



# 2. Monikulmioiden geometriaa

2.1 KOLMIO

2.2 PYTHAGORAAN LAUSE

2.3 TRIGONOMETRIA

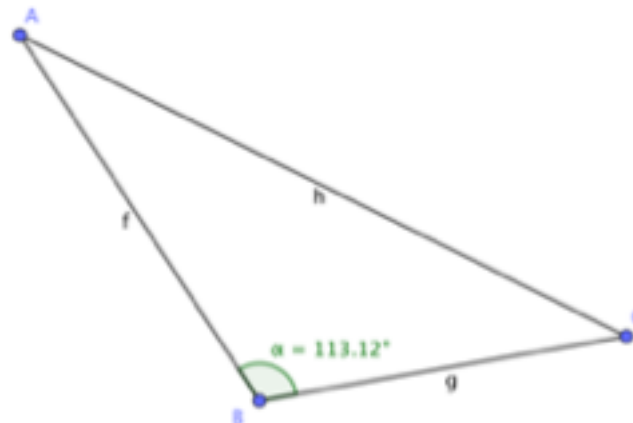
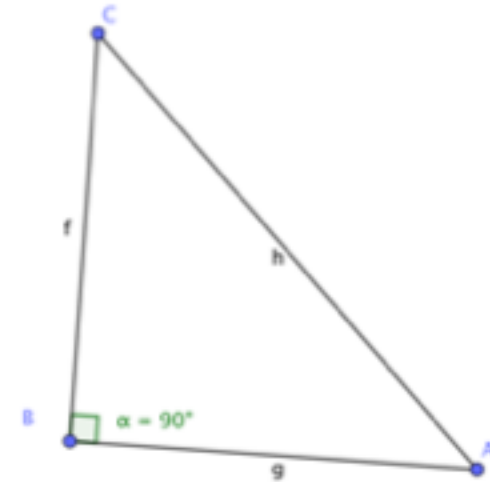
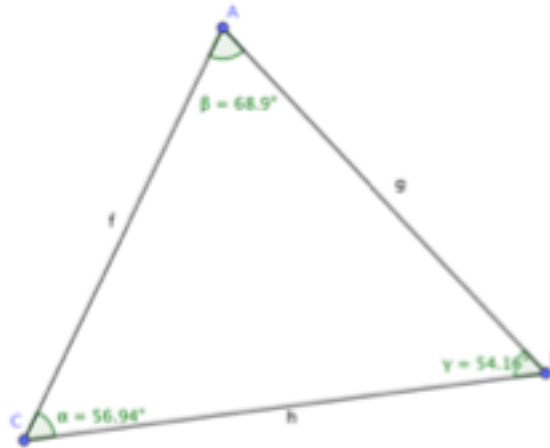
2.4 NELIKULMIO

2.5 MUITA MONIKULMIOITA

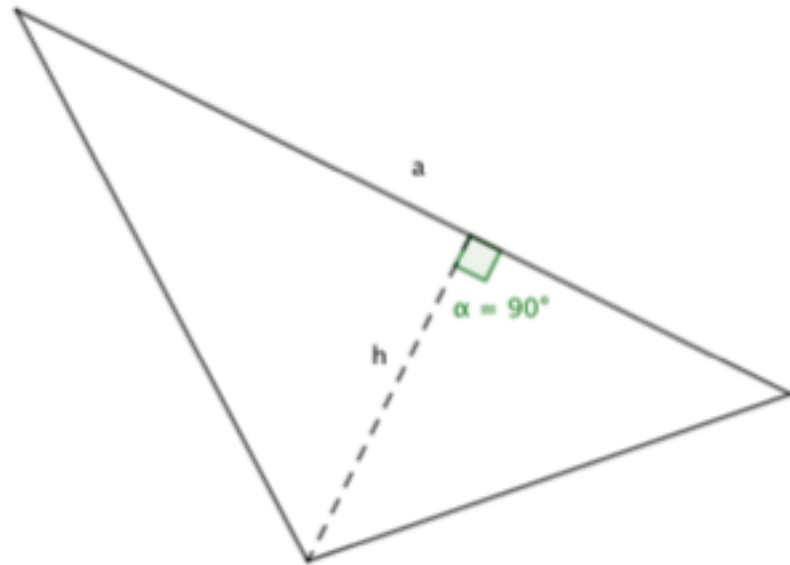
# 2.1 KOLMIO

## KOLMIOIDEN LUOKITTELU:

- ▶ Teräväkulmainen kolmio
  - ▶ Kaikki kulmat teräviä
- ▶ Suorakulmainen kolmio
  - ▶ Yksi suorakulma
- ▶ Tylppäkulmainen kolmio
  - ▶ Yksi tylppäkulma



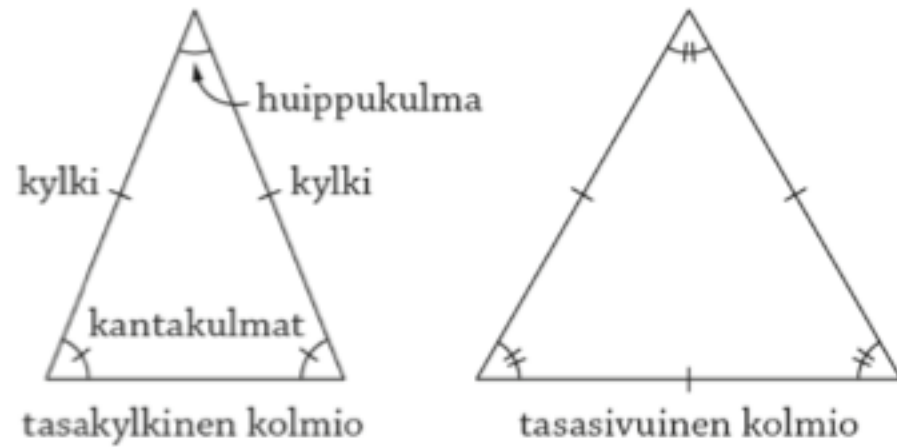
# Kolmion pinta-ala



$$A = \frac{ah}{2}$$

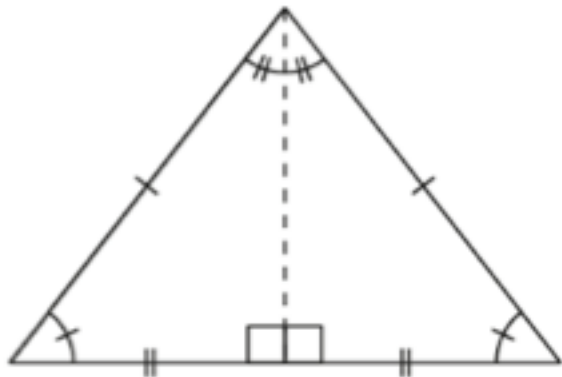
Jossa  $a$  on kanta ja  $h$  korkeus.

Esim. Laske kolmion pinta-ala, kun kolmion korkeus on 2,4 cm ja kanta 43mm.



## Tasakylkinen kolmio

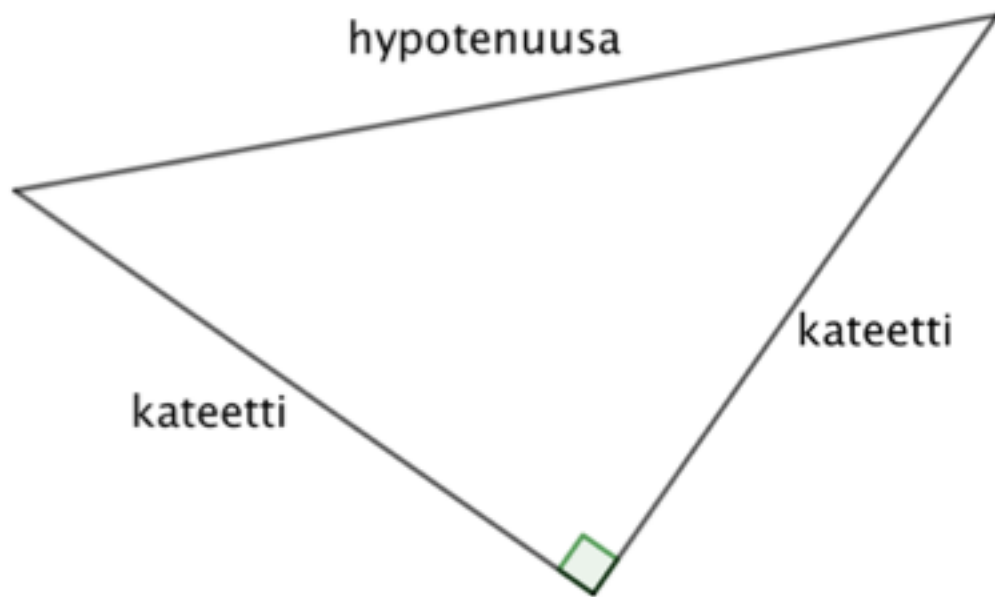
- Kaksi yhtä pitkää sivua
- Kaksi yhtä suurta kulmaa
- Korkeusjana puolittaa sekä huippukulman, että kannan



## Tasasivuinen kolmio

- Kaikki sivut yhtä pitkiä
- Kaikki kulmat yhtä suuria

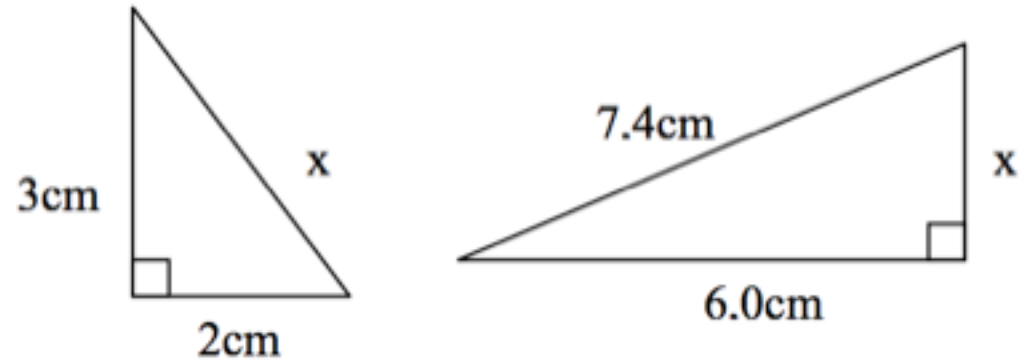
## 2.2 PYTHAGORAN LAUSE



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Jossa  $a$  ja  $b$  ovat suorakulmaisen kolmion kateetit ja  $c$  hypotenuusa.

Esim. Ratkaise suorakulmaisen kolmion sivun  $x$  pituus

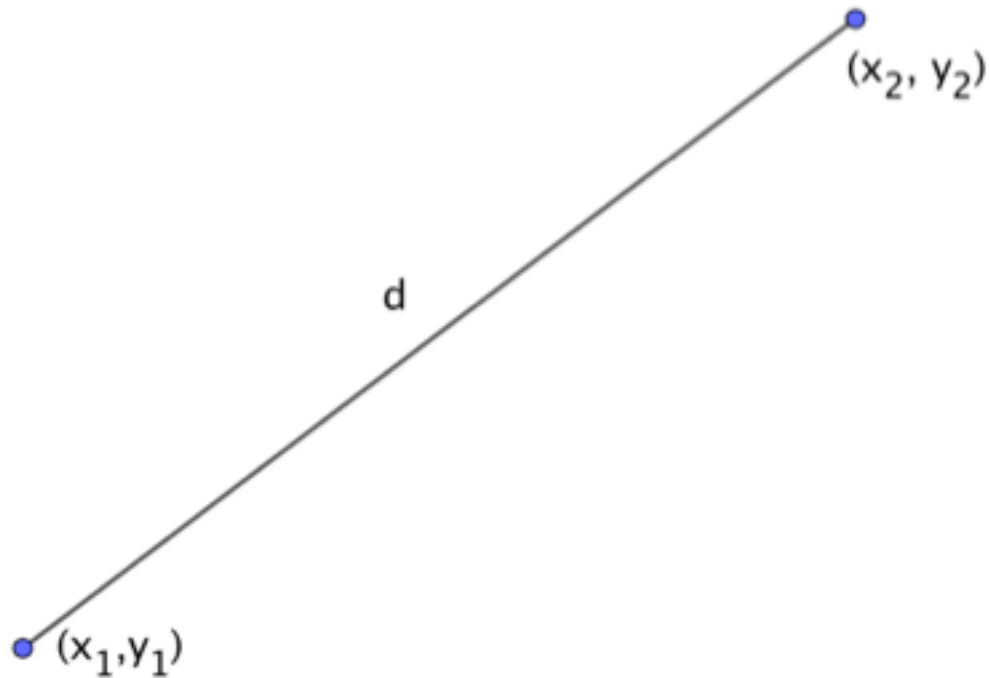


## PYTHAGORAAN LAUSEEN KÄÄNTEISLAUSE:

Jos  $a^2 + b^2 = c^2$ , jossa  $a$  ja  $b$  ovat kolmion lyhimmät sivut ja  $c$  pisin sivu, kolmio on suorakulmainen.

Esim. Onko kolmio suorakulmainen, jos sivujen pituudet ovat 3 cm, 5 cm ja 6 cm?

## PISTEIDEN ETÄISYYS KOORDINAATISTOSSA:



Pisteiden  $(x_1, y_1)$  ja  $(x_2, y_2)$  etäisyys  $d$  on

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Esim. Laske pisteiden  $(5, 2)$  ja  $(1, 5)$  välinen etäisyys



## 2.3 TRIGONOMETRIAA

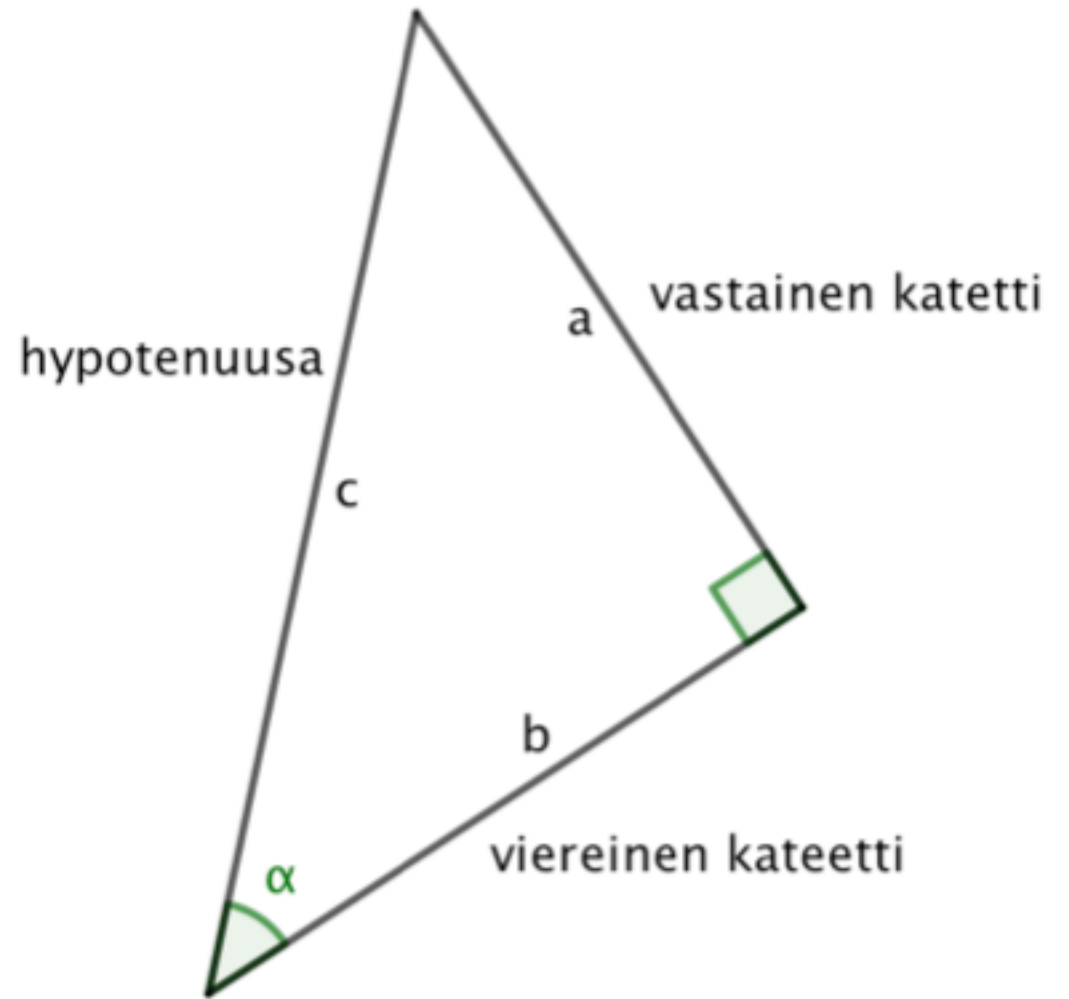
- ▶ Trigonometrinen funktioiden avulla voidaan ratkaista suorakulmaisen kolmion sivujen pituuksia ja kulmien suuruuksia.
  - ▶ Jos tunnetaan yksi sivu ja yksi kulma, voidaan ratkaista muut sivut
  - ▶ Jos tunnetaan kaksi sivua, voidaan ratkaista kolmas sivu ja kulmat

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b}$$

- Laskimesta kulman suuruus saadaan käyttämällä toimintoja  $\sin^{-1}$ ,  $\cos^{-1}$  ja  $\tan^{-1}$ .
- Muista varmistaa, että laskin on määritelty asteille (deg).



# ESIMERKKEJÄ

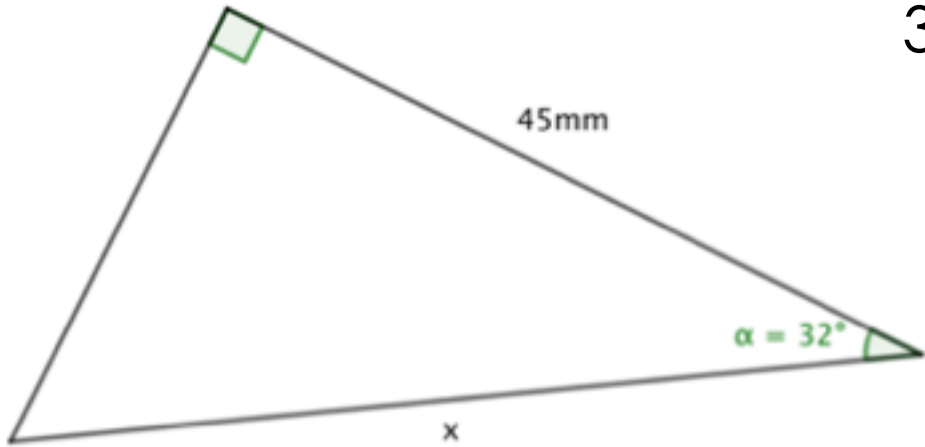
1) Laske kahden desimaalin tarkkuudella

a)  $\sin 68^\circ$     b)  $\tan 50^\circ$     c)  $\cos 10^\circ$

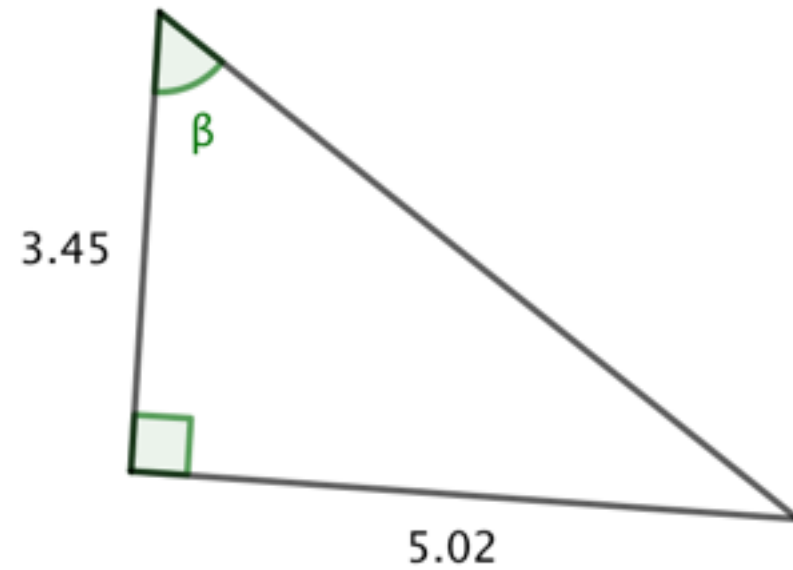
2) Määritä kulman  $\alpha$  suuruus

a)  $\tan \alpha = 0,45$     b)  $\cos \alpha = 0,2$

3) Laske sivun x pituus



4) Laske kulman  $\beta$  suuruus



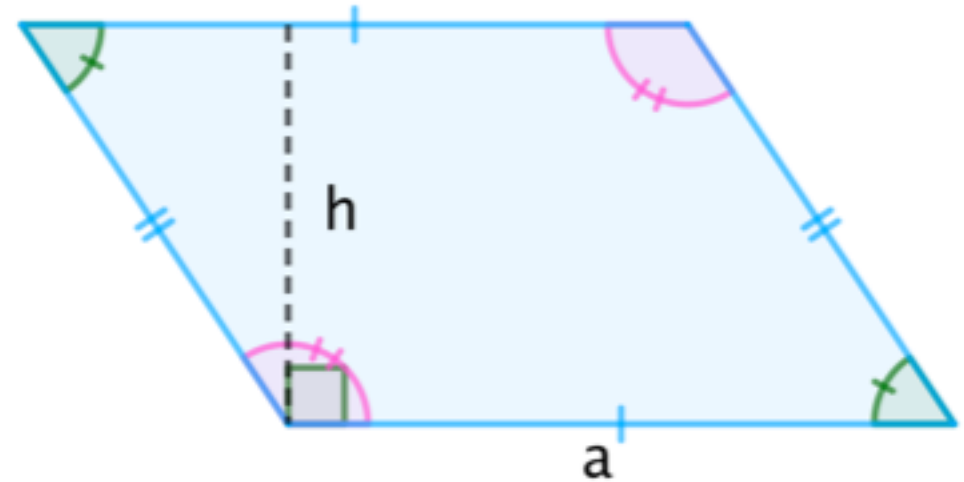
## 2.4 NELIKULMIO

### SUUNNIKAS:

- Suunnikas on nelikulmio, jonka vastakkaiset sivut ovat yhdensuuntaisia.

### Suunnikkaan ominaisuuksia:

- Vastakkaiset sivut ovat yhtä pitkiä.
- Vastakkaiset kulmat ovat yhtä suuria.
- Vierekkäisten kulmien summa on  $180^\circ$ .
- Lävistäjät puolittavat toisensa



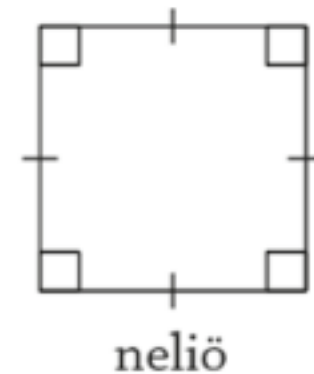
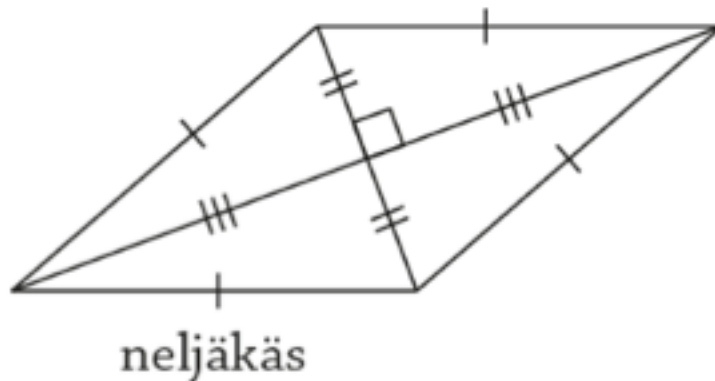
Pinta-ala:

$$A = ah,$$

$a$  = kanta       $h$  = korkeus

## NELJÄKÄS:

- Suunnikas, jonka kaikki sivut ovat yhtä pitkiä.
- Lävistäjät puolittavat toisensa ja ne ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.
- Neljäkäs, jonka kaikki kulmat ovat suorita kulmia, on neliö.
- Neliö on suorakulmio, suunnikas ja neljäkäs.



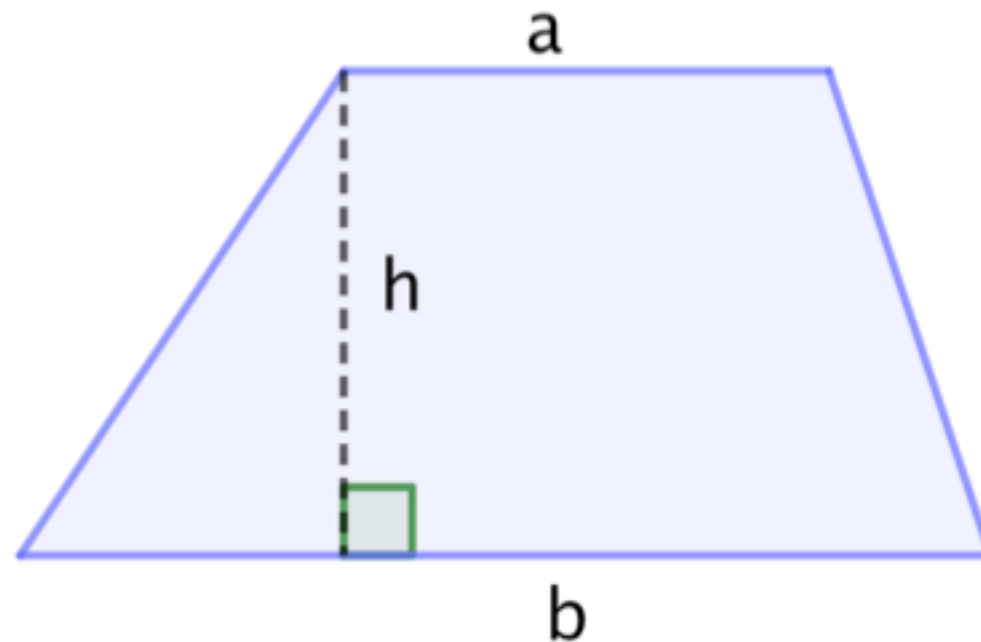
## PUOLISUUNNIKAS:

- Nelikulmio, jossa on täsmälleen kaksi yhdensuuntaista sivua.
- Puolisuunnikkaan korkeus on yhdensuuntaisten sivujen kohtisuora etäisyys.

Pinta-ala:

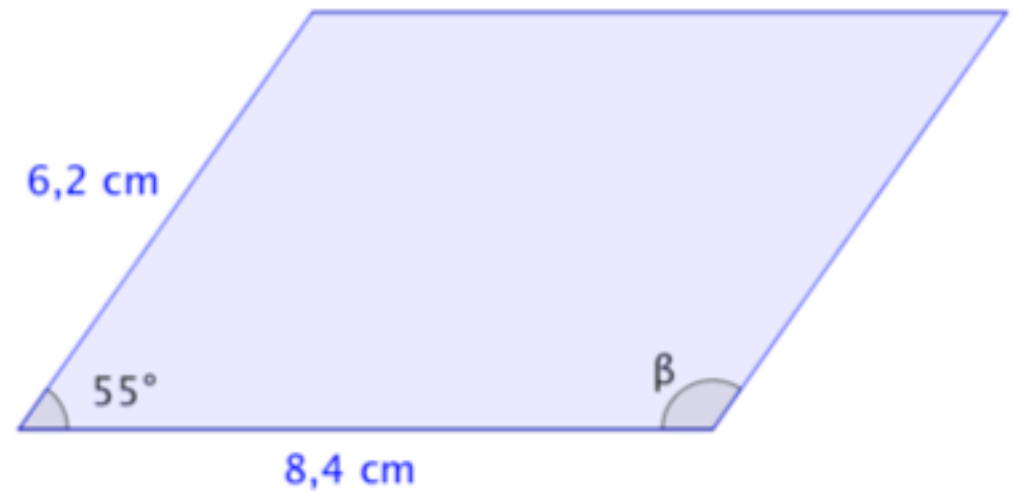
$$A = \frac{a + b}{2} h$$

$a$  ja  $b$  ovat yhdensuuntaiset sivut  
 $h$  on korkeus



# ESIMERKKEJÄ

1) Laske suunnikkaan pinta-ala ja kulman  $\beta$  suuruus





2) Laske puolisuunnikkaan pinta-ala

