

Luku 12 – Tehtävien malliratkaisut

12.1

a)

Lasketaan matkan pituus luonnossa.

$$3,5 \cdot 100 \text{ m} = 350 \text{ m}$$

b)

Muutetaan kartalta mitattu matka senttimetreiksi.

$$10,2 \text{ mm} = 1,02 \text{ cm}$$

Lasketaan matkan pituus luonnossa.

$$1,02 \cdot 100 \text{ m} = 102 \text{ m}$$

c)

Muutetaan kartalta mitattu matka senttimetreiksi.

$$0,57 \text{ m} = 57 \text{ cm}$$

Lasketaan matkan pituus luonnossa.

$$57 \cdot 100 \text{ m} = 5700 \text{ m}$$

Vastaus a) 350 m

 b) 102 m

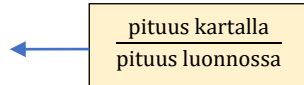
 c) 5700 m

12.2

a)

Merkitään kysytyn matkan pituutta luonnossa kirjaimella x .
Muodostetaan mittakaavan avulla verrantoyhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{1}{20000} = \frac{8,5}{x}$$


$$\frac{\text{pituus kartalla}}{\text{pituus luonnossa}}$$

$$x = 8,5 \cdot 20000$$

$$x = 170000 \text{ (cm)}$$

Terminin ja Colosseumin välinen matka on $170000 \text{ cm} = 1,7 \text{ km}$.

b)

Merkitään kysytyn matkan pituutta kartalla kirjaimella x .
Muutetaan matkan oikea pituus senttimetreiksi.

$$4,2 \text{ km} = 4200 \text{ m} = 420000 \text{ cm}$$

Muodostetaan mittakaavan avulla verrantoyhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{1}{20000} = \frac{x}{420000}$$

$$20000x = 420000 \quad | : 20000$$

$$x = 21 \text{ (cm)}$$

Matka Colosseumilta kappeliin on kartalla 21 cm .

Vastaus a) $1,7 \text{ km}$

 b) 21 cm

12.3

a)

Merkitään todellisen halkaisijan pituutta kirjaimella x .
Muodostetaan mittakaavan avulla verrantoyhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned}\frac{5}{2} &= \frac{10}{x} \\ 5x &= 20 \\ x &= 4,0 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Korun halkaisija on oikeasti 4,0 cm.

b)

Merkitään timantin halkaisijaa suurennuksessa kirjaimella x .
Muodostetaan mittakaavan avulla verrantoyhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned}\frac{5}{2} &= \frac{x}{3,0} \\ 2x &= 15 \\ x &= 7,5 \text{ (mm)}\end{aligned}$$

Timantin halkaisija on suurennuksessa 7,5 mm.

Vastaus a) 4,0 cm

 b) 7,5 mm

12.4

a)

Merkitään pituutta kirjaimella a ja leveyttä kirjaimella b .
Muodostetaan mittakaavan avulla verrantoyhtälöt ja ratkaistaan x .

$$\begin{array}{l} \frac{1}{80} = \frac{5,0}{a} \\ a = 80 \cdot 5,0 \\ x = 400 \text{ (cm)} \\ x = 4,0 \text{ (m)} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{1}{80} = \frac{7,5}{b} \\ b = 80 \cdot 7,5 \\ x = 600 \text{ (cm)} \\ x \approx 6,0 \text{ (m)} \end{array}$$

Olohuoneen todelliset mitat ovat $4,0 \text{ m} \times 6,0 \text{ cm}$.

b)

Lasketaan lattian pinta-ala.

$$A = 4,0 \text{ m} \cdot 6,0 \text{ m} = 24 \text{ m}^2$$

Laatat maksavat yhteensä

$$24 \text{ m}^2 \cdot 25 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} = 600 \text{ €}.$$

Vastaus a) $4,0 \text{ m} \times 6,0 \text{ cm}$

 b) 600 €

12.5

a)

Muodostetaan kahden suuremman kortin korkeuksien suhde.

$$\frac{\text{keskimmäisen korkeus}}{\text{suurimman korkeus}} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$



Pienennöksessä
osoittaja on pienempi
kuin nimittäjä.

Pienennöksen mittakaava on 5 : 8.

b)

Merkitään pienimmän kortin korkeutta kirjaimella x .

Muodostetaan mittakaavan avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned} \frac{5}{8} &= \frac{x}{10} \\ 8x &= 50 \quad | : 8 \\ x &= 6,25 \\ x &\approx 6,3 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Pienimmän kortin korkeus on 4 cm.

Vastaus a) 5 : 8

 b) 6,3 cm

12.6

Lasketaan pituuksien suhde. Koska kartta on pienennös, matkan pituus kartalla tulee osoittajaan.

a)

Matkan pituus luonnossa on 250 m = 25000 cm.

Lasketaan mittakaava.

$$\frac{1 \text{ cm}}{25000 \text{ cm}} = \frac{1}{25000}$$

Kartan mittakaava on 1 : 25 000.

b)

Matkan pituus luonnossa on 6 km = 600000 cm.

Lasketaan mittakaava.

$$\frac{3 \text{ cm}}{600000 \text{ cm}} = \frac{1}{200000}$$

← Supistetaan osoittajalla, jotta osoittajaan saadaan luku 1.

Kartan mittakaava on 1 : 200 000.

c)

Matkan pituus luonnossa on 750 m = 75000 cm.

Lasketaan mittakaava.

$$\frac{2,5 \text{ cm}}{75000 \text{ cm}} = \frac{1}{30000}$$

Kartan mittakaava on 1 : 30 000.

Vastaus a) 1 : 25 000

b) 1 : 200 000

c) 1 : 30 000

12.7

a)

Kahden senttimetrin matka kartalla on luonnossa on $75 \text{ m} = 7500 \text{ cm}$.

Lasketaan mittakaava.

$$\frac{2 \text{ cm}}{7500 \text{ cm}} = \frac{1}{3750}$$

Kartan mittakaava on $1 : 3750$.

b)

Merkitään suoalueen pinta-alaa luonnossa kirjaimella A .
Muodostetaan mittakaavan avulla yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\begin{aligned}\frac{3,7}{A} &= \left(\frac{1}{3750}\right)^2 \\ A &= 52031250 \text{ (cm}^2\text{)} \\ A &\approx 52 \text{ (a)}\end{aligned}$$

Pinta-alojen suhde on
mittakaavan neliö.

Suoalueen pinta-ala on luonnossa 52 a.

Vastaus a) $1 : 3750$

 b) 52 a

12.8

Lasketaan siipien kärkivälin pituuksien suhde.

$$\frac{26,8 \text{ cm}}{64,8 \text{ m}} = \frac{26,8 \text{ cm}}{6480 \text{ cm}} \approx 0,00441 \dots$$

Mittakaava on 1 : 250, joten pituuksien suhteen tulisi olla

$$\frac{1}{250} = 0,004.$$

Koska suhteet eivät ole samat, pienoismallia ei ole valmistettu oikein.

Vastaus Ei ole.

12.9

Kun pituus on kartalla 6,1 cm, niin luonnossa se on 312 m = 31200 cm.

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö. Merkitään lammen pinta-alaa kartalla kirjaimella A . Muodostetaan suhteiden avulla yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{A}{80} = \left(\frac{6,1}{31200} \right)^2$$

$$A = 0,00000305 \dots \text{ (a)}$$

Mittakaava on pituuksien suhde.
Kartta on pienennys, joten
pienempi pituus tulee osoittajaan.

Lammen pinta-ala kartalla on $A = 0,00000305 \dots \text{ a} \approx 3,1 \text{ cm}^2$.

Vastaus $3,1 \text{ cm}^2$

12.10

a)

Merkitään puiston pinta-alaa luonnossa kirjaimella A .

Muodostetaan mittakaavan ja pinta-alojen avulla yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{40}{A} = \left(\frac{1}{2000}\right)^2$$

$$A = 160\,000\,000 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

Muutetaan pinta-ala hehtaareiksi.

$$160\,000\,000 \text{ cm}^2 = 1,6 \text{ ha}$$

Pinta-alan muunnoksissa suhdeluku on 100.

b)

Merkitään mittakaavaa kirjaimella k . Mittakaava voidaan selvittää pinta-alojen suhteen avulla.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan k .

$$k^2 = \frac{160}{160\,000\,000}$$
$$k = \pm 0,001$$

Kartan mittakaava on pienennös, joten osoittajassa on pinta-ala kartalla.

Mittakaava on positiivinen luku, joten mittakaava on

$$k = 0,001 = \frac{1}{1000}$$

Ilmoitetaan luku murtolukumuodossa.

Kartan mittakaava on 1 : 1000.

Vastaus a) 1,6 ha

 b) 1 : 1000

12.11

Karttapallon halkaisija on kartalla 30 cm ja oikeasti maapallon halkaisija on 12 700 km = 1 270 000 000 cm.

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö. Merkitään Laatokan pinta-alaa kartalla kirjaimella A . Muodostetaan suhteiden avulla yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{A}{18300} = \left(\frac{30}{1\,270\,000\,000} \right)^2$$

$$A = 1,02 \dots \cdot 10^{-11}$$

$$A = 0,000\,000\,000\,0102 \dots \text{ (km}^2\text{)}$$



Mittakaava on pituuksien suhde. Kartta on pienennys, joten pienempi pituus tulee osoittajaan.

Laatokan pinta-ala kartalla on

$$A = 0,000\,000\,000\,0102 \text{ km}^2 = 0,000\,010\,2 \text{ m}^2 \approx 0,10 \text{ cm}^2.$$

Vastaus 0,10 cm²

12.12

Kolmioilla ADE ja BCE on yhteinen kulma pisteessä E suorakulma vastinkulmana. Kolmiot ovat yhdenmuotoiset kk-lauseen mukaan.

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

Merkitään kolmion EDA pinta-alaa kirjaimella A . Muodostetaan pinta-alan ja vastinsivujen suhteen avulla yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{A}{3,65} = \left(\frac{5x}{2x}\right)^2$$

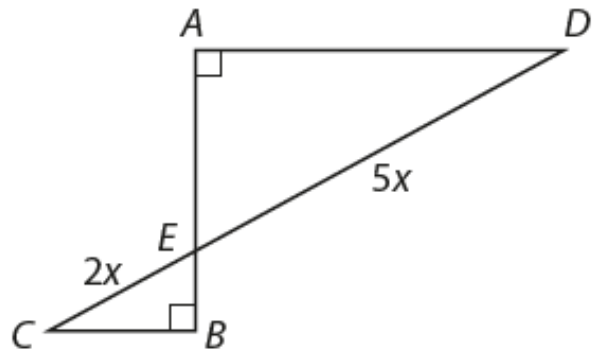
$$\frac{A}{3,65} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$A = 22,8125$$

$$A \approx 22,8 \text{ (m}^2\text{)}$$

Kolmion EDA pinta-ala on $22,8 \text{ m}^2$.

Vastaus $22,8 \text{ m}^2$



12.13

Merkitään kysytyn matkan pituutta luonnossa kirjaimella x .
Muodostetaan mittakaavan avulla verrantoyhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{1}{200000} = \frac{51}{x}$$

$$x = 51 \cdot 200000$$

$$x = 10200000 \text{ (cm)}$$

$\frac{\text{pituus kartalla}}{\text{pituus luonnossa}}$

Hämeenlinnan ja Helsingin välinen matka on $10\,200\,000 \text{ cm} = 102 \text{ km}$.

Lasketaan matkaan kuluva aika, kun keskinopeus on $95 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

$$t = \frac{102 \text{ km}}{95 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 1,073 \dots \text{ h} = 64,42 \dots \text{ min} \approx 64 \text{ min}$$

Minuutit saadaan kertomalla tunnit luvulla 60.

Matkaan kuluu 1 h 4 min.

Vastaus 1 h 4 min

12.14

a)

Lontoon ja Berliinin välimatka on $930 \text{ km} = 93000000 \text{ cm}$. Kartalla matka on 31 cm .

Mittakaava on pituuksien suhde.

$$\frac{31}{93000000} = \frac{1}{3000000}$$

Kartta on pienennys,
joten osoittaja on
pienempi kuin nimittäjä.

Kartan mittakaava on $1 : 3\,000\,000$.

b)

Merkitään matkan pituutta kirjaimella x .

Muodostetaan mittakaavan avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{42}{x} = \frac{1}{3000000}$$

$$x = 42 \cdot 3000000$$

$$x = 126000000 \text{ (cm)}$$

Matka Lontoosta Madridiin on $126\,000\,000 \text{ cm} = 1260 \text{ km}$.

Vastaus a) $1 : 3\,000\,000$

 b) 1260 km

12.15

a)

Neliöiden mittakaava on

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{2}{3}$$

Koska K_2 on nimittäjässä ja nimittäjässä on suurempi luku, niin K_2 on suurennus.

b)

Neliön K_1 pinta-ala on $6,0 \text{ cm} \cdot 6,0 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$.

Merkitään neliön K_2 pinta-alaa kirjaimella A . Muodostetaan mittakaavan ja pinta-alojen avulla yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{36,0}{A} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$
$$A = 81 \text{ (cm}^2\text{)}$$



Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

Neliön K_2 pinta-ala on 81 cm^2 .

Vastaus a) suurennos

 b) 81 cm^2

12.16

Merkitään suuremman pienoismallin korkeutta kirjaimella a .
Muodostetaan mittakaavan avulla verrantoyhtälö ja ratkaistaan a .

$$\frac{a}{96,3} = \frac{1}{500}$$

$$500a = 96,3 \quad | : 500$$

$$a = 0,1926 \text{ (m)}$$

Keskimmäisen pienoismallin korkeus on $a = 0,1926 = 19,26 \text{ cm}$.

Merkitään pienemmän pienoismallin korkeutta kirjaimella b .
Muodostetaan mittakaavan avulla verrantoyhtälö ja ratkaistaan b .

$$\frac{b}{19,26} = \frac{2}{3}$$

$$3b = 2 \cdot 19,26 \quad | : 3$$

$$b = 12,84 \text{ (cm)}$$

Pienimmän pienoismallin korkeus on $b = 12,84 \text{ cm} = 12,8 \text{ cm}$.

Vastaus 12,8 cm

12.17

a)

Merkitään järven pinta-alaa luonnossa kirjaimella A .

Muodostetaan mittakaavan ja pinta-alojen avulla yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{23,125}{A} = \left(\frac{1}{400000}\right)^2$$
$$A = 3,7 \cdot 10^{14} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

Järven pinta-ala on $3,7 \cdot 10^{12} \text{ cm}^2 = 370 \text{ km}^2$.

Pinta-alan muunnoksissa suhdeluku on 100.

b)

Merkitään mittakaavaa kirjaimella k . Mittakaava voidaan selvittää pinta-alojen suhteen avulla.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan k .

$$k^2 = \frac{59,2}{3,7 \cdot 10^{12}}$$
$$k = \pm 0,0006$$

Kartan mittakaava on pienennös, joten osoittajassa on pinta-ala kartalla.

Mittakaava on positiivinen luku, joten mittakaava on

$$k = 0,000004 = \frac{1}{250000}$$

$0,000004 = \frac{0,000004}{1}$
Supistetaan osoittajalla.

Kartan mittakaava on 1 : 250 000.

Vastaus a) 370 km^2

 b) 1 : 250 000

12.18

Koska mökin pohja on yhdenmuotoinen tontin kanssa, pohjan sivujen suhde on sama kuin tontin sivujen suhde.

Pohjan sivujen suhde on siis

$$\frac{70 \text{ m}}{50 \text{ m}} = \frac{7}{5}$$

Olkoon pohjan pituus $7x$. Tällöin pohjan leveys on $5x$.

Muodostetaan mökin pinta-alan avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$7x \cdot 5x = 65$$

$$35x^2 = 65$$

$$x = \pm 1,362 \dots \text{ (m)}$$

Pituus on aina positiivinen, joten $x = 1,362 \dots \text{ (m)}$.

Lasketaan mökin pohjan mitat.

$$\text{Pituus on } 7x = 7 \cdot 1,362 \dots \text{ m} = 9,539 \dots \text{ m} \approx 9,5 \text{ m.}$$

$$\text{Leveys on } 5x = 5 \cdot 1,362 \dots \text{ m} = 6,813 \dots \text{ m} \approx 6,8 \text{ m.}$$

Kesämökin pohjan mitat ovat $9,5 \text{ m} \times 6,8 \text{ m}$

Vastaus $9,5 \text{ m} \times 6,8 \text{ m}$

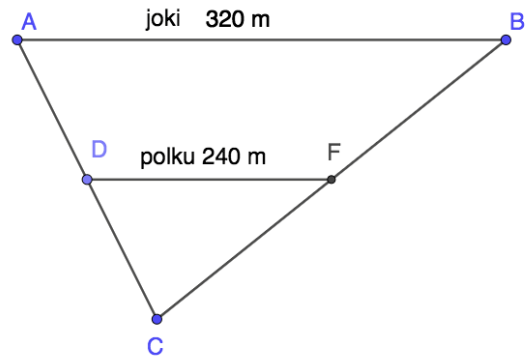
12.19

Piirretään mallikuva.

Joki ja polku muodostavat teiden kanssa kolmiot ACB ja CFD .

Kolmiot ovat yhdenmuotoiset kk-lauseen mukaan, sillä

- Kolmioilla on yhteinen kulma C .
- Kulmilla CDF ja CAB on oikeana kylkenä jana AC ja $AB \parallel DF$, joten kulmat CDF ja CAB ovat yhtä suuret.



Kolmion CFD pinta-ala on 260 m^2 . Merkitään kolmion ACB pinta-alaa kirjaimella A .

Muodostetaan pinta-alan ja kolmioiden kantojen suhteen avulla yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{A}{260} = \left(\frac{320}{240}\right)^2$$

$$A = 462,222 \dots$$

$$A \approx 460 \text{ m}^2$$

Puiston pinta-ala on 460 m^2 .

Vastaus 460 m^2

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

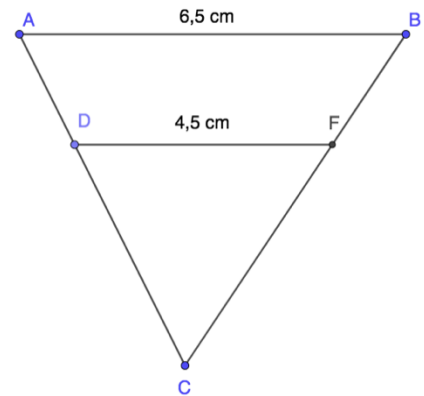
12.20

Piirretään mallikuva.

Alkuperäinen kolmio on ACB ja leikkauksen jälkeen jää jäljelle kolmio CFD .

Kolmiot ovat yhdenmuotoiset kk -lauseen mukaan, sillä

- Kolmioilla on yhteinen kulma C .
- Kulmilla CFD ja CAB on oikeana kylkenä jana AC ja $AB \parallel DF$, joten kulmat CFD ja CAB ovat yhtä suuret.



Kolmion ACB pinta-ala on 39 cm^2 . Puolisuunnikkaan pinta-ala on kolmioiden pinta-alojen erotus.

Merkitään kolmion CFD pinta-alaa kirjaimella A . Muodostetaan pinta-alan ja kolmioiden kantojen suhteen avulla yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{A}{39} = \left(\frac{4,5}{6,5}\right)^2$$

$$A = 18,692 \dots (\text{cm}^2)$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

Puolisuunnikkaan $DFBA$ pinta-ala on

$$39 \text{ cm}^2 - 18,692 \dots \text{cm}^2 = 20,308 \dots \text{cm}^2 \approx 20 \text{ cm}^2.$$

Vastaus 20 cm^2

12.21

Kartan pienennöksen ja kartan pinta-alojen suhde on 1 : 2.

Valitaan isommalta kartalta sentin mittainen matka. Merkitään tämän matkan pituutta pienemmässä kartassa kirjaimella x . Karttojen vastinsivujen suhde on pinta-alojen suhteen neliö. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{x}{1}\right)^2$$
$$x = \pm 0,707 \dots \text{ (cm)}$$

Pituus on aina positiivinen, joten $x = 0,707 \dots \text{ cm}$.

Isomman kartan mittakaava on 1 : 20 000, joten 1 cm pituinen matka on luonnossa 20 000 cm. Koska tämä matka on pienessä kartassa 0,707...cm, niin pienen kartan mittakaava on

$$\frac{0,707 \dots}{20000} = \frac{1}{28284,271 \dots} \approx \frac{1}{28300}$$

Pienemmän kartan mittakaava on 1 : 28 300.

Vastaus 1 : 28 300