



1. RATIONAALIFUNKTIO

1.1 RATIONAALIFUNKTIO

1.2 RATIONAALIYHTÄLÖ

1.3 RATIONAALIEPÄYHTÄLÖ

1.1 RATIONAALIFUNKTIO

- Rationaalifunktiolla tarkoitetaan kahden polynomin $p(x)$ ja $q(x)$ osamäärää

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

- HUOM! Kaikki polynomifunktiot ovat rationaalifunktioita.
- Rationaalifunktio on määritelty aina, kun nimittäjäpolynomi ei ole nolla. Eli $q(x) \neq 0$.

ESIM. Olkoon $f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$. Mikä on funktion f määrittelyjoukko?

- Rationaalilausekkeet supistetaan jakamalla osoittaja- ja nimittäjäpolynomit tekijöihin, jonka jälkeen poistetaan yhteiset tekijät.
- Rationaalilausekkeen arvo ei tällöin muutu, vaikka määrittelyjoukko voi muuttua.

Esim. Millä muuttujan x arvolla funktio $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$ on määritelty? Supista funktion lauseke.

- Kahden tai useamman rationaalifunktion summa saadaan, kun lausekkeet muutetaan samannimisiksi ts. lavennetaan nimittäjäpolynomit samoiksi ja lasketaan osoittajapolynomit yhteen. Tulos supistetaan, jos mahdollista.

Esim. Selvitä määrittelyehto ja sievennä lauseke $\frac{x}{x+1} + \frac{1-x}{x}$.

1.2 RATIONAALIYHTÄLÖ

- Rationaaliyhtälöllä tarkoitetaan yhtälöä, joka voidaan saattaa muotoon

$$\frac{p(x)}{q(x)} = 0$$

- Rationaaliyhtälön ratkaisemisessa noudatetaan normaaleja yhtälönratkaisumenetelmiä, eli yhtälön yhtäsuuruuden säilyttämiseksi molemmille puolille yhtälöä voidaan lisätä tai vähentää sama luku tai termi.
- Myös yhtälön kertominen tai jakaminen samalla luvulla tai termillä on mahdollista, mutta nolllalla ei saa jakaa.
- Rationaaliyhtälön ratkaisuksi ei voida kuitenkaan hyväksyä nimittäjän nolllakohtia.
- **Eli nolllakohta on osoittajan nolllakohta, mutta ei nimittäjän nolllakohta!**

Esim. Ratkaise yhtälö $\frac{x-2x}{x-2} = 4$.

Esim. Ratkaise yhtälö $\frac{x}{x+2} + \frac{3}{x} - 1 = 0$.

1.3 RATIONAALIEPÄYHTÄLÖ

- Rationaalifunktion arvot voivat vaihtaa merkkiään ainoastaan funktion nollakohdissa ja kohdissa, joissa funktio ei ole määritelty.

RATIONAALIEPÄYHTÄLÖN RATKAISEMINEN:

1. Epäyhtälön termit siirretään vasemmalle niin, että oikealle puolelle tulee nolla ja vasemmalle puolelle muodostuu rationaalifunktio.
2. Selvitetään funktion määrittelyehto.
3. Ratkaistaan funktion nollakohdat.
4. Laaditaan ja perustellaan funktion merkkikaavio.
5. Päätellään epäyhtälön ratkaisu.

Esim. Ratkaise epäyhtälö $x - \frac{4}{x} \geq -3$.