

Luku 5 – Tehtävien malliratkaisut

5.1

a)

Suorakulmiossa vastakkaiset sivut ovat yhtä pitkät.

Lasketaan piiri ja pinta-ala.

$$p = 2 \cdot 2,14 + 2 \cdot 5,02 = 14,32 \text{ (cm)}$$

$$A = 5,02 \cdot 2,14 = 10,7428 \approx 10,7 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b)

Suorakulmion lävistäjä on 12 m. Merkitään suorakulmaisen kolmion kantaa kirjaimella x ja ratkaistaan sen pituus Pythagoraan lauseen avulla.

$$x^2 + 8,8^2 = 12^2$$

$$x^2 = 66,56$$

$$x = \pm\sqrt{66,56}$$

$$x = 8,158 \dots \text{ (cm)}$$

Lasketaan piiri ja pinta-ala.

$$p = 2 \cdot 8,158 \dots + 2 \cdot 8,8 = 33,916 \dots \approx 34 \text{ (m)}$$

$$A = 8,158 \dots \cdot 8,8 = 71,794 \dots \approx 72 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vastaus a) $p = 14,32 \text{ cm}$, $A \approx 10,7 \text{ cm}^2$

 b) $p \approx 34 \text{ m}$, $A \approx 72 \text{ m}^2$

5.2

Kehys kasvattaa julisteen leveyttä ja korkeutta 3,0 cm molempiin suuntiin.

Kehystetyn julisteen korkeus on

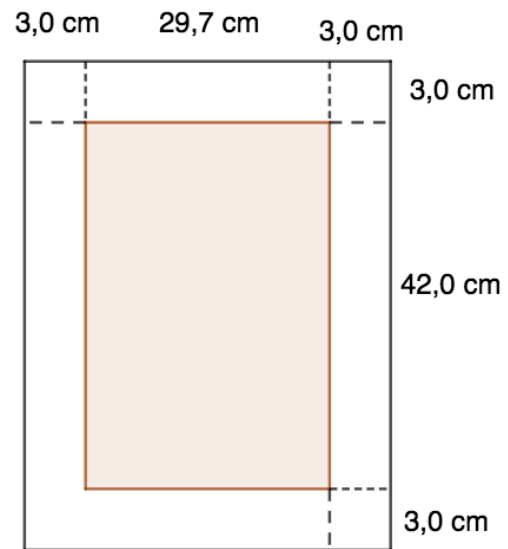
$$42,0 + 2 \cdot 3,0 = 48,0 \text{ (cm)}$$

ja leveys

$$29,7 + 2 \cdot 3,0 = 35,7 \text{ (cm)}.$$

Kehystetyn julisteen pinta-ala on

$$A = 35,7 \cdot 48,0 = 1713,6 \approx 1714 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Vastaus 1714 cm²

5.3

Korkeuden ja kannan suhde on 1:7, joten kun korkeuden pituus on x , niin kannan pituus on $7x$.

Suorakulmion piiri on tällöin $2 \cdot x + 2 \cdot 7x$.


Muodostetaan piirin avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 2 \cdot 7x &= 560 \\ 2x + 14x &= 560 \\ 16x &= 560 \quad | : 16 \\ x &= 35 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

Suorakulmion korkeus on 35 mm ja kanta $7 \cdot 35 \text{ mm} = 245 \text{ mm}$.

Lasketaan suorakulmion pinta-ala.

$$A = 35 \text{ mm} \cdot 245 \text{ mm} = 8575 \text{ mm}^2 \approx 86 \text{ cm}^2$$



$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$

Vastaus 86 cm^2

5.4

a)

Suorakulmion pinta-ala on

$$A_{\text{suorakulmio}} = 19 \text{ cm} \cdot 26 \text{ cm} = 494 \text{ cm}^2 \approx 490 \text{ cm}^2.$$

Sisään piirretyn kolmion korkeusjana on yhtä pitkä, kuin suorakulmion korkeus, joten kolmion pinta-ala on

$$A_{\text{kolmio}} = \frac{19 \text{ cm} \cdot 26 \text{ cm}}{2} = 247 \text{ cm}^2 \approx 250 \text{ cm}^2.$$

b)

Suorakulmion pinta-ala on

$$A_{\text{suorakulmio}} = 1,8 \text{ dm} \cdot 3,4 \text{ dm} = 6,12 \text{ dm}^2 \approx 6,1 \text{ dm}^2.$$

Sisään piirretyn kolmion korkeusjana on puolet suorakulmion kannasta eli

$$\frac{3,4 \text{ dm}}{2} = 1,7 \text{ dm}.$$

Kolmion pinta-ala on

$$A_{\text{kolmio}} = \frac{1,7 \text{ dm} \cdot 1,8 \text{ dm}}{2} = 1,53 \text{ dm}^2 \approx 1,5 \text{ dm}^2.$$

Vastaus a) $A_{\text{suorakulmio}} \approx 490 \text{ cm}^2$, $A_{\text{kolmio}} \approx 250 \text{ cm}^2$

 b) $A_{\text{suorakulmio}} \approx 6,1 \text{ dm}^2$, $A_{\text{kolmio}} \approx 1,5 \text{ dm}^2$

5.5

Merkitään suorakulmion kantaa kirjaimella x (cm). Tällöin korkeus on $x + 15$ cm.

Suorakulmion piiri on tällöin $2 \cdot x + 2 \cdot (x + 15)$ (cm).

Muodostetaan piirin avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned}2 \cdot x + 2 \cdot (x + 15) &= 162 \\2x + 2x + 30 &= 162 \\4x &= 132 \quad | : 4 \\x &= 33 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Suorakulmion korkeus on 33 cm ja kanta $33 + 15 \text{ cm} = 48 \text{ cm}$.

Vastaus korkeus 33 cm, kanta 48 cm

5.6

Merkitään suorakulmion toista sivua kirjaimella x (dm).
Tällöin toisen sivun pituus on $x - 3,0$ dm.

Suorakulmion pinta-ala on tällöin $x \cdot (x - 3,0)$ (dm²).

Muodostetaan pinta-alan avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$x(x - 3,0) = 154$$

$$x^2 - 3,0x = 154$$

$$x = -11 \quad \text{tai} \quad x = 14$$

Sivun pituus on positiivinen luku, joten toinen sivu on 14 dm pitkä.
Toisen sivun pituus on tällöin $14 \text{ dm} - 3,0 \text{ dm} = 11 \text{ dm}$.

Vastaus 11 dm ja 14 dm

5.7

Suorakulmion kanta on
 $7 - (-3) = 7 + 3 = 10$.

Suorakulmion korkeus on
 $10 - 3 = 7$.

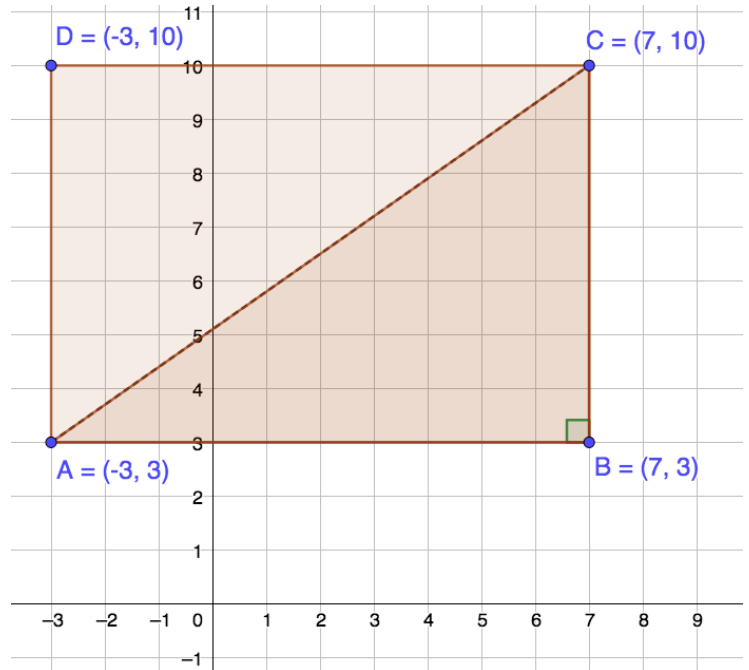
Suorakulmion lävistäjä jakaa suorakulmion kahteen suorakulmaiseen kolmioon.

Merkitään lävistäjää AC kirjaimella x ja ratkaistaan sen pituus Pythagoraan lauseen avulla.

$$10^2 + 7^2 = x^2$$

$$x = \pm\sqrt{149}$$

Lävistäjän pituus on positiivinen luku, joten $x = \sqrt{149}$.

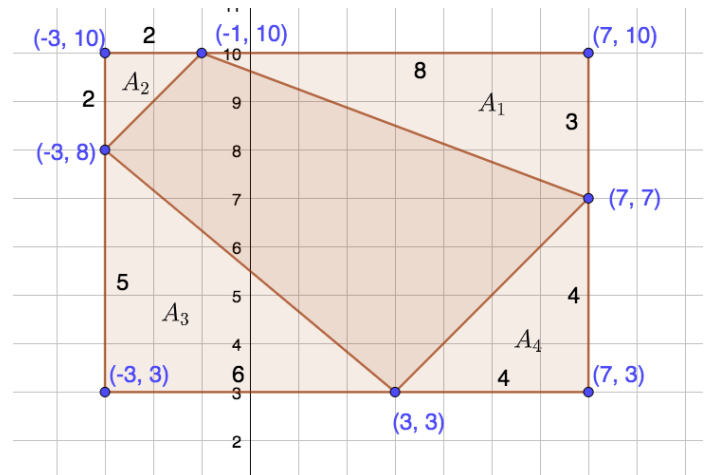


b)

Sijoitetaan pisteet koordinaatistoon ja piirretään nelikulmio.

Muodostuneen nelikulmion pinta-ala voidaan määrittää vähentämällä suorakulmion alasta pienten kolmioiden alat.

Lasketaan kolmioiden sivujen pituudet pisteiden koordinaattien avulla.



$$A_1 = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12 \quad A_2 = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \quad A_3 = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \quad A_4 = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$$

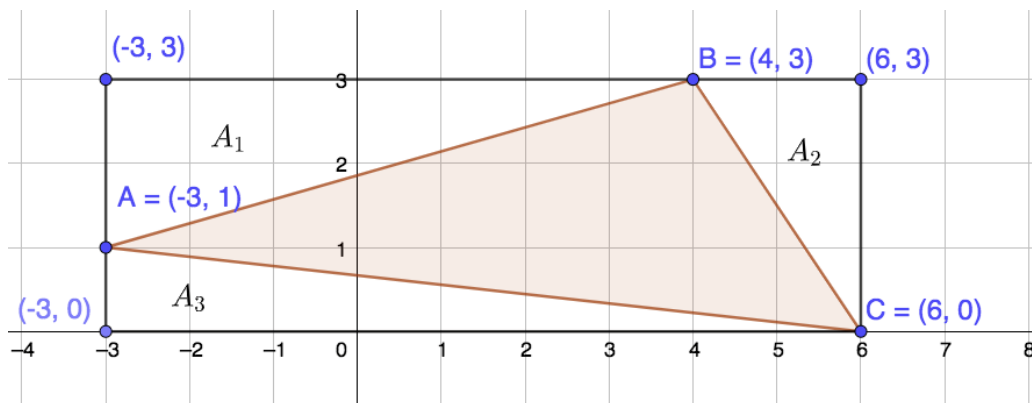
Suorakulmion pinta-ala on $10 \cdot 7 = 70$, joten nelikulmion pinta-ala on

$$A_{\text{nelikulmio}} = 70 - (12 + 2 + 15 + 8) = 33.$$

Vastaus a) $\sqrt{149}$ b) 33

5.8

Piirretään kolmion ulkopuolelle suorakulmio, jonka sivuilla kolmion kärkipisteet ovat.



Kolmion pinta-ala saadaan vähentämällä suorakulmion pinta-alasta pienempien kolmioiden alat.

Suorakulmion kanta on $6 - (-3) = 6 + 3 = 9$ ja korkeus $3 - 0 = 3$, joten sen pinta-ala on $9 \cdot 3 = 27$.

Lasketaan pienempien kolmioiden pinta-alat.

$$A_1 = \frac{(3 - 1) \cdot (4 - (-3))}{2} = \frac{2 \cdot 7}{2} = 7$$

$$A_2 = \frac{(6 - 3) \cdot (6 - 4)}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

$$A_3 = \frac{(6 - (-3)) \cdot (1 - 0)}{2} = \frac{9 \cdot 1}{2} = 4,5$$

Lasketaan kolmioiden sivujen pituudet koordinaattien avulla.

Kolmion ABC pinta-ala on siis $A_{ABC} = 27 - (7 + 3 + 4,5) = 12,5$.

Vastaus 12,5

5.9

Tasasivuisen kolmion sivun pituus on sama kuin neliön sivun pituus 600 mm.

Tasasivuisen kolmion korkeusjana puolittaa kannan, joten kannan pituus on

$$\frac{600 \text{ mm}}{2} = 300 \text{ mm}.$$

Korkeusjana jakaa tasasivuisen kolmion kahteen suorakulmaiseen kolmioon. Lasketaan tasakylkisen kolmion korkeus h Pythagoraan lauseen avulla.

$$h^2 + 300^2 = 600^2$$
$$h = \pm 519,615 \dots (\text{mm})$$

Korkeus on positiivinen, joten $h = 519,615 \dots \text{ mm}$.

Lasketaan tasasivuisen kolmion ja neliön pinta-alat.

$$A_{\text{kolmio}} = \frac{600 \text{ mm} \cdot 519,615 \dots \text{ mm}}{2} = 155884,57 \dots \text{ mm}^2$$

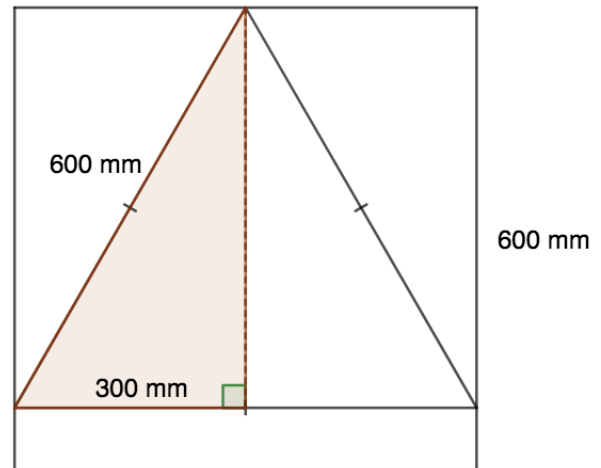
$$A_{\text{neliö}} = 600 \text{ mm} \cdot 600 \text{ mm} = 360000 \text{ mm}^2$$

Sinisen alueen pinta-ala saadaan vähentämällä kolmion pinta-ala neliön alasta.

Verrataan sinistä pinta-alaa neliön pinta-alaan.

$$\frac{A_{\text{sininen}}}{A_{\text{neliö}}} = \frac{A_{\text{neliö}} - A_{\text{kolmio}}}{A_{\text{neliö}}} = \frac{360000 - 155884,57 \dots}{360000} = 0,5669 \dots \approx 57\%$$

Vastaus 57 %



5.10

a)

Lasketaan ensin huoneen pinta-ala.

$$A = 3,0 \text{ m} \cdot 5,2 \text{ m} = 15,6 \text{ m}^2$$

Yksi neliömetri parkettia maksaa 21,95 €. Näin ollen parketti koko huoneeseen maksaa

$$15,6 \text{ m}^2 \cdot 21,95 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} = 342,42 \text{ €} \approx 340 \text{ €}.$$

b)

Lasketaan ensin suorakulmion muotoisen huoneen piiri.

$$p = 2 \cdot 3,0 + 2 \cdot 5,2 = 16,4 \text{ (m)}$$

Koska oviaukkoihin ei tarvita listaa, tarvitaan listaa yhteensä

$$16,4 \text{ m} - 2 \cdot 1,4 \text{ m} = 13,6 \text{ m}.$$

Vastaus **a)** 342,42 € \approx 340 €

b) 13,6 m

5.11

a)

Pelto on neliön muotoinen, joten sen kaikki sivut ovat yhtä pitkät. Merkitään sivun pituutta kirjaimella x .

Pellon pinta-ala on $900 \text{ a} = 90000 \text{ m}^2$ ja pinta-alan lauseke on $x \cdot x = x^2$.
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned}x^2 &= 90000 \\x &= \pm 300 \text{ (m)}\end{aligned}$$

Pituus on positiivinen, joten pellon sivun pituus on 300 m.

Pellon piiri on $4 \cdot 300 \text{ m} = 1200 \text{ m}$.

b)

Yhteen hehtaariin kuluu 13 kg lannoitetta. Lasketaan, kuinka suureen pinta-alaan kuluu 36,4 kg lannoitetta.

$$\frac{36,4 \text{ kg}}{13 \frac{\text{kg}}{\text{ha}}} = 2,8 \text{ ha} = 28000 \text{ m}^2.$$

Merkitään pienemmän pellon sivun pituutta kirjaimella s , jolloin pellon pinta-alan lauseke on s^2 . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan s .

$$\begin{aligned}s^2 &= 28000 \\s &= \pm 167,332 \dots \text{ (m)}\end{aligned}$$

Sivun pituudeksi kelpaa vain positiivinen luku, joten $s = 167,332 \dots \text{ m} \approx 170 \text{ m}$.

Vastaus **a)** 1200 m

b) 170 m

5.12

Kylpyhuone on neliönmuotoinen, joten sen jokaisella sivulla on yhtä monta laattaa.

Merkitään laattojen määrää yhdellä sivulla kirjaimella x . Näin ollen neliön muotoisessa lattiassa on x^2 laattaa. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$x^2 = 4900$$

$$x = \pm 700$$

Laattojen määrä on positiivinen, joten yhdellä sivulla on 700 laattaa.

Näin ollen yhden sivun pituus on $700 \cdot 3,0 \text{ cm} = 210 \text{ cm} = 2,1 \text{ m}$.

Kylpyhuoneen mitat ovat siis $2,1 \text{ m} \times 2,1 \text{ m}$.

Vastaus $2,1 \text{ m} \times 2,1 \text{ m}$

5.13

Kolmion pinta-ala saadaan vähentämällä neliön pinta-alasta pienempien kolmioiden pinta-alat.

Neliön pinta-ala on $10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$.

Koska tiedetään, että neliön jokainen sivu on 10 cm, kolmioiden kanta ja korkeus voidaan laskea.

Lasketaan pienempien kolmioiden pinta-alat.

$$A_1 = \frac{10 \cdot (10 - 3)}{2} = \frac{10 \cdot 7}{2} = 35 \text{ (cm}^2\text{)}$$

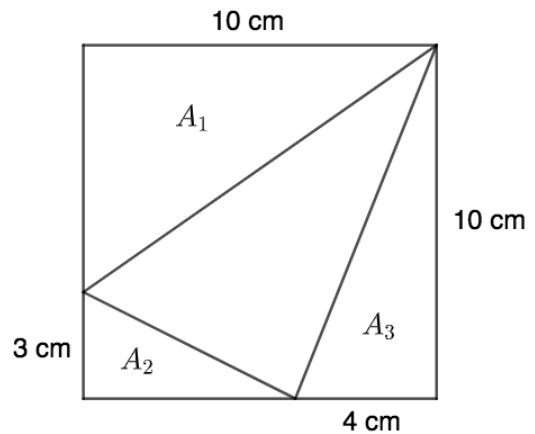
$$A_2 = \frac{3 \cdot (10 - 4)}{2} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$A_3 = \frac{10 \cdot 4}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Lasketaan neliön sisään piirretyn kolmion pinta-ala

$$A_{\text{kolmio}} = 100 - (35 + 9 + 20) = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vastaus 36 cm^2



5.14

Merkitään suorakulmion korkeutta kirjaimella x (cm). Tällöin suorakulmion kanta on $x + 2$ cm.

Muodostetaan suorakulmion piirin avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned}2 \cdot x + 2 \cdot (x + 2) &= 72 \\2x + 2x + 4 &= 72 \\4x &= 68 \\x &= 17 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Suorakulmion korkeus on siis 17 cm ja kanta $17 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 19 \text{ cm}$.

Lasketaan suorakulmion pinta-ala.

$$A = 19 \text{ cm} \cdot 17 \text{ cm} = 323 \text{ cm}^2 \approx 320 \text{ cm}^2$$

Vastaus $323 \text{ cm}^2 \approx 320 \text{ cm}^2$

5.15

Suorakulmion sivujen suhde on $2 : 5$, joten toisen sivun pituus on $2x$ ja toisen sivun $5x$.

Suorakulmion pinta-ala on 2800 cm^2 ja pinta-alan lauseke on $2x \cdot 5x = 10x^2$.

Muodostetaan pinta-alan avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$10x^2 = 2800 \quad | : 10$$

$$x^2 = 280$$

$$x = \pm\sqrt{280}$$

$$x = 16,733 \dots \text{ (cm)}$$

Lasketaan suorakulmion piiri.

$$p = 2 \cdot 2x + 2 \cdot 5x = 2 \cdot 2 \cdot 16,733 \dots + 2 \cdot 5 \cdot 16,733 \dots = 234,264 \dots \approx 230 \text{ cm}$$

Vastaus 230 cm

5.16

a)

Muodostetaan suorakulmainen kolmio, jonka hypotenuusa on yksi neliön sivuista.

Suorakulmaisen kolmion kateettien pituudet saadaan neliön kärkipisteiden koordinaattien avulla.

Kateettien pituudet ovat

$$7 - (-1) = 8 \text{ ja } -1 - (-3) = 2.$$

Merkitään neliön sivun pituutta kirjaimella x ja ratkaistaan se Pythagoraan lauseen avulla.

$$\begin{aligned} 8^2 + 2^2 &= x^2 \\ x &= \pm \sqrt{68} \end{aligned}$$

Pituus on positiivinen, joten neliön sivun pituus on $x = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$.

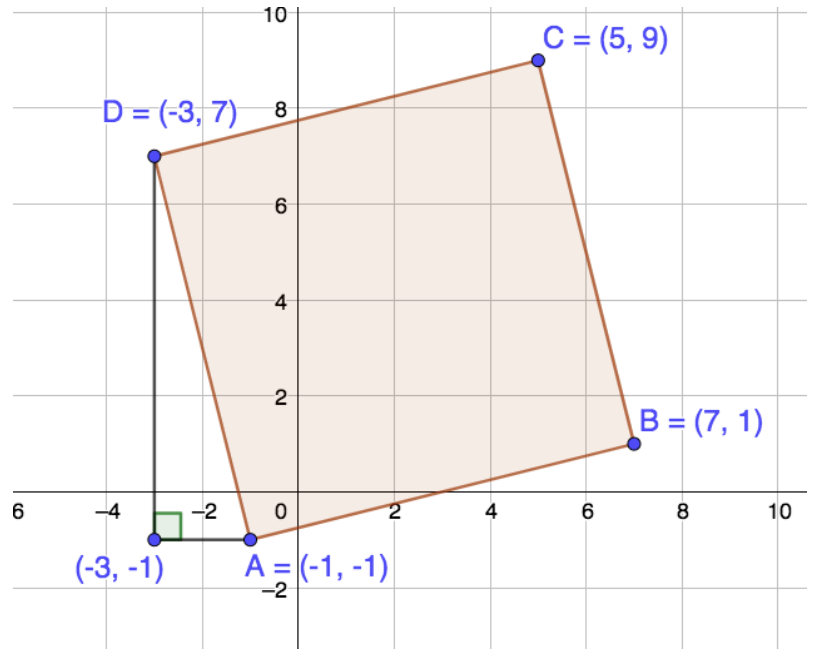
Neliön pinta-ala on $A = x^2 = \sqrt{68}^2 = 68$.

b)

Neliön lävistäjä on suorakulmaisen kolmion hypotenuusa, jonka kateetteja ovat neliön sivut. Merkitään lävistäjän pituutta kirjaimella s ja ratkaistaan se Pythagoraan lauseella.

$$\begin{aligned} \sqrt{68}^2 + \sqrt{68}^2 &= s^2 \\ s &= \pm \sqrt{136} \end{aligned}$$

Sivun pituus on positiivinen, joten $s = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$.

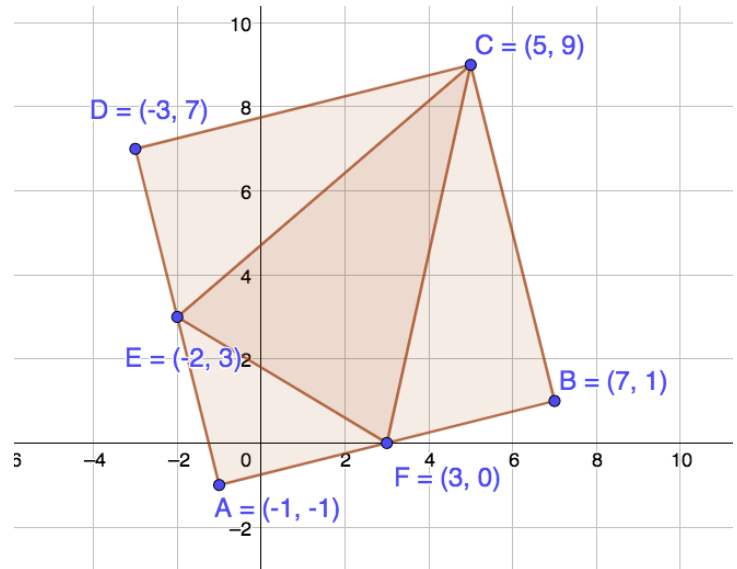


c)

Piirretään pisteet ja kolmio kuvaan.

Koska pisteet E ja F ovat janojen keskipisteitä, ne jakavat janat AD ja AB kahteen yhtä pitkään osaan.

Näin ollen janojen DE , EA , AF ja FB pituus on $\frac{2\sqrt{17}}{2} = \sqrt{17}$.



Piirretyn kolmion pinta-ala saadaan vähentämällä neliön pinta-alasta pienempien kolmioiden pinta-alat. Lasketaan ensin pienempien kolmioiden alat.

$$A_{CDE} = \frac{\sqrt{17} \cdot 2\sqrt{17}}{2} = 17$$

$$A_{FEA} = \frac{\sqrt{17} \cdot \sqrt{17}}{2} = 8,5$$

$$A_{CFB} = \frac{\sqrt{17} \cdot 2\sqrt{17}}{2} = 17$$

Kolmion EFC pinta-ala on siis

$$A_{EFC} = 68 - (17 + 8,5 + 17) = 25,5.$$

Vastaus a) pituus $\sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ ja pinta-ala 68

b) $\sqrt{136} = 2\sqrt{34}$

c) 25,5

5.17

a)

Koska sakaran leveys on 12 cm, sakaran pituus on $12 \text{ cm} + \frac{1}{6} \cdot 12 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$.

Risti muodostuu neljästä suorakulmiosta, joiden sivut ovat 12 cm ja 14 cm, sekä yhdestä neliöstä, jonka sivun pituus 12 cm.

Lasketaan ristin pinta-ala.

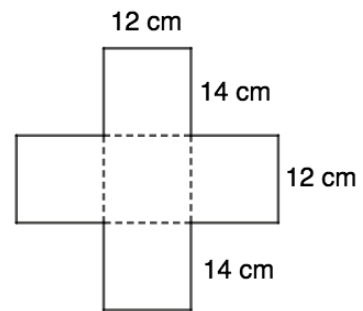
$$A_{\text{risti}} = 4 \cdot 12 \cdot 14 + 12 \cdot 12 = 816 \approx 820 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b)

Lipun pinta-ala on $A_{\text{lippu}} = (44 \text{ cm})^2 = 1936 \text{ cm}^2$.

Verrataan ristin pinta-alaa lipun pinta-alaan.

$$\frac{A_{\text{risti}}}{A_{\text{lippu}}} = \frac{816 \text{ cm}^2}{1936 \text{ cm}^2} = 0,4214 \dots \approx 42 \%$$



Vastaus a) $816 \text{ cm}^2 \approx 820 \text{ cm}^2$

 b) 42 %

5.18

a)

Koska raitoja on yhtä monta, valkoisia ja mustia raitoja on yhteensä $40 + 40 = 80$.

Yhden raidan leveys on 4 cm, joten maton pituus on $80 \cdot 4 \text{ cm} = 320 \text{ cm}$.

Maton leveys on sama kuin raidan pituus eli 80 cm.

Maton mitat ovat siis $80 \text{ cm} \times 320 \text{ cm}$.

b)

Maton pinta-ala on $A = 80 \text{ cm} \cdot 320 \text{ cm} = 25600 \text{ cm}^2 = 2,56 \text{ m}^2$.

Jos yksi neliömetri mattoa painaa 1,8 kg, niin kysytty matto painaa

$$2,56 \text{ m}^2 \cdot 1,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 4,608 \text{ m}^2 \approx 4,6 \text{ kg}.$$

Vastaus **a)** $80 \text{ cm} \times 320 \text{ cm}$

b) 4,6 kg

5.19

Lasketaan ensi magneettitaulun pinta-ala.

$$A = 1,80 \text{ m} \cdot 1,10 \text{ m} = 1,98 \text{ m}^2$$

Seinä maalataan kolmeen kertaan, joten maalia tarvitaan $3 \cdot 1,98 = 5,94$ neliömetrille.

Koska yksi litra maalia riittää $1,4$ neliömetrin maalaamiseen, niin puolen litran purkillä voi maalata $\frac{1,4 \text{ m}^2}{2} = 0,7 \text{ m}^2$.

Maalia tarvitaan siis $\frac{5,94}{0,7} = 8,485 \dots$ purkkia.

Koska maalipurkit myydään kokonaisina, tarvitsee ostaa 9 purkkia maalia.

Nämä maksavat $9 \cdot 52,60 \text{ €} = 476,10 \text{ €}$.

Vastaus $476,10 \text{ €}$

5.20

Merkitään lattian sivun pituutta kirjaimella x (m²).

Tällöin lattian pinta-alan lauseke on x^2 (m²).

Lasketaan, kuinka monta neliömetriä petsiä on pitänyt laittaa.

$$\frac{43,20 \text{ €}}{0,40 \frac{\text{€}}{\text{m}^2}} = 108 \text{ m}^2$$

Koska lattia on käsitelty kolmeen kertaan, lattian pinta-ala on $A = \frac{108 \text{ m}^2}{3} = 36 \text{ m}^2$.
Muodostetaan lattian pinta-alan avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned} x^2 &= 36 \\ x &= \pm 6 \end{aligned}$$

Sivun pituus on positiivinen, joten sivun pituus on $x = 6$ m.

Vastaus 6 m

5.21

Merkitään hiekkakentän sivun pituutta kirjaimella x (m). Neliön muotoisen kentän pinta-ala on $81 \text{ a} = 8100 \text{ m}^2$.

Muodostetaan pinta-alan avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned}x^2 &= 8100 \\x &= \pm 90\end{aligned}$$

Sivun pituus on aina positiivinen, joten $x = 90 \text{ m}$.

Yhden kierroksen pituus on neliön piiri, eli $4 \cdot 90 \text{ m} = 360 \text{ m}$.

Kerstinin on juostava siis $\frac{2100 \text{ m}}{360 \text{ m}} \approx 5,833 \dots$ eli vähintään 6 kierrosta.

Eemilin on juostava $\frac{2800 \text{ m}}{360 \text{ m}} \approx 7,777 \dots$ eli vähintään 8 kierrosta.

Vastaus Eemil 8 kierrosta, Kerstin 6 kierrosta

5.22

Nurmikentän pinta-ala on aluksi $A = 20,0 \text{ m} \cdot 12,0 \text{ m} = 240 \text{ m}^2$.

Kun pinta-ala kaksinkertaistetaan, se on $2A = 2 \cdot 240 \text{ m}^2 = 480 \text{ m}^2$.

Merkitään lisättävän nurmikaistaleen leveyttä kirjaimella x (m).

Tällöin nurmikentän sivujen pituudet ovat $20,0 + x$ (m) ja $12,0 + x$ (m).

Muodostetaan uuden pinta-alan avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$(20,0 + x)(12,0 + x) = 480$$
$$x = -38,271 \dots \text{ tai } x = 6,271 \dots$$

Pituus on positiivinen, joten nurmikaistaleen leveys on $x = 6,271 \dots \text{ m}$.

Suurennetun nurmikentän pituus on $20,0 \text{ m} + 6,271 \dots \text{ m} = 26,271 \dots \text{ m} \approx 26,3 \text{ m}$
ja leveys $12,0 \text{ m} + 6,271 \dots \text{ m} = 18,271 \dots \text{ m} \approx 18,3 \text{ m}$.

Vastaus pituus 26,3 m, leveys 18,3 m