

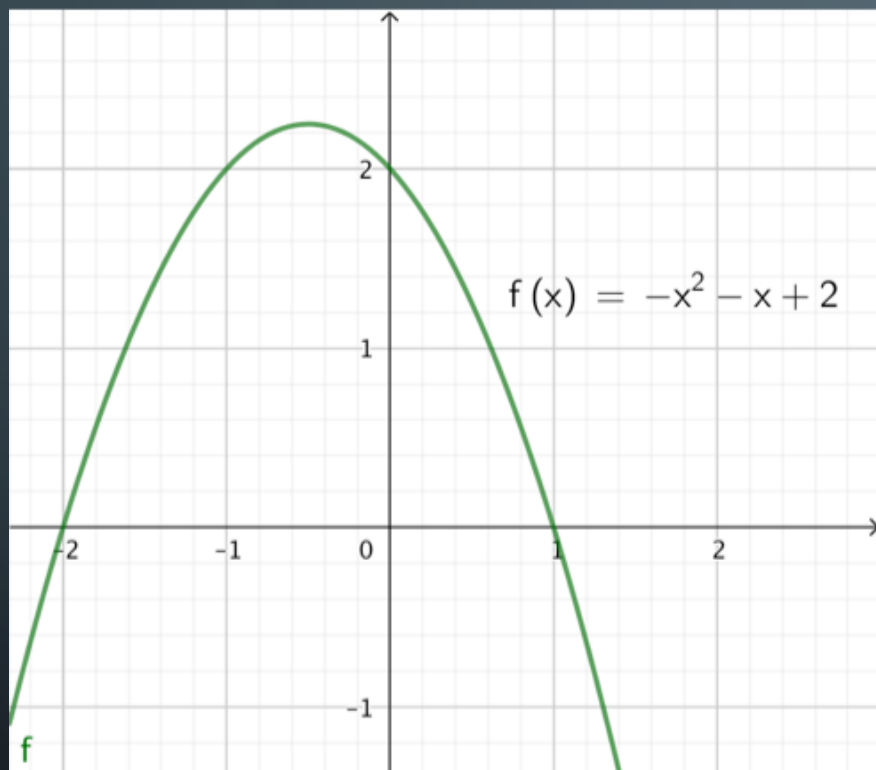


# FUNKTION KULKU

3.1 EPÄYHTÄLÖ JA FUNKTION MERKKI

3.2 FUNKTION KASVAVUUS JA VÄHENEVYYS

## 3.1 EPÄYHTÄLÖ JA FUNKTION MERKKI



Mitkä ovat kuvaajan nollakohdat?

$$x = -2 \text{ ja } x = 1$$

Millä muuttujan  $x$  arvoilla funktion arvot ovat positiivisia?

$$-2 < x < 1$$

Millä muuttujan  $x$  arvoilla funktion arvot ovat negatiivisia?

$$x < -2 \text{ ja } x > 1$$

# FUNKTION MERKKIKAAVION LAATIMINEN

1. Määritä funktion nollakohdat.
2. Jaa lukusuora funktion nollakohtien mukaisiin väleihin.
3. Laske funktion arvo yhdessä kohdassa kullakin välillä tai katso kuvaajasta
4. Merkitse onko funktion arvo positiivinen vai negatiivinen kullakin välillä.

	-2	1	
f(x)	-	+	-

Esim. Tutki funktiota  $f(x) = 4x - 2$ .

Määritä funktion  $f$  nollakohta ja laadi funktion merkkikaavio. Milloin

$$4x - 2 > 0?$$

$$4x - 2 = 0$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{2}$$

# EPÄYHTÄLÖN RATKAISEMINEN

1. Muokkaa epäyhtälö muotoon, jossa toisella puolella on ainoastaan luku 0.
2. Laadi merkkikaavio.
3. Lue epäyhtälön ratkaisu merkkikaaviosta

Esim. Ratkaise epäyhtälö  $-x^2 + 2x + 3 > 0$

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{-2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 4}{-2}$$

$$x = -1 \text{ tai } x = 3$$



$f(x)$

-1

3

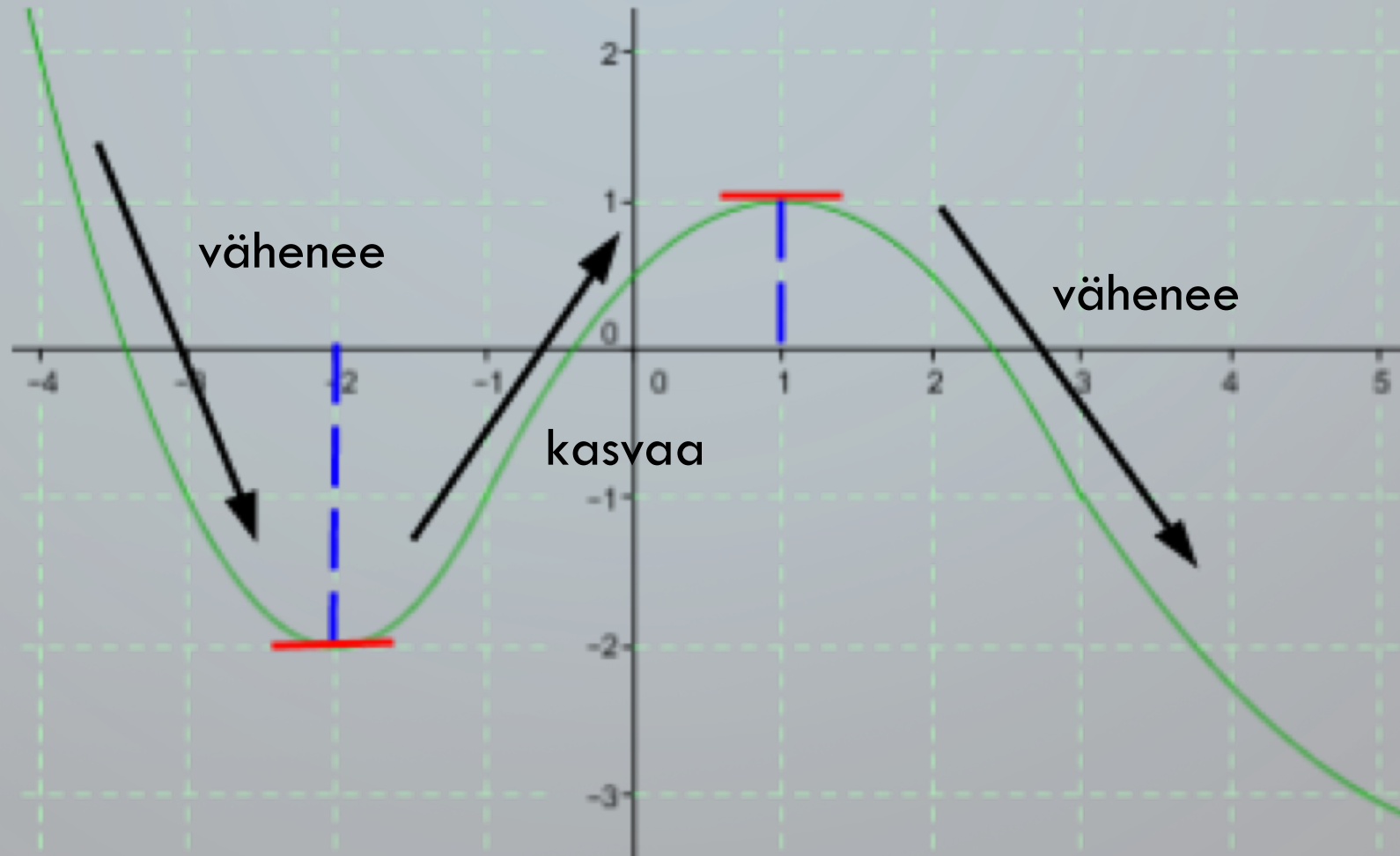
$$f(-2) = -(-2)^2 + 2 \cdot (-2) + 3 = -4 - 4 + 3 = -5$$

$$f(0) = -0^2 + 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$f(4) = -4^2 + 2 \cdot 4 + 3 = -16 + 8 + 3 = -5$$

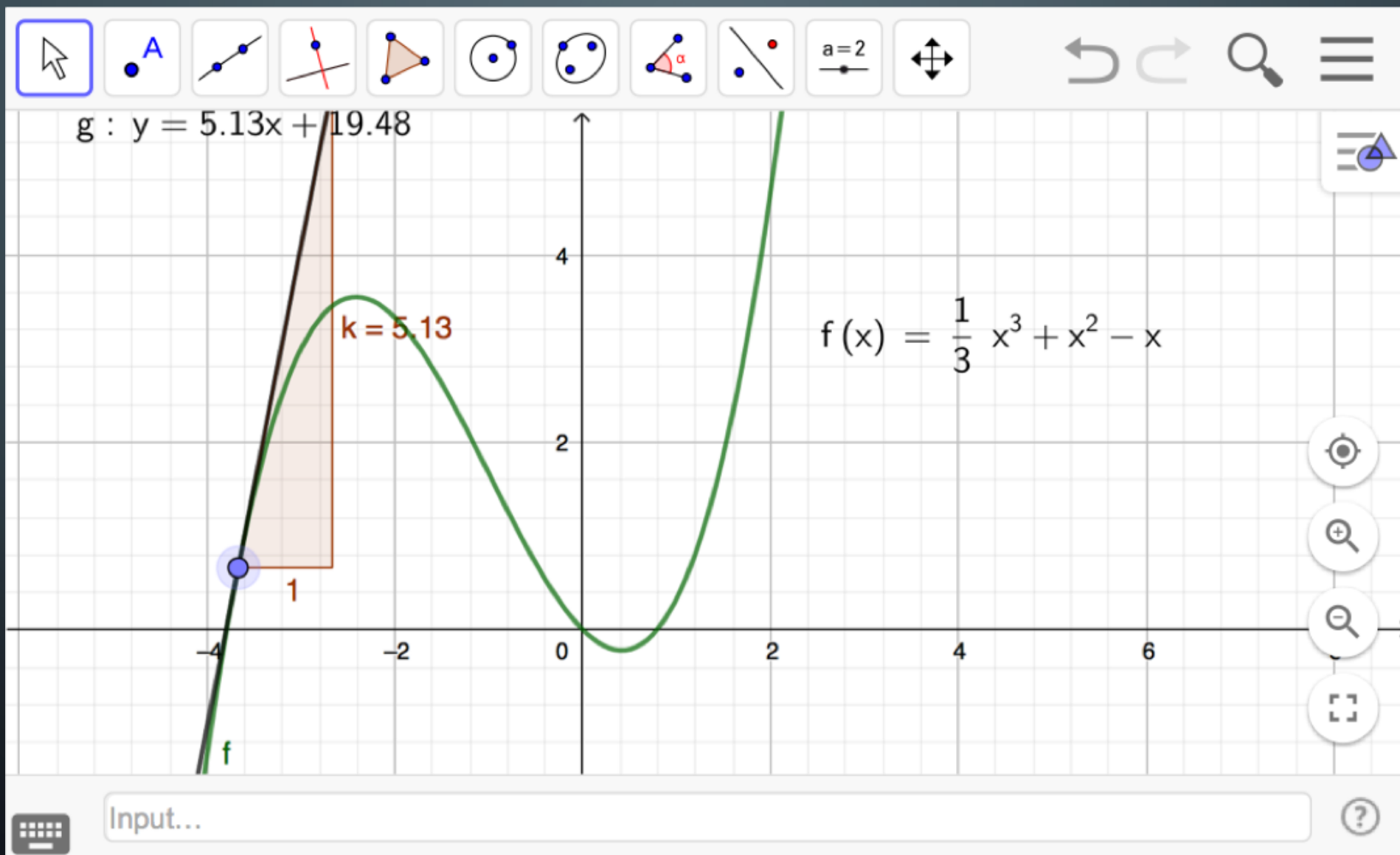
Vastaus:  $-1 < x < 3$

## 3.2 FUNKTION KASVAVUUS JA VÄHENEVYYS





Miten derivaatan arvo muuttuu funktion kulun mukaan?



## DERIVAATAN YHTEYS KASVAVUUTEEN JA VÄHENEVYYTEEN

- Jos  $f'(x) > 0$  kaikissa välin kohdissa, lukuun ottamatta yksittäisiä kohtia, joissa  $f'(x) = 0$ , funktio  $f$  on kyseisellä välillä kasvava.
- Jos  $f'(x) < 0$  kaikissa välin kohdissa, lukuun ottamatta yksittäisiä kohtia, joissa  $f'(x) = 0$ , funktio  $f$  on kyseisellä välillä vähenevä.

Derivaatan merkkikaavio ja funktion kulkukaavio:

$f'(x)$	-	+	-	+
$f(x)$	↘	↗	↘	↗

Esim. Tutki millä muuttujan  $x$  arvoilla funktio  $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$  on  
a) kasvava b) vähenevä

Derivoidaan funktio:

$$f'(x) = -2 \cdot 2x^{2-1} + 8 = -4x + 8$$

Ratkaistaan derivaatan nollakohta:

$$\begin{aligned} -4x + 8 &= 0 && \parallel -8 \\ -4x &= -8 && \parallel : (-4) \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Lasketaan derivaatan arvot nollakohdan molemmilta puolilta:

$$f'(0) = -4 \cdot 0 + 8 = 8$$

$$f'(3) = -4 \cdot 3 + 8 = -4$$

Laaditaan derivaatan merkkikaavio ja funktion kulkukaavio:

2		
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	↗	↘

Funktio on kasvava, kun  $x \leq 2$  ja vähenevä, kun  $x > 2$ .