



1. Logiikan alkeet

1.1 LAUSEEN FORMALISOINTI

1.2 LAUSEEN TOTUUSARVOT

1.3 TAUTOLOGIA

1.4 AVOIN LAUSE JA KVANTTORIT

1.1 Lauseen formalisointi

- ▶ Ihmisten käyttämät kielet ovat luonnollisia kieliä.
- ▶ Logiikassa luonnollinen kieli käännetään formaalille kielelle:
 - ▶ Lauseita merkitään kirjaimilla ja lauseiden suhteita ilmaisevia sanoja eli konnektiiveja symboleilla.
- ▶ Yksinkertaisista lauseista voidaan konnektiivien avulla muodostaa yhdistettyjä lauseita.

Konnektiivit ja niiden lukutavat

Merkintä	Nimitys	Lukutapa
$\neg A$	A :n negaatio	ei A
$A \wedge B$	A :n ja B :n konjunktio	A ja B
$A \vee B$	A :n ja B :n disjunktio	A tai B
$A \Rightarrow B$	A :n ja B :n implikaatio	Jos A , niin B
$A \Leftrightarrow B$	A :n ja B :n ekvivalenssi	A jos ja vain jos B

Taulukon järjestys on myös loogisten konnektiivien suoritusjärjestys. Konjunktio ja disjunktio on samanarvoisia. Järjestystä voidaan tarvittaessa muuttaa sulkeilla.

Lauseen suomentaminen

Esim. Olkoon

A = Matti laskee matematiikkaa

B = Matti on innotunut

C = ulkona paistaa aurinko

Suomenna lause

a) $A \wedge B$

b) $C \Rightarrow (B \wedge \neg A)$

c) $(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg C$

Lauseen formalisoiminen

Esim. Formalisoi lauseet

- a) Matti ja Mirku opiskelevat pitkää matematiikkaa
- b) Mirku opiskelee pitkää matematiikka jos ja vain jos Matti opiskelee pitkää matematiikkaa

1.2 Lauseen totuusarvot

- ▶ Väitelause voi olla tosi tai epätosi.
- ▶ Lauseen totuusarvot esitetään totuustaulun muodossa.
- ▶ Negaation totuusarvot
 - ▶ Lauseen A negaatio $\neg A$ on epätosi, kun lause A on tosi
 - ▶ Negaatio $\neg A$ on tosi, kun lause A on epätosi

A	$\neg A$
1	0
0	1

1 \rightarrow lause on tosi

0 \rightarrow lause on epätosi

Konjunktio totuusarvot

- Lause $A \wedge B$ on tosi, kun molemmat lauseen A ja B ovat tosia. Muuten lause on epätosi.
- Totuustaulu:

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

- Konjunktio A ja B on tosi vain, kun molemmat lauseet ovat tosia

Disjunktion totuusarvot

- Lause $A \vee B$ on tosi, kun ainakin toinen lauseista A ja B on tosi.
- Totuustaulu:

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Esim. Millä lauseiden A ja B totuusarvoilla lause $\neg(A \vee \neg B)$ on tosi?

Implikaation totuusarvot

- Implikaatio $A \Rightarrow B$ on epätosi vain, kun etujäsen A on tosi ja takajäsen B on epätosi.

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Ekvivalenssin totuusarvo

➤ Ekvivalenssi $A \Leftrightarrow B$ on tosi vain, kun lauseilla on sama totuusarvo.

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Esim. Muodosta totuustaulu lauseelle $A \Leftrightarrow (A \vee B)$