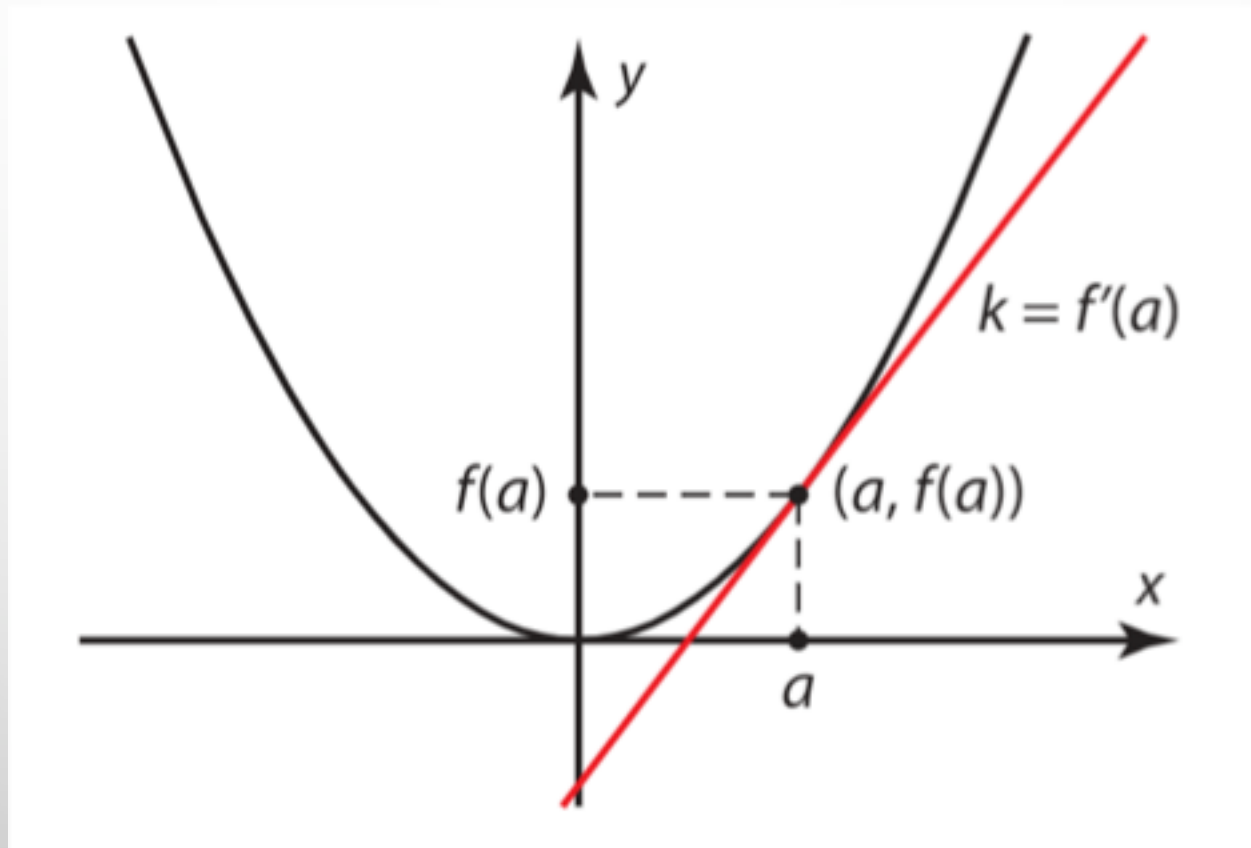


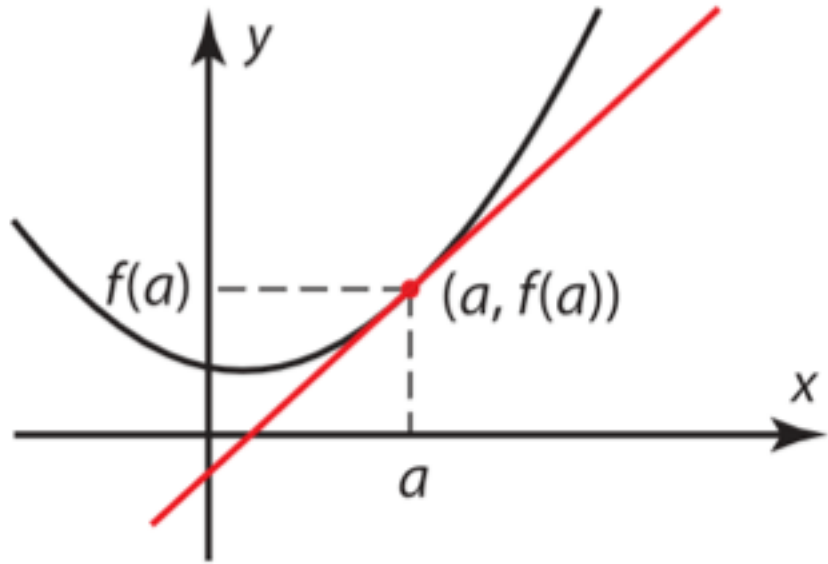
3 DERIVAATTA

The background of the slide is a light gray gradient. It is decorated with several realistic water droplets of various sizes and shapes, scattered across the top and bottom edges. The droplets have highlights and shadows, giving them a three-dimensional appearance.

DERIVAATAN MÄÄRITELMÄ

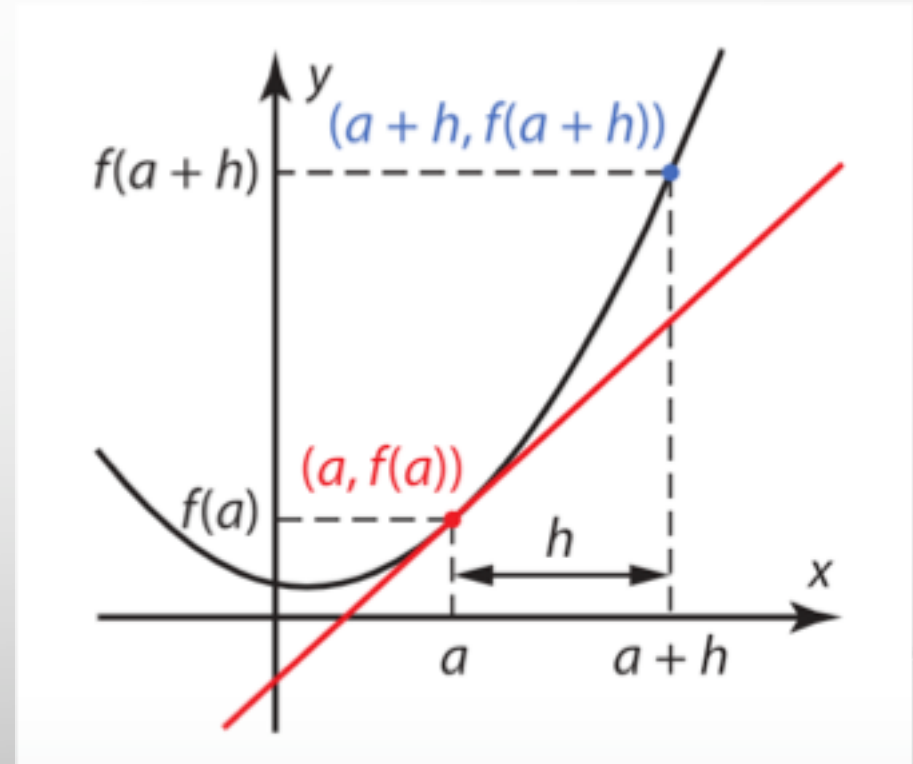
- Kohtaan $x = a$ piirretyn tangentin kulmakerrointa kutsutaan funktion derivaataksi kohdassa a ja tätä derivaattaa merkitään $f'(x)$.

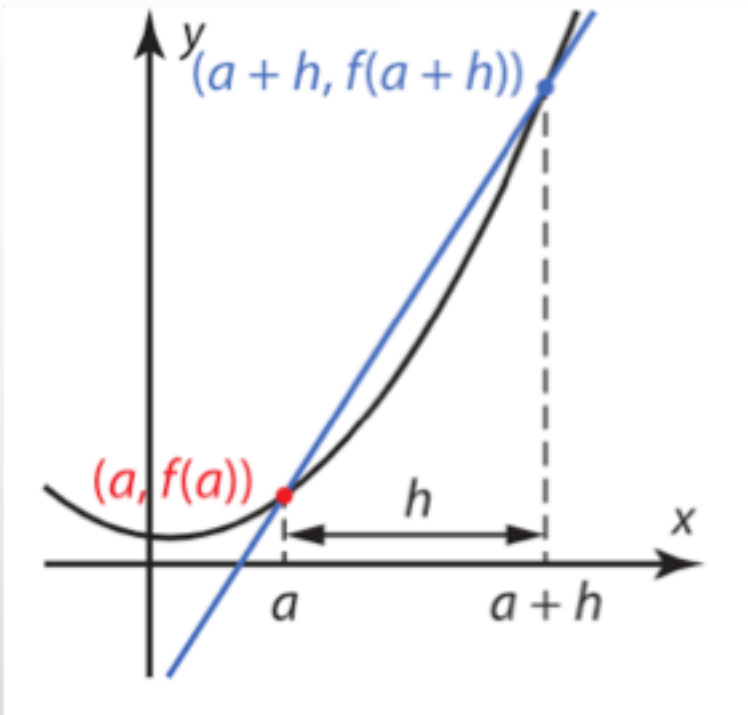




- Kun funktion kuvaaja ei ole suora, on tangentin kulmakertoimen tarkka arvo haasteellisempi selvittää.
- Suoran kulmakertoimen määrittämiseksi tarvitaan kaksi pistettä. Nyt ei tiedossa ole kuin yksi.

- Valitaan toiseksi pisteeksi funktion f kuvaajalta piste, joka on lähellä sivuamispistettä.
- Merkitään poikkeamaa kirjaimella h .

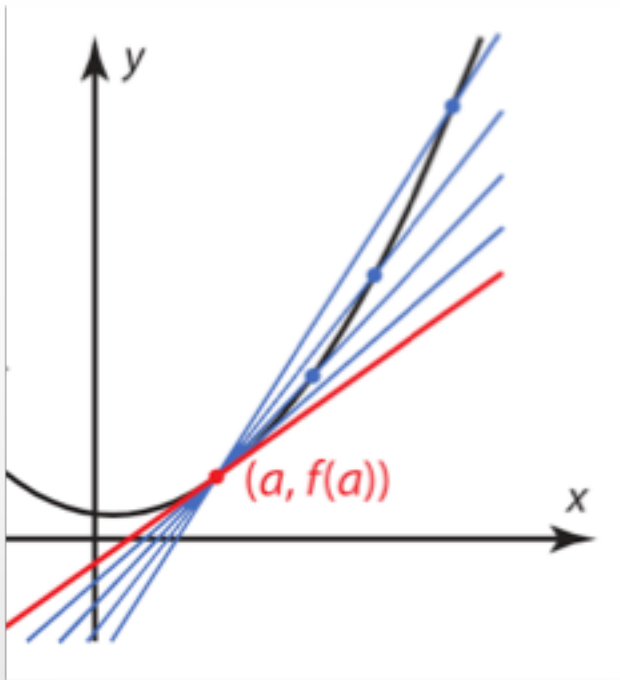




- Piirretään kuvaajalle sekantti näiden pisteiden kautta.
- Sekantin kulmakerroin on

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

- Tätä lauseketta kutsutaan funktion f erotusosamääräksi kohdassa a.



- Kun poikkeama h lähestyy nollaa, lähestyy sekantin kulmakerroin

$$\frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

kohtaan a piirretyn tangentin kulmakerrointa.

Derivaatta

Funktion f derivaatta kohdassa a on

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h},$$

mikäli tämä raja-arvo on olemassa.

Derivaattaan liittyy myös seuraavat käsitteet:

- Mikäli funktion f derivaatta kohdassa a on olemassa, sanotaan, että funktio f on *derivoituva kohdassa a* .
- Funktio f on *derivoituva joukossa A* , jos se on derivoituva jokaisessa kohdassa $a \in A$.
- Funktio f on *kaikkialla derivoituva*, jos se on derivoituva koko reaalilukujen joukossa \mathbf{R} .
- Funktio f on *derivoituva*, jos se on derivoituva koko määrittelyjoukossaan.

Esim. Muodosta ja sievennä funktion $f(x) = -x^2 + 3x + 1$ erotusosamäärä ja derivaatta kohdassa $x = 2$.

Derivaattafunktio

Määritelmä

Funktion f derivaattafunktio f' on funktio, jonka arvo $f'(x)$ on funktion f derivaatta kohdassa x .

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Derivaattafunktio f' on määritelty kohdissa, joissa funktio f on derivoituva.

Esim. Muodosta funktion $f(x) = -x^2 + 3x + 1$ derivaattafunktio