	31,611072
0,83	10,71	13,6524	11,331492
1,02	11,03	14,0492	14,330184
0,95	11,32	14,4088	13,68836
0,91	11,68	14,8552	13,518232
0,88	11,41	14,5204	12,777952
0,76	5,99	7,7996	5,927696
1,96	2,27	3,1868	6,246128
0,91	2,08	2,9512	2,685592
1,03	1,93	2,7652	2,848156
			248,707296
			2,487073

Summa eli päivän sähkölasku on siis noin 248,7 snt eli 2,49 euroa.

Vastauksen pituus: 0 merkkiä.

6.2 4 p.

Hallitus on päättänyt laskea sähkön energiamaksun arvonlisäveron määräaikaisesti 24 prosentista 10 prosenttiin. Kuinka monta prosenttia kuluttajan energialaskun suuruus pienenee?

Lasku aluksi: 1,24*a

Lasku lopuksi: 1,1a

Jälkimmäinen on : $\frac{1{,}1a}{1{,}24a} = 0{,}887... \approx 88{,}7\%$

ELi kuluttajan lasku pienenee noin 100%-88,7%=11,3%

Vastauksen pituus: 0 merkkiä.

7. Pyramidi 12 p.

Tässä tehtävässä vastaukset voi antaa joko tarkkoina arvoina tai likiarvoina kahden desimaalin tarkkuudella. Tehtävän voi ratkaista joko laskemalla tai geometriaohjelmistolla piirtämällä ja mittaamalla.

Suoran pyramidin korkeus on 4 ja neliönmuotoisen pohjan lävistäjän pituus 5.

a) Mikä on pyramidin sivusärmän ja pohjan lävistäjän välinen kulma? (3 p.)

b) Mikä on pyramidin pohjaneliön sivun pituus? (3 p.)

c) Mikä on pyramidin tilavuus? (3 p.)

d) Mikä on pyramidin sivutahkon pinta-ala? (3 p.)

a) Olkoon pohjan nurkan piste A, pohjan keskipiste B ja huippupiste C. Nyt ABC on suorakulmainen kolmio, jossa: BC=4 ja AB=2,5(puolet lävistäjästä). BC on kulman A vastainen kateetti ja AB viereinen kateetti. Käytetään siis tangenttia

$$\tan(\alpha) = \frac{4}{2{,}5}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{4}{2{,}5}\right) = 57{,}99°$$

b) Ratkaistaan pohjaneliön sivun pituus x Pyhtagoraan lauseella (lävistäjä jakaa pohjan kahteen suorakulmaiseen kolmioon):

$$x^2 + x^2 = 5^2$$

laskimella

$$\mathrm{l1} = \mathrm{RatkaiseNumeerisesti}(x^2 + x^2 = 5^2)$$

$$\approx \{x = -3.5355, x = 3.5355\}$$

eli sivun pituus x≈3,54

c) Pyramidi on kartio eli sen tilavuus: $V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$ missä A on pohjan pinta-ala ja h korkeus.

Nyt:

$$h = 4$$

$$A = 3{,}5355...^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}5355...^2 \cdot 4 = 16{,}666... \approx 16{,}67$$

d) Sivutahkon pinta-alaan tarvitaan sivutahkon korkeus. Korkeus saadaan pythagoraan lauseella (pyramidin huippu C, pohjan keskipiste B ja pohjan sivun keskipiste D muodostavat suorakulmaisen kolmion jossa sivutahkon korkeus on hypotenuusa)

$$4^2 + \left(\frac{3{,}5355...}{2}\right)^2 = x^2$$

laskimella

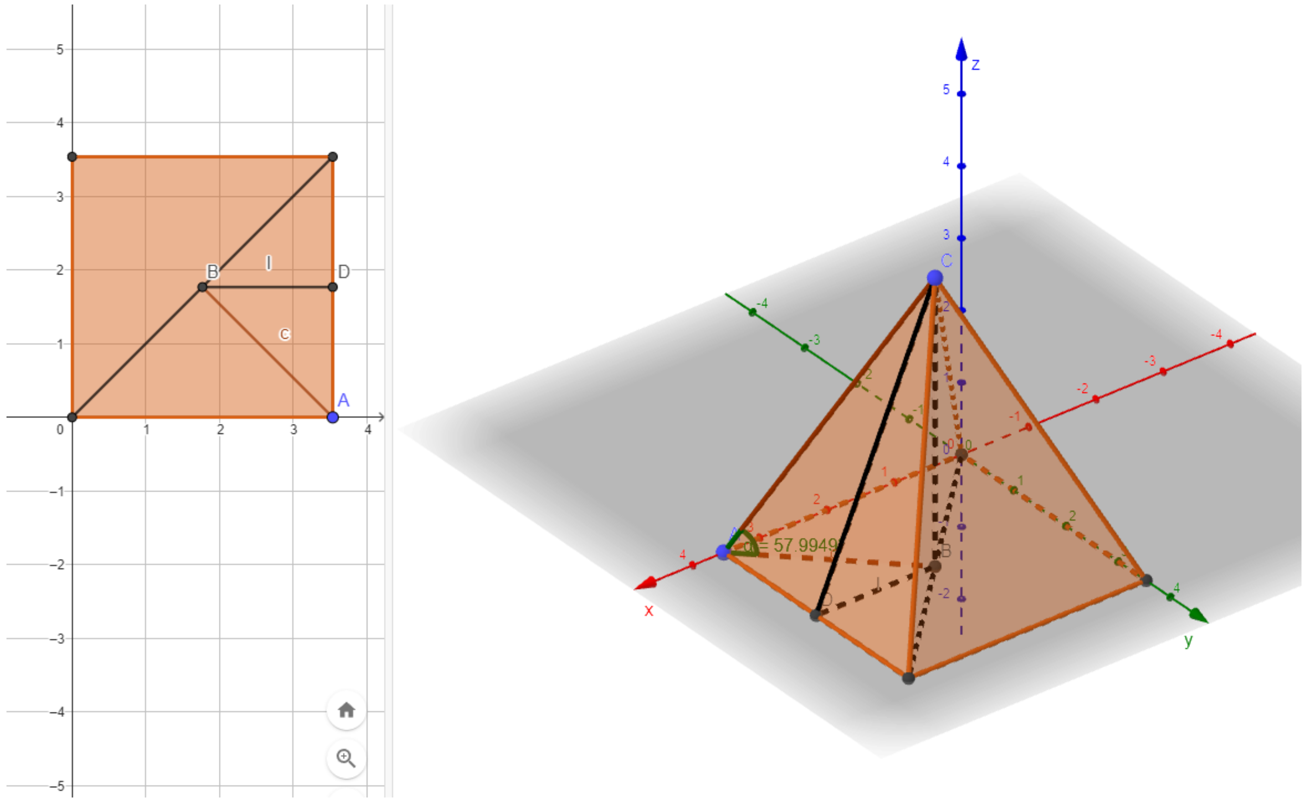
$$\mathrm{l2} = \mathrm{RatkaiseNumeerisesti}\left(4^2 + \left(\frac{3.5355}{2}\right)^2 = x^2\right)$$

$$\approx \{x = -4.3732, x = 4.3732\}$$

Eli korkeus on 5,3385 jolloin sivutahkon (mikä on kolmio) pinta-ala on:

$$\frac{1}{2} \cdot 3{,}5355... \cdot 4{,}3732... = 7{,}73... \approx 7{,}73$$ Alla mallikuva

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.



Vastauksen pituus: 705 merkkiä.

8. Tuulivoimalat Suomessa 12 p.

Oheisessa taulukossa on vuosina 1991 - 2022 Suomessa valmistuneet tuulipuistot ja -voimalat.
Lähde: Suomen tuulivoimayhdistys ry, https://tuulivoimayhdistys.fi/kategoria/tilastot-2

a) Laadi pistekaavio, josta ilmenee vuodesta 2001 alkaen vuosittain valmistuneiden voimaloiden lukumäärän kehitys. Kuinka monta voimalaa vuosittain valmistui keskimäärin ja kuinka suuri oli keskihajonta. (6p.)

b) Luokittele vuodesta 2001 vuoteen 2022 valmistuneiden tuulipuistojen tehot kuuteen eri tasaväliseen luokkaan ja muodosta luokitellun aineiston frekvenssitaulukko sekä pistekaavio. (6p.)

Aineisto

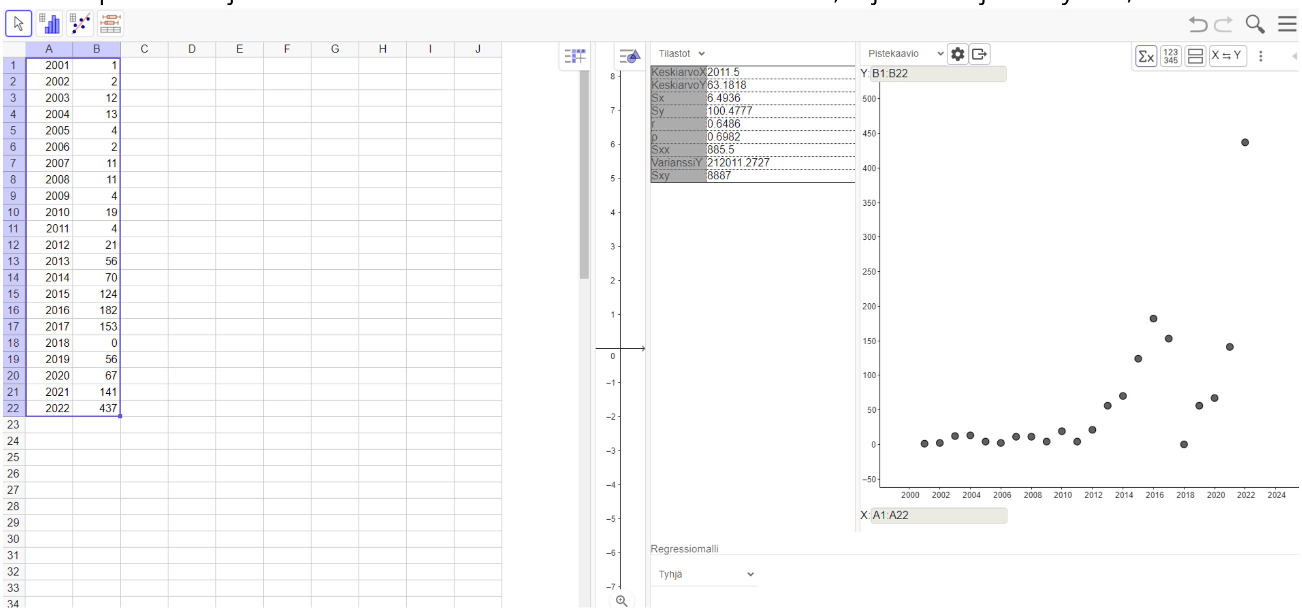
8.A Tuulivoimalat Suomessa (xlsx)

8.B Tuulivoimalat Suomessa (ods)

a) Tiedostossa B sarakkeessa on tuulivoimalan nimi. I-sarakkeessa on valmistusvuosi. Halutaan mallintaa valmistettujen lukumäärää per vuosi eli poimitaan aineistosta kaikki tuulivoimalat jotka valmistettiin vuosina 2001-2022. Järjestetään valmistusvuosisarake aluksi nousevaan järjestykseen. Maalataan kaikki alkaen 2001 vuodesta ja kopioidaan omalle sarakkeelle. kirjoitetaan myös yhdelle sarakkeelle "luokat" eli eri vuosiluvut 2001-2022. Määritetään "taajuus" funktiolla kunkin vuosiluvun lukumäärä (näin saadaan joka vuonna valmistuneiden lukumäärä.) Taajuus komennon "tiedot" on kaikkien maalattujen tuulivoimaloiden valmistusvuodet ja "luokat" on vuosiluvut 2001-2022 mitkä listattiin erikseen.
Näin saadaan valmistusmäärät minäkin vuotta sarakkeella W kuvassa.:

U	V	W
2001	2001	1
2002	2002	2
2003	2002	12
2004	2003	13
2005	2003	4
2006	2003	2
2007	2003	11
2008	2003	11
2009	2003	4
2010	2003	19
2011	2003	4
2012	2003	21
2013	2003	56
2014	2003	70
2015	2003	124
2016	2004	182
2017	2004	153
2018	2004	0
2019	2004	56
2020	2004	67
2021	2004	141
2022	2004	437
	2004	0
	2004	

Siirretään vuosiluvut ja taajuudet geogebraan. Maalataan ja valitaan "kahden muuttujan regressionanalyysi". Saadaan suoraan pistekaavio ja summamerkkiä klikkaamalla saadaan keskiarvo x=63,18 ja keskihajonta: Sy=100,477



b) Tuulipuistot ovat tiedostossa omalla välilehdellä (alhaalla vasemmalla: tuulipuistot).Aloitetaan poimimalla joka vuodesta ennen vuotta 2022 tuulipuistojen tehot omalle sarakkeelle. Käytetään nousevaa lajittelua. Pienin teho on 0,075MW ja suurin teho on 156,8MW. Valitaan luokkaväliksi 30MW. Poimitaan geogebraan kaikkien luokkien frekvenssit kun ensimmäinen luokka on 0-30. (Todelliset luokkarajat eli 30,5 kuuluu seuraavaan luokkaan.) Pisteet sai myös jos sisällytti 2022 vuoden arvot.

luokka	f
"0-30"	136
"31-60"	20
"61-90"	5
91-120"	2
"121-150	0
"151-180	2

Vastauksen pituus: 1312 merkkiä.

9. Laulujoutsen (Cygnus cygnus) 12 p.

Suomessa oli 1930-luvulla enää 20 pesivää laulujoutsenparia niiden metsästyksen ja pesänryöstöjen takia. Rauhoituksen ansiosta kanta elpyi nopeasti ja 1970-luvulla oli jo 200 pesivää paria. Valistuksen ja luonnonsuojelun ansiosta kanta kasvoi ja oli 2000-luvulla jo 4500 paria ja edelleen 2010-luvulla jo 11000 pesivää paria.

a) Kuinka monta prosenttia laulujoutsenten lukumäärä on kasvanut keskimäärin vuodessa, jos kasvuprosentti on koko ajan pysynyt samana kullakin aikavälillä I) 1930 - 1980, II) 1980 - 2010 ja edelleen III) 2010 - 2020. (6 p.)

b) Vanhin Suomessa rengastettu laulujoutsen on ollut 16 vuotta 8 kuukautta ja 12 päivää vanha. Euroopan vanhin oli 26 vuotta 6 kuukautta vanha Tanskassa rengastettu joutsen. Kuinka moninkertainen Tanskassa rengastetun joutsenen ikä oli verrattuna Suomessa rengastettuun ? (4 p.)

c) Laulujoutsen munii maassa olevaan pesään 4-7 kermanvalkeaa munaa. Silti näet joutsenperheessä vain kaksi poikasta ja emot. Millä todennäköisyydellä 5 kuoriutuneesta poikasesta selviytyy vain 2, jos poikasen selviytymistodennäköisyys on 35%. (2 p.)

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

a) I)1930 luvulla 40 joutsenta.

1980 luvun alussa 400 joutsenta.

JOka vuosi joutsenten määrä muuttuu x kertaiseksi. Muodostetaan yhtälö:

$$40 \cdot x^{50} = 400 \qquad \|: 40$$

$$x^{50} = 10 \qquad \sqrt[50]{}$$

$$x = \sqrt[50]{10} = 1{,}047...$$

Eli joutsenten määrä kasvaa vuosittain noin 4,7%

II) 1980 luvulla joutsenia 400

2010 luvun alussa 9000 joutsenta

Sama kaava muoto:

$$400 \cdot x^{30} = 9000$$

Laskimella

$$x = 1{,}109...$$

eli kasvuprosentti vuosittain on noin 10,9%

III) sama juttu

$$9000 \cdot x^{10} = 22000$$

laskimella:

$$x = 1{,}093...$$

eli kasvuprosentti on noin 9,3%

b) Muunnetaan molemmat iät päiviksi. (vuodessa 365 ja kuukaudessa 30)
Suomi:

$$16 \cdot 365 + 8 \cdot 30 + 12 = 6092$$

Tanska: $26 \cdot 365 + 6 \cdot 30 = 9670$

Eli Tanskan joutsenen ikä on $\dfrac{9670}{6092} = 1{,}5783... \approx 1{,}6$ kertainen Suomen joutseneen verrattuna.

c) $P\,(\text{" } joutsen\ selviytyy \text{ "}) = 0{,}35$

$$P\,(\text{" } Joutsen\ kuolee \text{ "}) = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$$

Jokainen joutsenen syntymä on satunnaistapahtuma tässä tehtävässä. Nyt kysytään

$$P\,(\text{" } kaksi\ selviytyy\ ja\ 3\ kuolee \text{ "}) = 0{,}35 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}65 = 0{,}0336...$$

Eri vaihtoehtoisia tapahtumia on kaikki sellaiset joissa 2 selvityy. Luetellaan ne. Käytetään Joutsenista nimiä 1,2,3,4,5 syntymisjärjestyksen mukaan. S=selviytyy K=Kuolee
Jos 1 selviytyy niin 2,3,4 tai 5 selviytyy
1S 2S 3K 4K 5K
1S 2K 3S 4K 5K
1S 2K 3K 4S 5K
1S 2K 3K 4K 5S
Jos 2 selviytyy niin 3,4 tai 5 selviytyy (1 ja 2 S kuuluu ekaan joukkoon)

1K 2S 3S 4K 5K
1K 2S 3K 4S 5K
1K 2S 3K 4K 5S
Jos 3 selviytyy niin 4 tai 5 selviytyy (1 ja 2S sekä 1 ja 3S kuuluvat ekaan kahteen jo)
1K 2K 3S 4S 5K
1K 2K 3K 4K 5S

Jos 4 Selviytyy niin 5 selviytyy (muut yhdistelmät 4S kanssa lueteltu jo)
1K 2K 3K 4S 5S

Eli eri tapoja 2 selviytyä on

$$4+3+2+1=10$$

Jokainen 5 joutsenen syntymä on perkkäisiä tapahtumia joissa $P(\text{" }kaksi\ selviytyy\ ja\ 3\ kuolee\text{ "})$

eli kysytty todennäköisyys:

$$10\cdot P(\text{" }kaksi\ selviytyy\ ja\ 3\ kuolee\text{ "})=10\cdot 0{,}0336...\approx 33{,}6\%$$

Vastauksen pituus: 786 merkkiä.

Osa 3: B2-osa

Vastaa kolmeen tehtävään.

10. Asuntolaina 12 p.

Vilhelmiina ja Lauri ottivat 150 000 euron asuntolainan 18.11.2021. Laina-aika on 25 vuotta ja lainaa lyhennetään tasaerin kuukausittain. Lainan vuosikorko on muuttuva viitekorko Euribor 12 kk + kiinteä asiakaskohtainen marginaali 0,984 %. Lainan viitekoron arvo tarkistetaan kerran vuodessa, jolloin vuosikorko muuttuu ja maksuerä voi nousta tai laskea tai laina-aika voi pidentyä tai lyhentyä. Lainan vuosikorko muuttuu ensimmäisen kerran 18.11.2022. Päivämäärällä 18.11 2021 Euribor 12 kk oli -0,488 % ja 18.11. 2022 2,837 %. Asuntolainan viitekorko on aina vähintään 0, vaikka Euribor olisi negatiivinen.

a) Kuinka suuri takaisinmaksuerä oli ensimmäisen 12 kk aikana? (4 p.)

b) Kuinka paljon lainaa oli jäljellä 12 kuukauden kuluttua juuri lyhennyksen jälkeen? (2 p.)

c) 18.11.2022 lasketaan uusi takaisinmaksuerä perustuen jäljellä olevaan lainapääomaan ja uuteen vuosikorkoon. Mikäli lainaaika pidetään ennallaan, kuinka suuri takaisinmaksuerä on 18.11.2022 alkaen? (3 p.)

d) Mikäli takaisinmaksuerä pidetään ennallaan 18.11.2022, kuinka pitkä on jäljellä oleva laina-aika vuosina? (3 p.)

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

Annuiteetti- eli tasaerälaina

$$A = Kq^n \frac{1-q}{1-q^n}, \text{ jossa}$$

A = annuiteetti eli tasaerä
K = lainapääoma
q = korkotekijä = $1 + \frac{p}{100}$
p = korkoprosentti korkokaudelta
n = korkokausien lukumäärä

a) Kyseessä on tasaerälaina eli käytetään MAOL kaavaa. Lainan maksuerä ensimmäisen 12 kuukauden aikana noudattaa kaavaa koko takaisimaksu kaudelta (kun korkoa päivitetään niin tasaerää päivitetään).
Nyt laina-aika on 25 vuotta ja korkokausi on 1kk eli eriä on yhteensä:

$$n = 25 \cdot 12 = 300$$

Lainattu summa eli lainan pääoma alussa on

$$K = 150000$$

Korko vähintään 0 vaikka Euribor negatiivinen. Korkokausi on kuukaudelta ja 0,984% on vuodelta eli korkotekijä. :

$$q = 1 + \frac{\frac{0{,}984}{100}}{12} = 1{,}00082$$

Nyt tasaerä:

$$A = 150000 \cdot 1{,}00082^{300} \cdot \frac{1-1{,}00082}{1-1{,}00082^{300}} = 564{,}22\ldots$$

Takaisinmaksuerä: 564 euroa 22 snt

```
150000*1,00082^300*((1-1,00082)/(1-1,00082^300))
= 564,22290233619147583707
```

$$V_k = Kq^k - A\frac{1-q^k}{1-q}, \text{ jossa}$$

b) V_k = jäljellä oleva lainamäärä k:nnen lyhennyksen jälkeen.
Jäljellä oleva erä k lyhennyksen jälkeen kaava MAOL:sta

$$V_{12} = 150000 \cdot 1{,}00082^{12} - 564{,}22\ldots \cdot \left(\frac{1-1{,}00082^{12}}{1-1{,}00082}\right) = 144681{,}381\ldots$$

eli noin 144681 euroa ja 38snt. (pienet välipyöristykset sentin tarkkuuteen eivät vähentäneet pisteitä)

```
150000*1,00082^12-564,22290233619147583707*((1-1,00082^12)/(1-1,00082))
= 144681,38079868991261605048
```

c) Sama lasku kuin a) kohdassa mutta päivitetään korko, maksuerien määrä ja lainapääoma:

$$K = V_{12} = 144681{,}38$$

$$n = 300 - 12 = 288$$

$$q = 1 + \frac{\frac{2{,}837+0{,}984}{100}}{12} = 1{,}00318416666666666666...$$

$$A = 144681{,}38 \cdot 1{,}00318^{288} \cdot \frac{1-1{,}00318}{1-1{,}00318^{288}} = 768{,}178...$$

Takaisinmakuserä on: 768 euroa ja 18snt

d)Jos maksuerä pysyy a) kohdan suuruisena niin maksueriä tarvitaan kattamaan lainan pääoma ja lainan korot. Käytetään a) kohdan kaavaa ja sijoitetaan A=564,22 kun maksuerien määrä on tuntematon eli x.

$$564{,}22 = 144681{,}38 \cdot 1{,}00318^{x} \cdot \left(\frac{1-1{,}00318}{1-1{,}00318^{x}}\right)$$

ratkaistaan geogebralla:

$$\text{l3} = \text{RatkaiseNumeerisesti}\left(564.22 = 144681.38 \cdot 1.00318^{x} \cdot \frac{1-1.00318}{1-1.00318^{x}}\right)$$

$$\approx \{x = 532.2197\}$$

Eli maksueriä tarvitaan 533 kpl eli maksuaikaa 533 kk eli 44v ja 5kk

Vastauksen pituus: 909 merkkiä.

11. Derivaatta 12 p.

Tutkitaan funktiota $f(x) = (x-3)^2$

11.1 Derivaatta graafisesti 4 p.

Määritä funktion f kuvaajan avulla $f'(5)$ ja funktion $f(x)$ derivaatan nollakohta.

Derivoidaan funktio geogebralla ja määritetään graafisesti:

Nyt kuvassa pisteen B y-koordinaatti derivaattafunktion arvo kohdassa 5 ja se on f'(5)=

Piste D on taas x-akselin ja derivaattafunktion leikkauspisteessä eli nollakohta on x=3

Vastauksen pituus: 207 merkkiä.

11.2 Korjaa väärä derivointi **6 p.**

Laura ja Lassi derivoivat funktion $f(x)$ seuraavasti:
Laura sievensi ensin ja derivoi sitten
$D(x-3)^2 = D(x^2-9) = 2x$
Lassi taas pyöritteli päässään vastauksen suoraan
$D(x-3)^2 = 2x-6$
Toisen heistä vastaus on väärin. Kumman? Perustele. Korjaa väärä vastaus esittäen kaikki välivaiheet.

Laura on väärässä koska sievennys on tehty väärin.

$$(x-3)^2 = (x-3)(x-3) = x^2-3x-3x+3\cdot 3 = x^2-6x+9$$

$$D\left(x^2-6x+9\right) = D\left(x^2\right)+D(-6x)+D(9) = 2x-6$$

Vastauksen pituus: 43 merkkiä.

11.3 Derivaatta laskemalla **2 p.**

Määritä laskemalla derivaatan lauseketta käyttäen $f'(5)$ ja funktion $f(x)$ derivaatan nollakohta.

$$f'(5) = 2\cdot 5-6 = 4$$

$$f'(x) = 0$$

$$2x-6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Vastauksen pituus: 0 merkkiä.

12. Ilmakehä **12 p.**

Käytä apunasi taulukkokirjaa.

a) Määritä Maan ilmakehän massa, kun jokaista maanpinnan neliösenttimetriä kohden on noin 1,01 kg ilmaa. (4 p.)

b) Piirrä ilmakehän lämpötilan muutoskäyrä korkeuden x (0 km ≤ x ≤ 50 km) funktiona. Sovita taulukkokirjan aineistoon 3.asteen polynomifunktio. Arvioi tämän funktion perusteella ilmakehän lämpötila 6,0 km korkeudessa. (4 p.)

c) Piirrä ilmakehän ilmanpaineen muutoskäyrä korkeuden x (0 km ≤ x ≤50 km) funktiona sovittamalla taulukkokirjan aineistoon eksponenttifunktio ja määritä sen kantaluku a . Mitä a käytännössä tässä tapauksessa tarkoittaa? (4 p.)

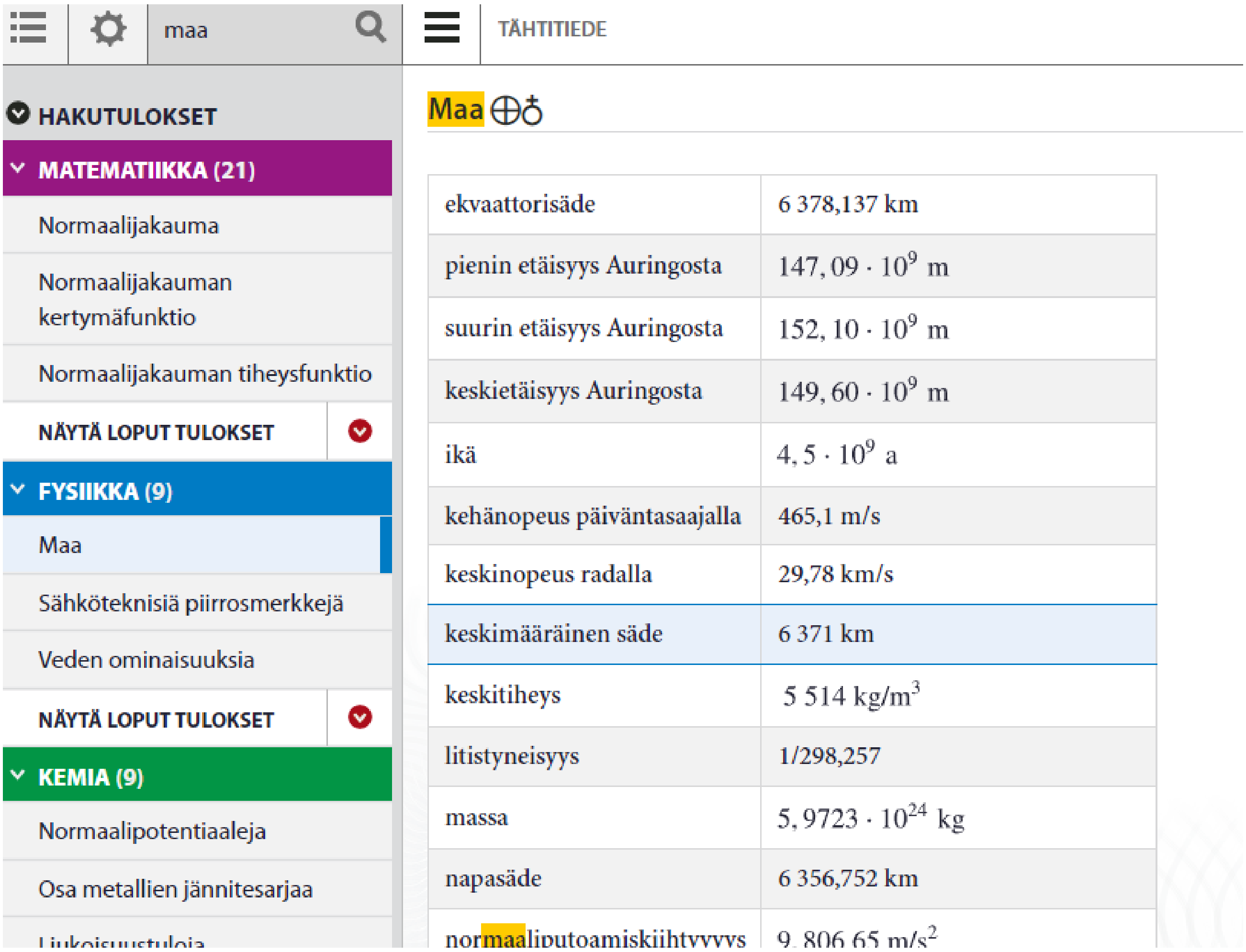
a) Jos oletetaan, että ilmakehän massa on 1,01kg jokaista neliösenttimetriä kohti niin koko ilmakehän massasta saadaan arvio kun lasketaan koko maan pinta-ala. Maapallo voidaan nyt olettaa palloksi. Maapallon säde saadaan maolista r=6371km.
Pallon pinta-ala:

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

$$A = 4\pi r^2 = 4 \cdot \pi \cdot (6371km)^2 = 510064771{,}90...km^2 = 510064771{,}90... \cdot 10^{10}cm^2 = 5{,}10064771 \cdot 10^{18}cm^2$$

Ilmakehän massa siis: (yksikkömuunnoksessa pinta-alaa ja cm on 5 hyppyä km alapuolella eli kerrotaan 10^2 jokaista hyppyä kohden)

$$5{,}10064771 \cdot 10^{18}cm^2 \cdot \frac{1{,}01kg}{cm^2} = 5{,}15201... \cdot 10^{18}kg \approx 5{,}2 \cdot 10^{18}kg$$



ekvaattorisäde	6 378,137 km
pienin etäisyys Auringosta	$147,09 \cdot 10^9$ m
suurin etäisyys Auringosta	$152,10 \cdot 10^9$ m
keskietäisyys Auringosta	$149,60 \cdot 10^9$ m
ikä	$4,5 \cdot 10^9$ a
kehänopeus päiväntasaajalla	465,1 m/s
keskinopeus radalla	29,78 km/s
keskimääräinen säde	6 371 km
keskitiheys	5 514 kg/m^3
litistyneisyys	1/298,257
massa	$5,9723 \cdot 10^{24}$ kg
napasäde	6 356,752 km
normaaliputoamiskiihtyvyys	9, 806 65 m/s^2

b) Haetaan MAOL:ista ilmakehän tiedot. Löydetään taulukko missä kerrotaan lämpötila ja sitä vastaava korkeus merenpinnasta.

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

ilmakehä

MEKANIIKKA JA TERMODYNAMIIKKA

HAKUTULOKSET

FYSIIKKA (2)

Ilmakehän ominaisuuksia

Muuntokertoimia

KEMIA (1)

Ilmakehän koostumus

Ilmakehän ominaisuuksia

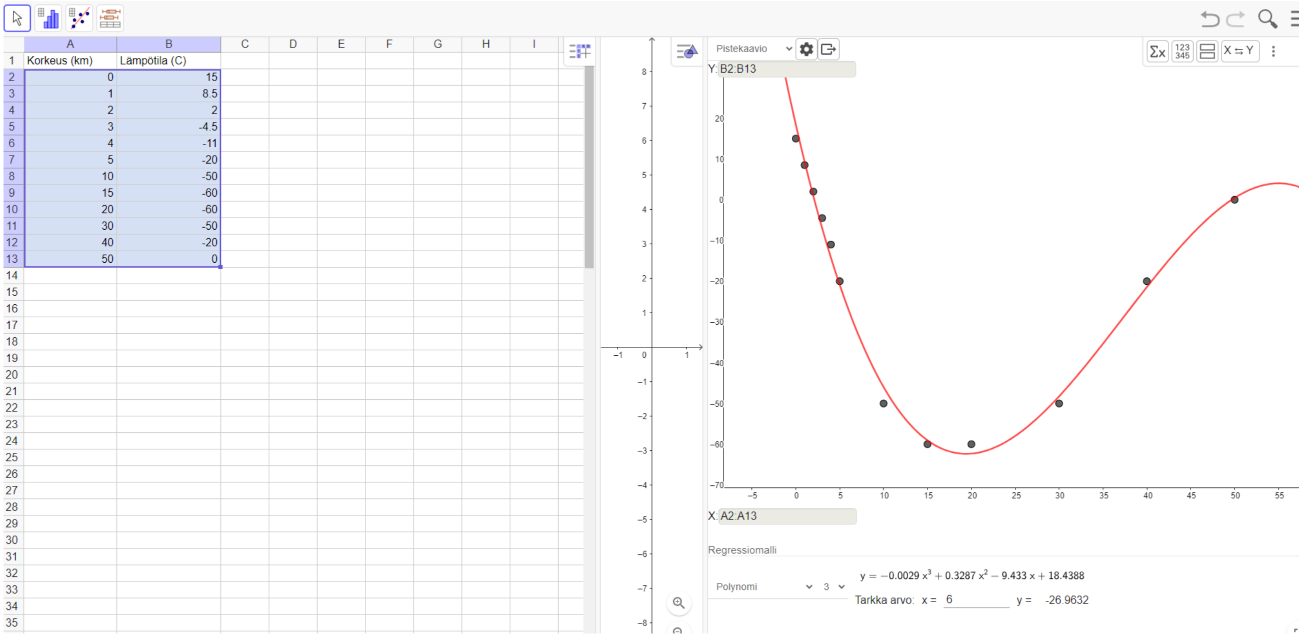
Korkeus km	Lämpötila °C	Ilmanpaine mbar	Tiheys kg/m^3
merenpinta (0)	15	1 013	1,22
1	8,5	899	1,11
2	2,0	795	1,01
3	–4,5	701	0,91
4	–11	616	0,82
5	–20	540	0,73
10	–50	260	0,41
15	–60	120	0,19
20	–60	55	$8,8 \cdot 10^{-2}$
30	–50	11	$1,8 \cdot 10^{-2}$
40	–20	2,8	$3,9 \cdot 10^{-3}$
50	0	0,79	$1,0 \cdot 10^{-3}$

Otetaan taulukkoohjelmaan ylös arvot alkaen korkeudesta 0 ja päättyen korkeuteen 50. Tehdään kahden muuttujan regressioanalyysi ja valitaan listalta 3. asteen polynomi tehtävänannon mukaisesti sovitettavaksi käyräksi. Sijoitetaan malliin x=6 ja saadaan

$$T\left(x\right)=-0{,}0029x^3+0{,}3287x^2-9{,}433x+18{,}4388$$

$$T\left(6\right)=-26{,}9632$$

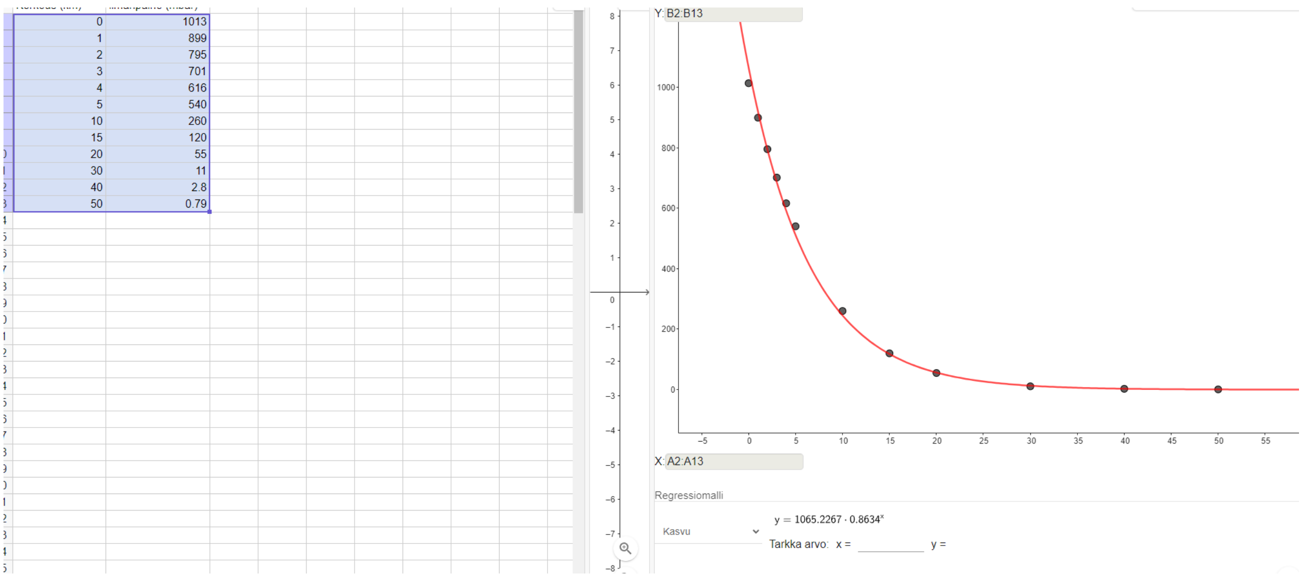
eli 6km korkeudessa lämpötila on noin -27 celsiusastetta.



c) Korvataan taulukossa lämpötilan arvot ilmanpaineen arvoilla (MAOL viereinen sarake) geogebrataulukkoon, tehdään kahden muuttujan regressioanalyysi ja sovitetaan kasvu-malli (kasvu tarkoittaa eksponentiaalista kasvua, eksponenttimalli antaa neperinluku kantalukuisen kasvumallin) tehtävänannon mukaisesti. Nyt funktio on:

$$p\left(x\right) = 1{,}065{,}2267 \cdot 0{,}8634^x$$

Kantaluku a on siis 0,8634 ja se tarkoittaa, että aina kun x eli korkeus kasvaa yhdellä niin ilmanpaine muuttuu 0,8634 kertaiseksi eli paine pienenee noin 14% kun korkeus kasvaa 1 km.



Vastauksen pituus: 1164 merkkiä.

13. Leija 12 p.

Ohessa on deltoidi eli leija. Leijan kehikon tukiosat AC ja BD ovat kohtisuorassa toisiaan vasten. Lisäksi tämän sateenkaarileijan kulmat A ja C ovat suoria kulmia.

a) Määritä leijan piiri senttimetrien tarkkuudella, jos leijassa olevan pienemmän kolmion kateetit ovat 15 cm ja 25cm (3 p.)

b) Määritä leijan pinta-ala kolmella merkitsevällä numerolla. Ilmoita tulos neliödesimetreinä. (3 p.)

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

c) Piirrä sateenkaarileijan mallikuvan mukainen sateenkaarileija piirto-ohjelmalla värejä käyttäen. Merkitse kärkipisteet A, B, C ja D ja niiden koordinaatit näkyviin. Oleta, että leijan kärjestä C=(25,0) lähtevät janat jakavat vastaiset sivut keskenään yhtäpitkiin osiin. (3 p.)

d) Määritä c-kohdan väritettyjen osien pinta-alat neliösenttimetrin tarkkuudella. Voit selvittää pinta-alat mittaamalla. (3 p.)

Aineisto

13.A Sateenkaarileija

a) Tukikehikot jakavat leijan 4 kolmioon. Vierekkäiset kolmiot ovat identtisiä. Olkoon piste O kehikon tukiosien AC ja BD leikkauspisteessä. Nyt kolmio BOC on suorakulmainen kolmio ja sen kateetit ovat 15 ja 25 (koska se on pienempi kolmioista aineiston kuvassa) Sen hypotenuusan pituus on Pythagoraan lauseella:

$$15^2 + 25^2 = c^2$$

$$\text{l1} = \text{RatkaiseNumeerisesti}(15^2 + 25^2 \vdots x$$

$$\approx \{x = -29.15, x = 29.15\}$$

laskimella:
eli sen pituus on noin 29,15.

Olkoot CD=x ja DO=y. Nyt kolmiot BDC ja DOC ovat yhdenmuotoiset (molemmissa suora kulma ja kulma C). Muodostetaan yhtälöpari näistä kahdesta kolmiosta käyttämällä molempiin Pythagoraan lausetta.

$$\begin{cases} x^2 + 29{,}15^2 = (y+15)^2 \\ 25^2 + y^2 = x^2 \end{cases}$$

ratkaistaan geogebralla (eli kirjoitetaan aluksi molemmat yhtälöt syöttökenttään ja määritetään leikkauspisteet. Tämä toimii vain jos muuttujat ovat x ja y)

$\text{eq1}: x^2 + 29.15^2 = (y + 15)^2$

$\text{eq2}: 25^2 + y^2 = x^2$

$\text{Leikkauspiste(eq1, eq2)}$

$= E = (-48.58, 41.66)$

$F = (48.58, 41.66)$

Piste E hylätään.

$$x = 48{,}58$$

$$y = 41{,}66$$

Leija piiri on sen ympärysmitta:

$$2 \cdot c + 2 \cdot x = 2 \cdot 29{,}15 + 2 \cdot 48{,}58 = 155{,}46$$

Leijan piiri on noin 155cm

b) Leija koostuu 4 kolmiosta:
BOC, COD, AOD ja AOB.

Kolmiot AOB ja BOC ovat identtisiä. Kolmiot AOD ja COD ovat identtisiä.
Kolmion AOB pinta-ala:

$$\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 15 = 187{,}5$$

Kolmion COD pinta-ala: $\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot y = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 41{,}66 = 520{,}75$

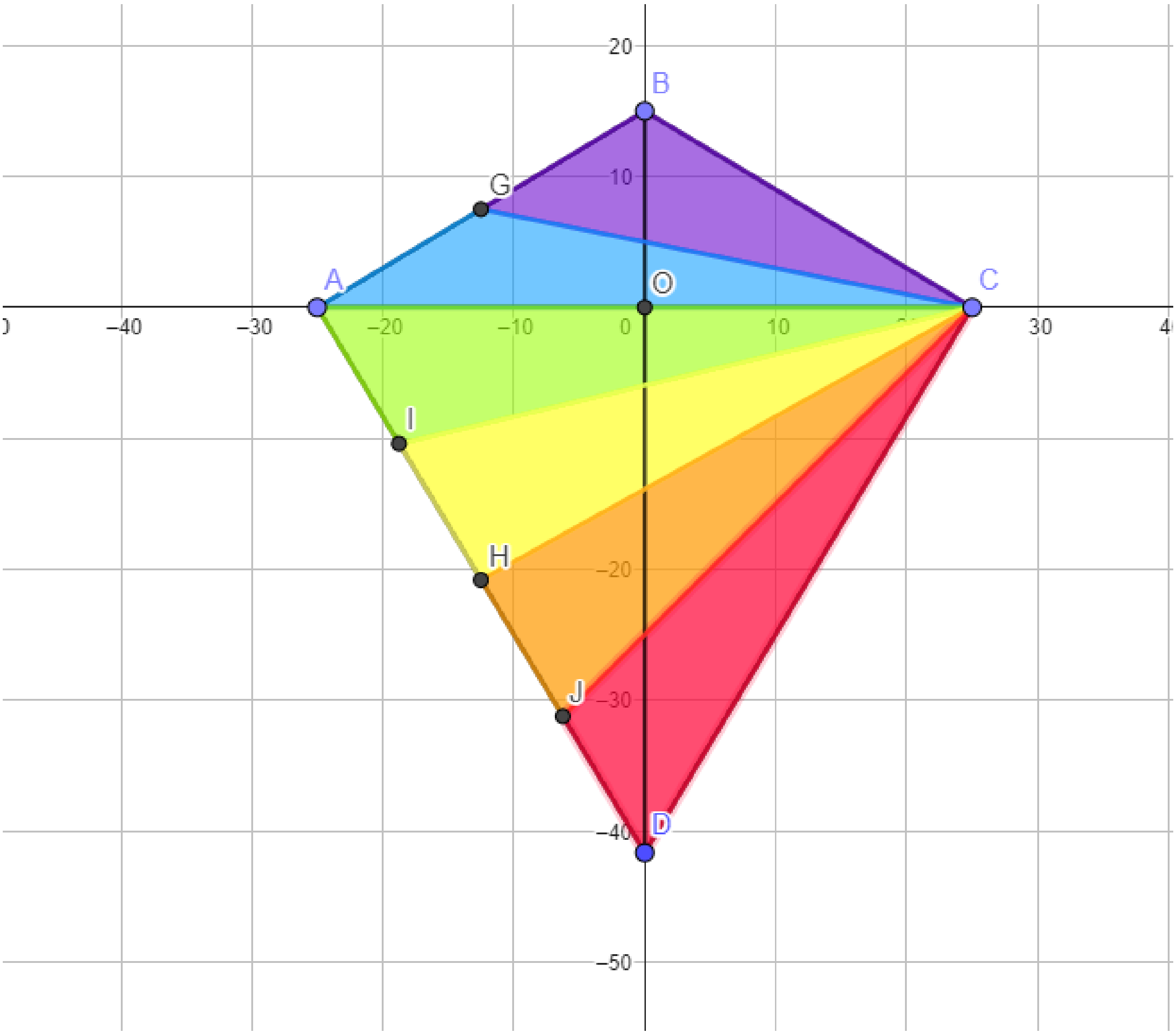
Eli leijan pinta-ala:

$$2 \cdot 187{,}5 + 2 \cdot 520{,}75 = 1416{,}5$$

Tämä on yksikköä neliösenttimetri eli muunnetaan neliödesimetreiksi:

$$1416{,}5\ cm^2 = \frac{1416{,}5}{10^2} dm^2 = 14{,}165 dm^2 \approx 14{,}2 dm^2$$

c)



B = Piste(yAkseli)

= (0, 15)

A = Piste(xAkseli)

= (-25, 0)

C = Piste(xAkseli)

= (25, 0)

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.

D = (0, -41.67)

Vihjeet piirtämiseen:
Sivujen AB ja AD jakaminen yhtäpitkiin osiin onnistuu keskipiste-komennolla
Väritetyt alueet monikulmio komennolla kun keskipisteet on määritetty ja monikulmion asetuksista voi valita värin.

d) Pinta-alat saadaan suoraan ohjelmistosta.

k1 = Monikulmio(G, C, B)

= 187.5

k2 = Monikulmio(G, C, A)

= 187.5

k3 = Monikulmio(I, C, A)

= 260.42

k4 = Monikulmio(H, C, I)

= 260.42

k5 = Monikulmio(J, C, H)

= 260.42

k6 = Monikulmio(D, C, J)

= 260.42

Vastauksen pituus: 1127 merkkiä.

Kokeen tehtävät loppuvat tähän.

Siirry tarkastelemaan vastauksiasi

Tarkastelun jälkeen voit vielä palata muokkaamaan vastauksia, tai päättää kokeen.

Osa 2: Vastaa kolmeen tehtävään.
Osa 3: Vastaa kolmeen tehtävään.