Luku 3 – Tehtävien malliratkaisut

3.1

a)

Kulman α vastaisen kateetin pituus on 3 ja viereisen kateetin pituus on 5.

$$\tan\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}$$

b)

Kulman α vastaisen kateetin pituus on 3, mutta hypotenuusan pituutta ei tiedetä. Ratkaistaan se Pythagoraan lauseen avulla. Merkitään hypotenuusan pituutta kirjaimella *x.*

$$\begin{aligned} 3^2 + 5^2 &= x^2 \\ x^2 &= 34 \\ x &= \pm\sqrt{34} \end{aligned}$$

Pituus on aina positiivinen, joten hypotenuusan pituus on 6. Nyt voidaan muodostaa $\sin\alpha$.

$$\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\sin\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

c)

Kulman β viereisen kateetin pituus on 3 ja hypotenuusan pituus on 5.

$$\cos\beta = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\cos\beta = \frac{\text{viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

Vastaus **a)** $\tan\alpha = \frac{3}{5}$ **b)** $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}$ **c)** $\cos\beta = \frac{3}{\sqrt{34}}$

3.2

a)

Kolmiosta halutaan selvittää tunnetun kulman vastaisen kateetin pituus *x*.
Kolmion hypotenuusa tunnetaan, joten sivun pituus voidaan ratkaista sinin avulla.

$$\sin 25° = \frac{x}{17{,}4} \quad | \cdot 17{,}4$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

$$x = 17{,}4 \cdot \sin 25°$$

$$x = 7{,}353\ldots \approx 7{,}4 \text{ (cm)}$$

b)

Kolmiosta halutaan selvittää hypotenuusan pituus *x.* Tunnetun kulman viereinen kateetti tunnetaan, joten hypotenuusan pituus voidaan ratkaista kosinin avulla.

$$\cos 32° = \frac{45}{x} \quad | \cdot x$$

$$\cos \beta = \frac{\text{viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

$$x \cdot \cos 32° = 45 \quad | : \cos 32°$$

$$x = \frac{45}{\cos 32°}$$

$$x = 53{,}06\ldots \approx 53 \text{ (mm)}$$

Vastaus **a)** 7,4 cm

b) 53 mm

3.3

a)

Kulman α vastaisen kateetin pituus on 5,02 cm ja viereisen kateetin pituus on 3,45. Ratkaistaan kulman suuruus tangentin avulla.

$$\tan\alpha = \frac{5{,}02}{3{,}45}$$

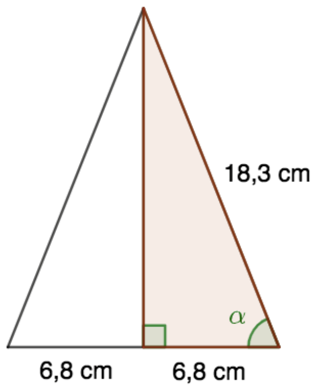
$$\boxed{\tan\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5{,}02}{3{,}45}\right)$$

$$\alpha = 55{,}501\ldots° \approx 56°$$

b)

Kolmio on tasakylkinen, joten sen korkeusjana jakaa kannan kahtia, jolloin syntyy kaksi yhtenevää suorakulmaista kolmiota.



Suorakulmaisessa kolmiossa hypotenuusa 18,3 cm ja toinen kateetti tasakylkisen kolmion kannan puolikas eli $\frac{13{,}6}{2} = 6{,}8$ (cm).

Ratkaistaan kulman α suuruus kosinin avulla.

$$\cos\alpha = \frac{6{,}8}{18{,}3}$$

$$\boxed{\cos\beta = \frac{\text{viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{6{,}8}{18{,}3}\right)$$

$$\alpha = 68{,}186\ldots° \approx 68°$$

Vastaus **a)** 56°

b) 68°

3.4

Merkitään tunnetun kulman vastaisen kateetin pituutta kirjaimella a ja viereisen kateetin pituutta kirjaimella *b.*

Tiedetään hypotenuusan pituus 7,2 m. Ratkaistaan vastaisen kateetin sivun pituus sinin avulla.

$$\sin 68° = \frac{a}{7,2} \quad | \cdot 7,2 \qquad \leftarrow \boxed{\sin\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}}$$

$$a = 7,2 \cdot \sin 68°$$

$$a = 6,675 \ldots \approx 6,7 \text{ (m)}$$

Ratkaistaan viereisen kateetin sivun pituus kosinin avulla.

$$\cos 63° = \frac{b}{7,2} \qquad \leftarrow \boxed{\cos\beta = \frac{\text{viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}}$$

$$b = 7,2 \cdot \cos 63°$$

$$b = 2,697 \ldots \approx 2,7 \text{ (m)}$$

Vastaus 2,7 m ja 6,7 m

3.5

Suorakulmaisesta kolmiosta tunnetaan kateettien pituudet 13,2 m ja 27,2 m.

Ratkaistaan kulmat tangentin avulla.

$$\tan\alpha = \frac{13,2}{27,2}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{13,2}{27,2}\right)$$

$$\alpha = 25,887\ldots° \approx 25,9°$$

$$\tan\beta = \frac{27,2}{13,2}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{27,2}{13,2}\right)$$

$$\beta = 64,113\ldots° \approx 64,1°$$

Vastaus $\alpha = 25,9°$ ja $\beta = 64,1°$

3.6

Tunnetun kulman vastaisen kateetin pituus on 6,13 m.
Ratkaistaan hypotenuusan pituus sinin avulla.

$$\sin 63{,}2° = \frac{6{,}13}{x} \qquad | \cdot x$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

$$x \cdot \sin 63{,}2° = 6{,}13 \qquad | : \sin 63{,}2°$$

$$x = \frac{6{,}13}{\sin 63{,}2°}$$

$$x = 6{,}867\ldots \approx 6{,}87 \text{ (m)}$$

Vastaus 6,87 m

3.7

a)

Suorakulmaisen kolmion toisen kateetin ja hypotenuusan pituudet tiedetään, joten toisen kateetin pituus saadaan Pythagoraan lauseen avulla. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan kateetin BC pituus.

$$
\begin{aligned}
4{,}4^2 + BC^2 &= 8{,}1^2 \\
BC^2 &= 8{,}1^2 - 4{,}4^2 \\
BC^2 &= 46{,}25 \qquad |\sqrt{} \\
BC &= \pm\sqrt{46{,}25} \\
BC &= \pm 6{,}8007\ldots
\end{aligned}
$$

Pituus on aina positiivinen luku, joten $BC = 6{,}8$ cm.

b)

Lasketaan terävien kulmien suuruudet. Merkitään kulmaa BAC kirjaimella α. Sen viereisen kateetin pituus on 4,4 cm ja hypotenuusan pituus on 8,1 cm. Ratkaistaan kulma kosinin avulla.

$$
\begin{aligned}
\cos\alpha &= \frac{4{,}4}{8{,}1} \\
\alpha &= \cos^{-1}\left(\frac{4{,}4}{8{,}1}\right) \\
\alpha &= 57{,}097\ldots° \approx 57{,}1°
\end{aligned}
$$

$$\boxed{\cos\beta = \frac{\text{viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}}$$

Merkitään kulmaa ACB kirjaimella β. Kolmion kulmien summa on 180°.
Lasketaan kulman β suuruus.

$$180° - 90° - 57{,}097\ldots° = 32{,}902\ldots° \approx 32{,}9°$$

c)

Valitaan kannaksi kateetti BC = 6,8007… cm, jolloin korkeus on janan AB pituus 4,4 cm.
Lasketaan kolmion pinta-ala.

$$A = \frac{6{,}8007\ldots \cdot 4{,}4}{2} = 14{,}961\ldots \approx 15{,}0\ (\text{cm}^2)$$

$$\boxed{A = \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2}}$$

Vastaus

a) 6,8 cm
b) 57,1° ja 32,9°
c) 15,0 cm^2

3.8

a)

Lasketaan ensin hypotenuusan pituus. Kulman 72° vastaisen kateetin pituus on 68 mm. Ratkaistaan hypotenuusan pituus sinin avulla.

$$\sin 72° = \frac{68}{x} \quad | \cdot x$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

$$x \cdot \sin 72° = 68 \quad | : \sin 72°$$

$$x = \frac{68}{\sin 72°}$$

$$x = 71{,}499\ldots \approx 71 \text{ (mm)}$$

Ratkaistaan toisen kateetin pituus tangentin avulla.

$$\tan 72° = \frac{68}{x} \quad | \cdot x$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}$$

$$x \cdot \tan 72° = 68 \quad | : \tan 72°$$

$$x = \frac{68}{\tan 72°}$$

$$x = 22{,}094\ldots \approx 22 \text{ (mm)}$$

b)

Valitaan kolmion kannaksi lyhyempi kateetti, jolloin kolmion korkeusjana on pidempi kateetti. Lasketaan kolmion pinta-ala.

$$A = \frac{22{,}094\ldots \cdot 68}{2} = 751{,}19\ldots \approx 750 \text{ (mm}^2\text{)}$$

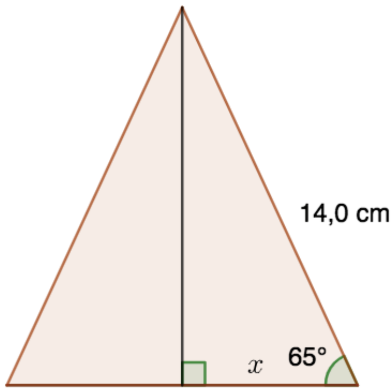
$$A = \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2}$$

Vastaus **a)** 22 mm ja 71 mm

b) 750 mm^2

3.9

Piirretään tasakylkiselle kolmiolle korkeusjana, joka jakaa kannan kahteen yhtä suureen osaan. Näin syntyy kaksi yhtenevää suorakulmaista kolmiota, joiden hypotenuusan pituus on 14,0 cm.



Merkitään suorakulmaisen kateettia kirjaimella x ja ratkaistaan se kosinin avulla.

$$\cos 65{,}0° = \frac{x}{14{,}0}$$

$$\cos \beta = \frac{\text{viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

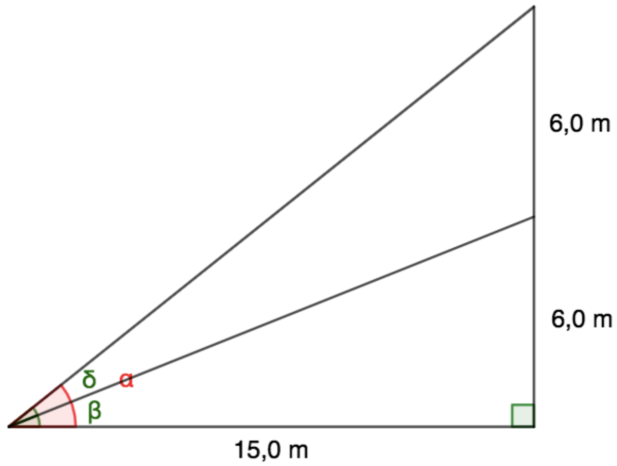
$$x = 14{,}0 \cdot \cos 65{,}0°$$

$$x = 5{,}916 \ldots \text{ (cm)}$$

Tasakylkisen kolmion kannan pituus on $2x = 2 \cdot 5{,}916 \ldots = 11{,}832 \ldots \approx 11{,}8$ (cm)

Vastaus 11,8 cm

3.10



Merkitään suuremman suorakulmaisen kolmion terävää kulmaa kirjaimella α ja pienemmän kirjaimella β. Tällöin pätee, että $\alpha = \beta + \delta$.

Kulman β vastaisen kateetin pituus on 6,0 m ja viereisen kateetin pituus on 15 m. Ratkaistaan kulman β suuruus tangentin avulla.

$$\tan\beta = \frac{6,0}{15}$$
$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{6,0}{15}\right)$$
$$\beta = 21,801\ldots°$$

Kulman α vastaisen kateetin pituus on $6,0 \text{ m} + 6,0 \text{ m} = 12,0 \text{ m}$ ja viereisen kateetin pituus 15 m. Hyödynnetään tangenttia kulman α ratkaisemisessa.

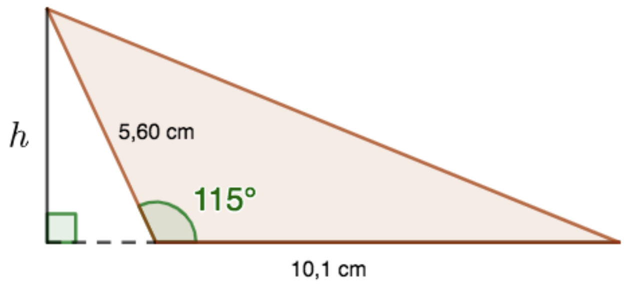
$$\tan\alpha = \frac{12,0}{15}$$
$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{12,0}{15}\right)$$
$$\alpha = 38,659\ldots°$$

Ratkaistaan kulman δ suuruus.

$$\alpha = \beta + \delta$$
$$\delta = \alpha - \beta$$
$$\delta = 38,659\ldots° - 21,801\ldots°$$
$$\delta = 16,858\ldots° \approx 17°$$

Vastaus 17°

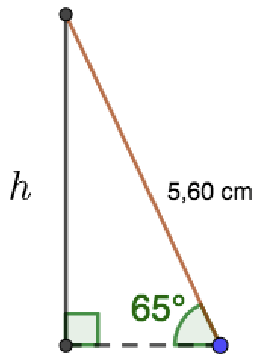
3.11



Kolmio on tylppäkulmainen. Jos kannaksi valitaan sivu, jonka pituus on 10,1 cm, niin korkeusjana on piirrettävä kannan jatkeelle. Tällöin muodostuu suorakulmainen kolmio. Merkitään terävää kulmaa kirjaimella α.

Kulmat α ja 115° muodostavat oikokulman, joten kulmien summa on 180°.

$\alpha = 180° - 115° = 65°$



Ratkaistaan suorakulmaisesta kolmiosta korkeus *h*.

$$\sin 65° = \frac{h}{5{,}60}$$

$$h = 5{,}075\ldots\ \text{(cm)}$$

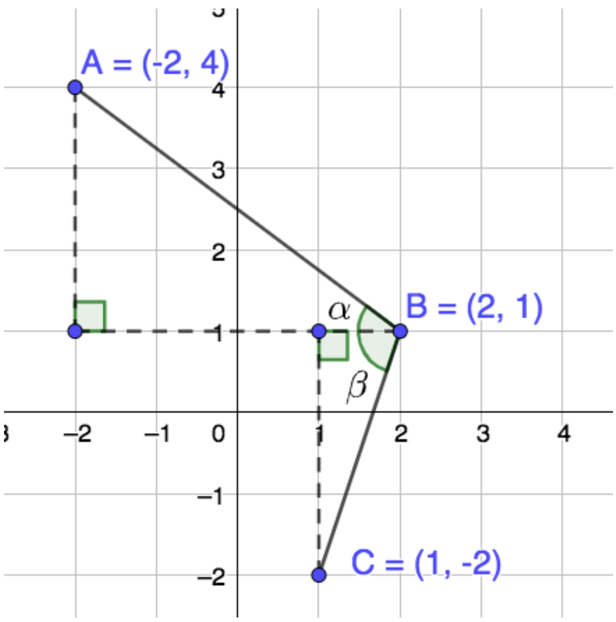
Lasketaan kolmion pinta-ala.

$$A = \frac{10{,}1 \cdot 5{,}075\ldots}{2} = 25{,}628\ldots \approx 25{,}6\ (\text{cm}^2)$$

$$\boxed{A = \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2}}$$

Vastaus 25,6 cm^2

3.12



Piirretään kuvaan suorakulmaiset kolmiot, joiden hypotenuusat ovat janat *AB* ja *BC.* Kolmioiden sivujen pituudet saadaan laskettua koordinaattien erotusten avulla.

Jaetaan kysytty kulma ABC kulmiin α ja β.

Ratkaistaan ensin kulman α suuruus.
Kulman vastaisen kateetin pituus on $4 - 1 = 3$ ja viereisen kateetin pituus $2 - (-2) = 4$.
Ratkaistaan kulma tangentin avulla.

$$\tan\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}$$

$$\alpha = 36{,}869\ldots°$$

Kulman β vastaisen kateetin pituus on $1 - (-2) = 3$ ja viereisen kateetin pituus $2 - 1 = 1$.

$$\tan\alpha = \frac{3}{1}$$

$$\alpha = 71{,}565\ldots°$$

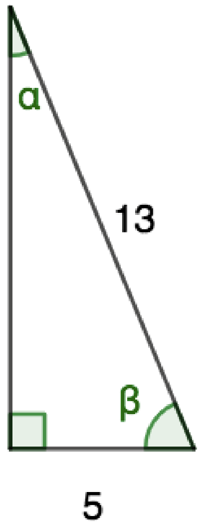
Lasketaan kulman ABC suuruus.

$$\sphericalangle ABC = 36{,}896\ldots° + 71{,}565\ldots° = 108{,}461\ldots° \approx 108°$$

Vastaus 108°

3.13

Kulman α sinin arvosta $\sin\alpha = \frac{5}{13}$ saadaan selville, että yhden mahdollisen suorakulmaisen kolmion yksi kateetti on pituudeltaan 5 ja hypotenuusan pituus on 13.



Merkitään toisen kateetin pituutta kirjaimella x ja ratkaistaan se Pythagoraan lauseen avulla.

$$\begin{aligned} 5^2 + x^2 &= 13^2 \\ x^2 &= 169 - 25 \\ x &= \pm\sqrt{144} \\ x &= \pm 12 \end{aligned}$$

Pituus on aina positiivinen, joten kateetin pituus on 12.

Nyt kolmion kaikki sivut tunnetaan, ja voidaan muodostaa kulman α kosini ja tangentti.

$$\cos\alpha = \frac{12}{13}$$

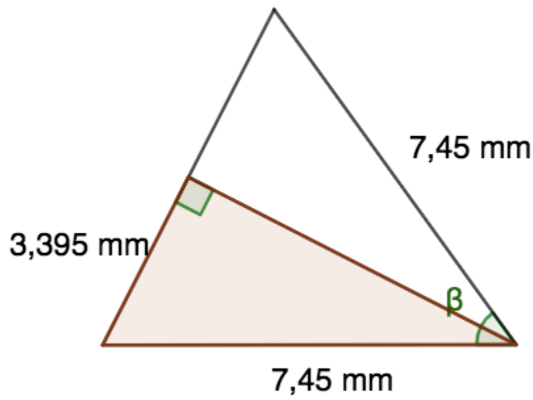
$$\cos\alpha = \frac{\text{viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

$$\tan\beta = \frac{12}{5}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}$$

Vastaus $\cos\alpha = \frac{12}{13}$ ja $\tan\beta = \frac{12}{5}$

3.14



Kolmio on tasakylkinen kolmio, jonka kannan pituus on 6,79 mm. Piirretään kolmioon korkeusjana, joka jakaa huippukulman β ja kannan kahteen yhtä suureen osaan. Samalla syntyy kaksi yhtenevää suorakulmaista kolmiota.

Merkitään huippukulman β puolikasta kirjaimella *x,* ja ratkaistaan se suorakulmaisen kolmion avulla.

Suorakulmaisen kolmion hypotenuusan pituus on 7,45 mm ja toisen kateetin pituus $\frac{6,79}{2} = 3,395$ (cm).
Ratkaistaan kulma x sinin avulla.

$$\sin x = \frac{3,395}{7,45}$$

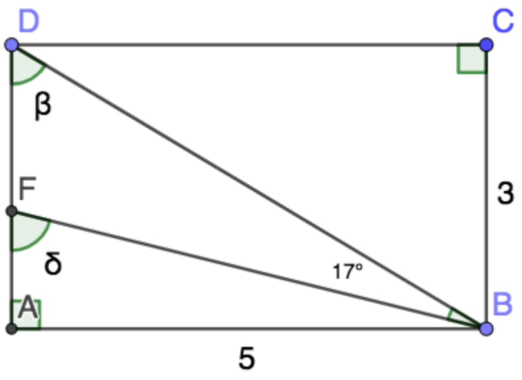
$$x = \sin^{-1}\left(\frac{3,395}{7,45}\right)$$

$$x = 27,110\ldots°$$

Huippukulma β on tällöin $2x = 2 \cdot 27,110\ldots° = 54,220\ldots° \approx 54,22°$.

Vastaus $\mathbf{54,22°}$

3.15



Lasketaan ensin kulma β suorakulmaisen kolmion *ABD* avulla. Kulman viereisen kateetin *AD* pituus on 3 ja vastaisen kateetin *AB* pituus on 5. Ratkaistaan kulman suuruus tangentin avulla.

$$\tan\beta = \frac{5}{3}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{3}\right)$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}$$

$$\beta = 59{,}0362\ldots° \approx 59°$$

Kolmion kulmien summa on 180°. Ratkaistaan tämän avulla kulma *DFB.*

$$\sphericalangle DFB = 180° - 17° - 59{,}0362\ldots° = 103{,}964\ldots°$$

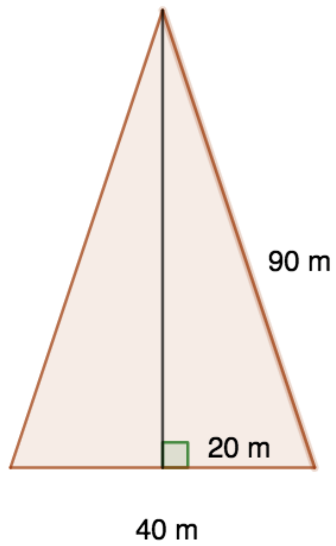
Kulmat *DFB* ja δ muodostavat oikokulman, eli niiden summa on 180°. Lasketaan kulman δ suuruus.

$$\delta = 180° - 103{,}964\ldots° = 76{,}036\ldots° \approx 76°$$

Vastaus $\beta = 59°$ ja $\delta = 76°$

3.16

a)



Tasakylkisen kolmion korkeusjana jakaa kannan ja huippukulman kahteen yhtä suureen osaan ja muodostaa kaksi suorakulmaista kolmiota, joiden hypotenuusan pituus on 90 m ja toisen kannan pituus $\frac{40 \text{ m}}{2} = 20$ m. Lasketaan huippukulman puolikas sinin avulla.

$$\sin x = \frac{20}{90}$$
$$x = \sin^{-1}\left(\frac{20}{90}\right)$$
$$x = 12{,}839\ldots°$$

Huippukulma on siis $2x = 2 \cdot 12{,}839\ldots° = 25{,}678\ldots° \approx 26°$

b)

Lasketaan kolmion toinen kateetti eli tasakylkisen kolmion korkeusjanan pituus Pythagoraan lauseen avulla.

$$20^2 + h^2 = 90^2$$
$$h^2 = 7700$$
$$h = \pm\sqrt{7700}$$
$$h = \pm 10\sqrt{77}$$

Korkeus on positiivinen luku, joten $h = 10\sqrt{77}$ m.

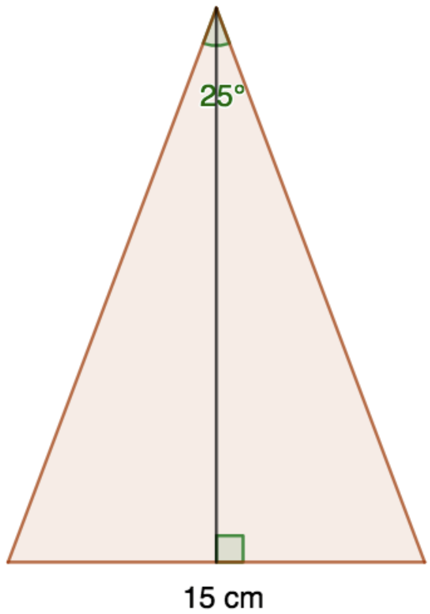
Lasketaan tasakylkisen kolmion pinta-ala.

$$A = \frac{40 \cdot 10\sqrt{77}}{2} = 1754{,}99\ldots \approx 1755\ (\text{m}^2)$$

Vastaus **a)** 26°

b) 1755 m^2

3.17



Tasakylkisen kolmion korkeusjana jakaa kannan ja huippukulman kahteen yhtä suureen osaan. Näin syntyy suorakulmainen kolmio, jonka yksi kulma on

$$\frac{25°}{2} = 12{,}5°$$

ja kulman vastainen kateetti on pituudeltaan

$$\frac{15 \text{ cm}}{2} = 7{,}5 \text{ cm}.$$

Lasketaan korkeusjanan h pituus tangentin avulla.

$$\tan 12{,}5° = \frac{7{,}5}{h}$$
$$h = 33{,}8303 \ldots \text{ (cm)}$$

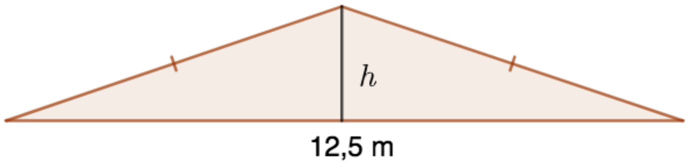
Nyt tiedetään kolmion kannan ja korkeuden pituudet. Lasketaan pinta-ala.

$$A = \frac{15 \cdot 33{,}8303 \ldots}{2} = 253{,}727 \ldots \approx 250 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vastaus 250 cm^2

3.18

Muodostetaan pinta-alan $A = 13{,}5\ \text{m}^2$ avulla yhtälö ja ratkaistaan kolmion korkeus *h*.



$$13{,}5 = \frac{12{,}5 \cdot h}{2}$$
$$h = 2{,}16\ (\text{m})$$

Kolmion korkeusjana muodostaa kaksi suorakulmaista kolmiota, joiden toinen kateetti on tasakylkisen kolmion korkeusjana ja toinen tasakylkisen kolmion kannan puolikas $\frac{12{,}5}{2} = 6{,}25\ (\text{m})$.

Lasketaan tasakylkisen kolmion kantakulman α suuruus tangentin avulla.

$$\tan\alpha = \frac{2{,}16}{6{,}25} \qquad \boxed{\tan\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}}$$
$$\alpha = 19{,}0651\ldots° \approx 19°$$

Tasakylkisessä kolmiossa kantakulmat ovat yhtä suuria. Kolmion kulmien summa on 180°. Lasketaan huippukulman suuruus.

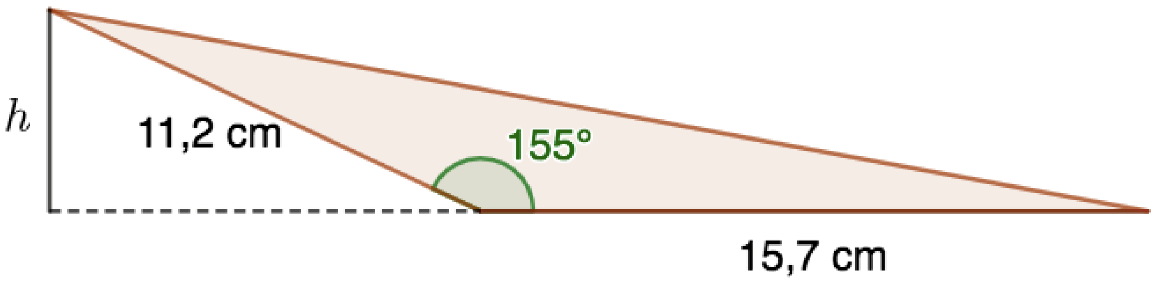
$$180° - 2 \cdot 19{,}0651\ldots° = 141{,}87\ldots° \approx 142°$$

Kulmien suuruudet ovat 19°, 19° ja 142°.

Vastaus 19°, 19° ja 142°

3.19

Piirretään mallikuva



Kolmio on tylppäkulmainen. Jos kannaksi valitaan sivu, jonka pituus on 15,7 cm, niin korkeusjana on piirrettävä kannan jatkeelle. Tällöin muodostuu suorakulmainen kolmio. Merkitään terävää kulmaa kirjaimella α.

Kulmat α ja $155°$ muodostavat oikokulman, joten kulmien summa on 180°.

$\alpha = 180° - 155° = 25°$

Ratkaistaan suorakulmaisesta kolmiosta korkeus *h.*

$$\sin 25° = \frac{h}{11{,}2}$$

$$h = 4{,}733\ldots\ \text{(cm)}$$

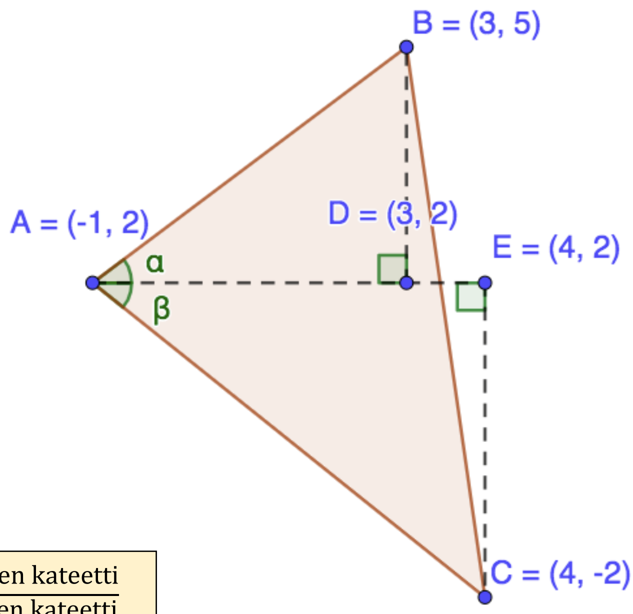
Lasketaan kolmion pinta-ala.

$$A = \frac{15{,}7 \cdot 4{,}733\ldots}{2} = 37{,}154\ldots \approx 37{,}2\ (\text{cm}^2)$$

$$A = \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2}$$

Vastaus 37,2 cm^2

3.20



Piirretään pisteet koordinaatistoon.

Muodostetaan kaksi suorakulmaista kolmiota, joiden kulmat α ja β muodostavat kysytyn kulman CAB.

Lasketaan ensin kulman α suuruus kolmion ADB avulla. Kulman α vastaisen kateetin pituus on $5 - 2 = 3$
ja viereisen kateetin pituus $3 - (-1) = 4$.

Ratkaistaan kulma tangentin avulla.

$$\tan\alpha = \frac{3}{4}$$
$$\alpha = 36{,}869\ldots°$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}$$

Kulman β vastaisen kateetin EC pituus on $2 - (-2) = 4$ ja viereisen kateetin AE pituus $4 - (-1) = 5$.

Ratkaistaan kulma tangentin avulla.

$$\tan\beta = \frac{4}{5}$$
$$\beta = 38{,}659\ldots°$$

Lasketaan kulman CAB suuruus.

$$\sphericalangle CAB = \alpha + \beta = 36{,}869\ldots° + 38{,}659\ldots° = 75{,}52\ldots° \approx 76°$$

Vastaus 76°

3.21

Lasketaan ensin janan MO pituus suorakulmaisen kolmion MON avulla. Tunnetun kulman 31° vastainen kateetti on 72 m. Sivu MO on kulman viereinen kateetti, joten käytetään tangenttia.

$$\tan 31° = \frac{72}{MO}$$
$$MO = 119{,}828\ldots \ (\text{m})$$

Lasketaan seuraavaksi janan MP pituus. Tunnetun kulman 56° vastainen kateetti on 72 m. Sivu MP on kulman viereinen kateetti, joten käytetään tässäkin tangenttia.

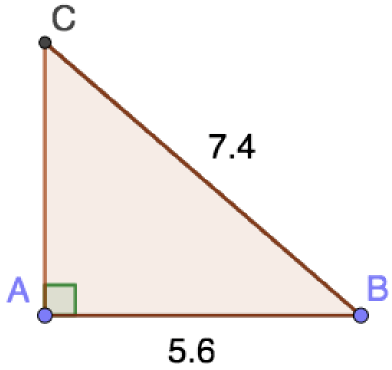
$$\tan 56° = \frac{72}{MP}$$
$$MP = 48{,}564\ldots \ (\text{m})$$

Lasketaan janan PO pituus.

$$PO = MO - MP = 119{,}828\ldots - 48{,}564\ldots = 71{,}26\ldots \approx 71 \ (\text{m})$$

Vastaus 71 m

3.22



Annetut sivujen pituudet voivat olla joko kolmion kateetit tai sitten kateetti on 5,6 cm ja hypotenuusa 7,4 cm.

Tutkitaan ensin kolmiota, jossa hypotenuusa on 7,4 cm.

Lasketaan kulma ABC (merkitään α) kosinin avulla
ja kulma ACB (merkitään β) sinin avulla.

$$\cos\alpha = \frac{5{,}6}{7{,}4}$$

$$\cos\beta = \frac{\text{viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

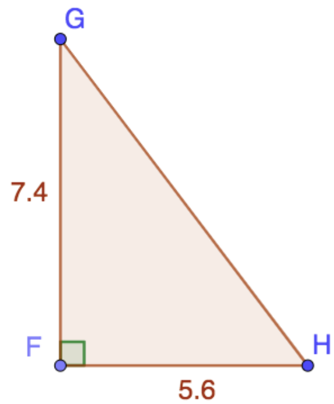
$$\alpha = 40{,}820\ldots° \approx 40{,}82°$$

$$\sin\beta = \frac{5{,}6}{7{,}4}$$

$$\sin\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

$$\beta = 49{,}179\ldots° \approx 49{,}18°$$

Kolmion ABC pienin kulma on 40,82°.



Tutkitaan sitten kolmiota HGF, jossa kateetit ovat 5,6 cm ja 7,4 cm.

Lasketaan kulmat FGH (merkitään δ) ja GHF (merkitään γ) tangentin avulla.

$$\tan\delta = \frac{5{,}6}{7{,}4}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}}$$

$$\delta = 37{,}116\ldots° \approx 37{,}12°$$

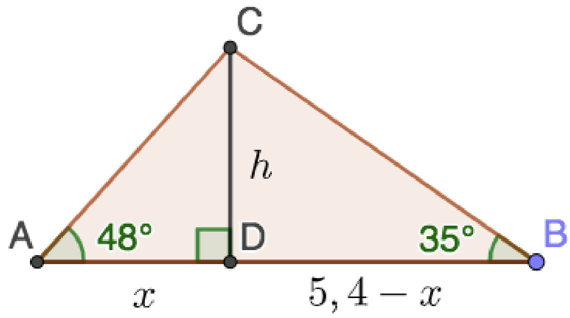
$$\tan\gamma = \frac{7{,}4}{5{,}6}$$

$$\gamma = 52{,}883\ldots° \approx 52{,}88°$$

Kolmion HGF pienin kulma on 37,12°.

Vastaus 37,12° tai 40,82°

3.23



Merkitään korkeusjanan CD pituutta kirjaimella h, sekä janan AD pituutta kirjaimella x.

Tällöin janan DB pituus on $5{,}4 - x$ (km).

Muodostetaan tunnettujen kulmien tangentit.

Kolmiosta ADC saadaan

$$\tan 48° = \frac{h}{x}$$

Kolmiosta DBC saadaan

$$\tan 35° = \frac{h}{5{,}4 - x}$$

Ratkaistaan yhtälöpari laskimella.

$$\begin{cases} \tan 48° = \dfrac{h}{x} \\ \tan 35° = \dfrac{h}{5{,}4 - x} \end{cases}$$

$h = 2{,}319 \ldots \approx 2{,}3$ (km)
$x = 2{,}088 \ldots \approx 2{,}0$ (km)

Kolmion korkeusjanan pituus on siis 2,3 km.

Vastaus 2,3 km