4. EKSPONENTIAALINEN MALLI

4.1 EKSPONENTTIFUNKTIO

4.2 GEOMETRINEN LUKUJONO MALLINA

4.3 EKSPONENTIAALISEN MALLIN SOVITTAMINEN

EKSPONENTIAALINEN MALLI

Eksponentiaalista muutosta mallinnetaan funktiolla

$$f(x) = a \cdot q^n,$$

jossa a on suureen alkuperäinen arvo ja q muutoskerroin, $q > 0$.

Muutoskerroin q kertoo, kuinka moninkertaiseksi funktion arvo muuttuu , kun muuttujan arvo kasvaa yhdellä yksiköllä.

Esim. Martti tallettaa tilille 500€. Tilille vuosittain maksettava korko on 3%.

a) Muodosta funktio f, joka ilmoittaa tilin saldon nykyhetkestä eteenpäin, kun aika x on vuosina.
b) Laske kuinka paljon Martilla on tilillä rahaa 5 vuoden kuluttua, kun hän ei ole tehnyt sieltä yhtään nostoa.
c) Kuinka monen vuoden päästä tilillä on rahaa 600 € ?

a) Talletukselle maksettava korko on 3%, joten seuraavana vuonna tilin saldo on 103% edellisen vuoden saldosta. Saldo siis 1,03 kertaistuu vuosittain

Sijoitetaan alkuperäinen saldo ja muutoskerroin eksponentiaalista muutosta mallintavaan funktioon:

$$f(x) = 500 \cdot 1{,}03^{x}$$

b) Tilin saldoa vuosittain kuvaa funktio $f(x) = 500 \cdot 1{,}03^x$. *Sijoitetaan muuttujan x paikalle luku 5:*

$$f(5) = 500 \cdot 1{,}03^5 \approx 579{,}64$$

Tilillä on siis rahaa noin 579, 64 € viiden vuoden kuluttua.

c) Ratkaistaan muuttuja x, kun funktion arvo on 600:

$$500 \cdot 1{,}03^x = 600 \quad \| : 500$$

$$1{,}03^x = \frac{600}{500}$$

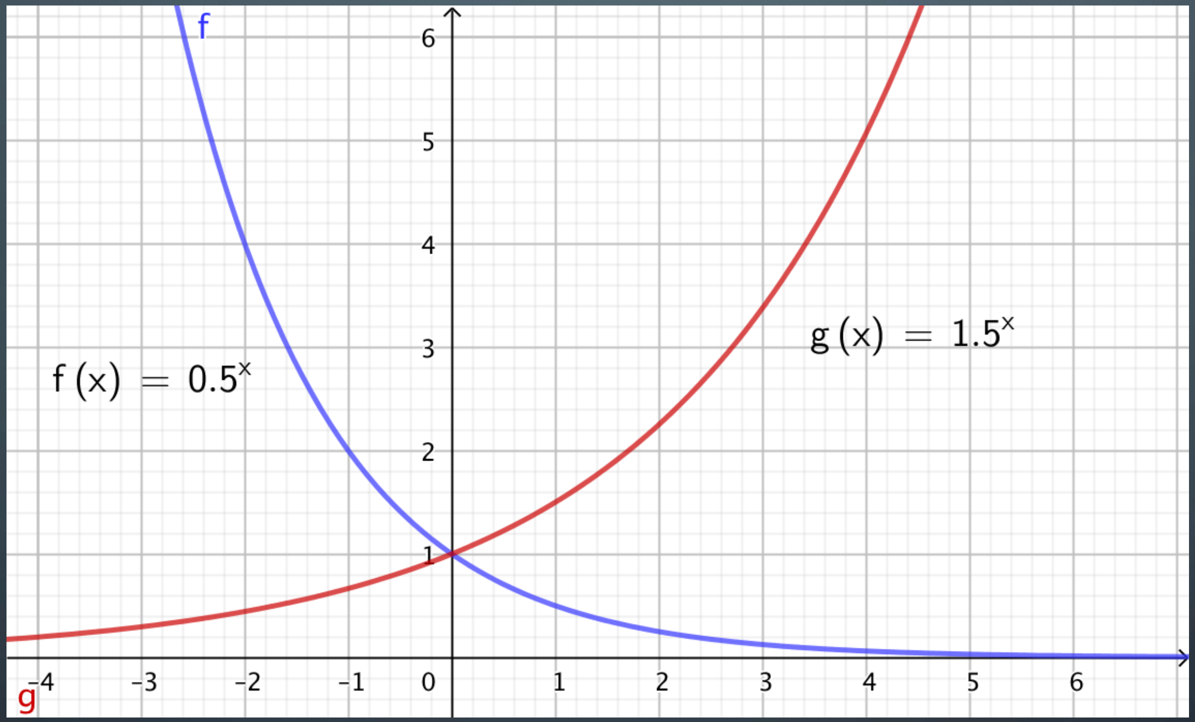
$$1{,}03^x = 1{,}2$$

$$x = log_{1,03} 1{,}2$$

$$x \approx 6{,}2$$

Tilillä on rahaa 600€ noin 6,2 vuoden kuluttua.

EKSPONENTIAALINEN VÄHENEMINEN JA KASVAMINEN



Miten muutoskertoimen suuruus vaikuttaa funktion kuvaajaan?

- Eksponenttifunktio $f(x) = q^n$ kuvaa eksponentiaalista vähenemistä, kun
  $0 < q < 1.$

- Eksponenttifunktio $f(x) = q^n$ kuvaa eksponentiaalista kasvamista, kun
  $\mathrm{q} > 1.$

4.2 GEOMETRINEN LUKUJONO MALLINA

- Geometrisessa lukujonossa peräkkäisten jäsenten suhde q on vakio

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

- Geometrisen lukujonon yleinen jäsen a_n voidaan kirjoittaa ensimmäisen jäsenen a_1 ja peräkkäisten jäsenten suhteen q avulla:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Esim. Geometrinen lukujono alkaa 2, 6, 18,…. Määritä jonon 12. jäsen.

Esim. Geometrisen lukujonon ensimmäinen jäsen $a_1 = 36$ ja neljäs jäsen $a_4 = 288$. Määritä peräkkäisten jäsenten suhde q ja a_7.