3.TOISEN ASTEEN POLYNOMIFUNKTIO

3.1 PARAABELI

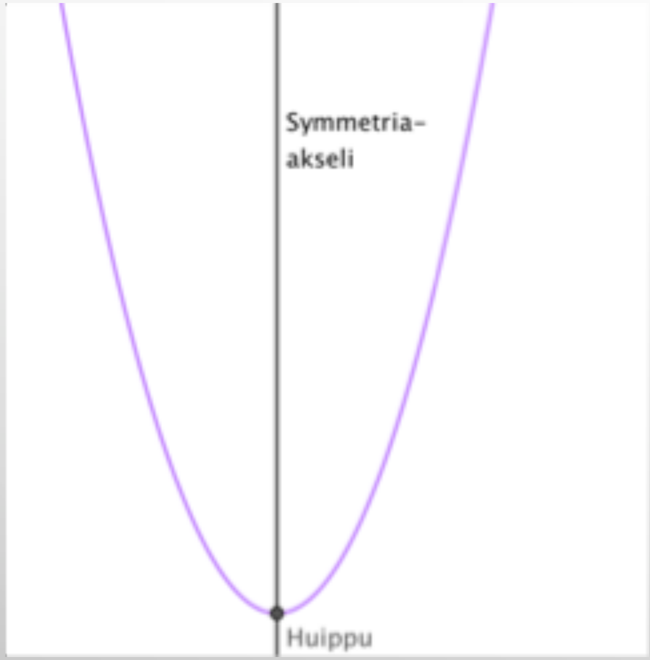
3.2 PARAABELIN TUTKIMISTA

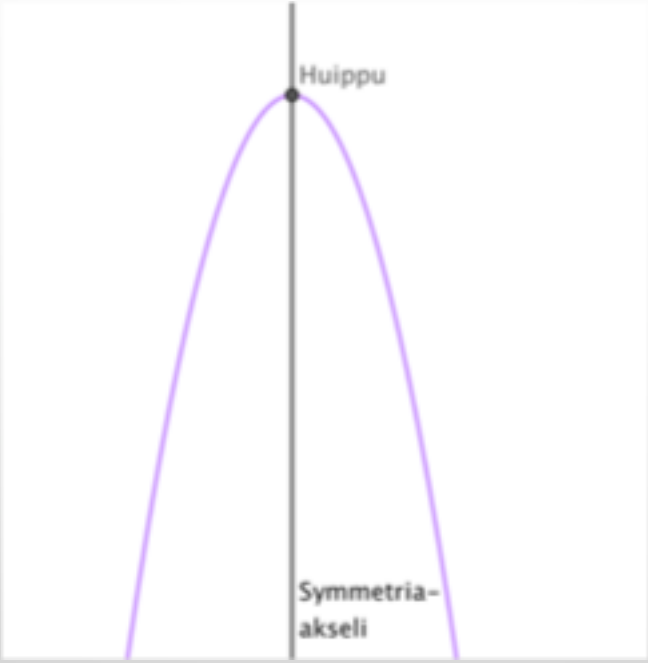
3.1 PARAABELI

- Toisen asteen polynomifunktion

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

asteluku on kaksi. Funktion kuvaaja on paraabeli.

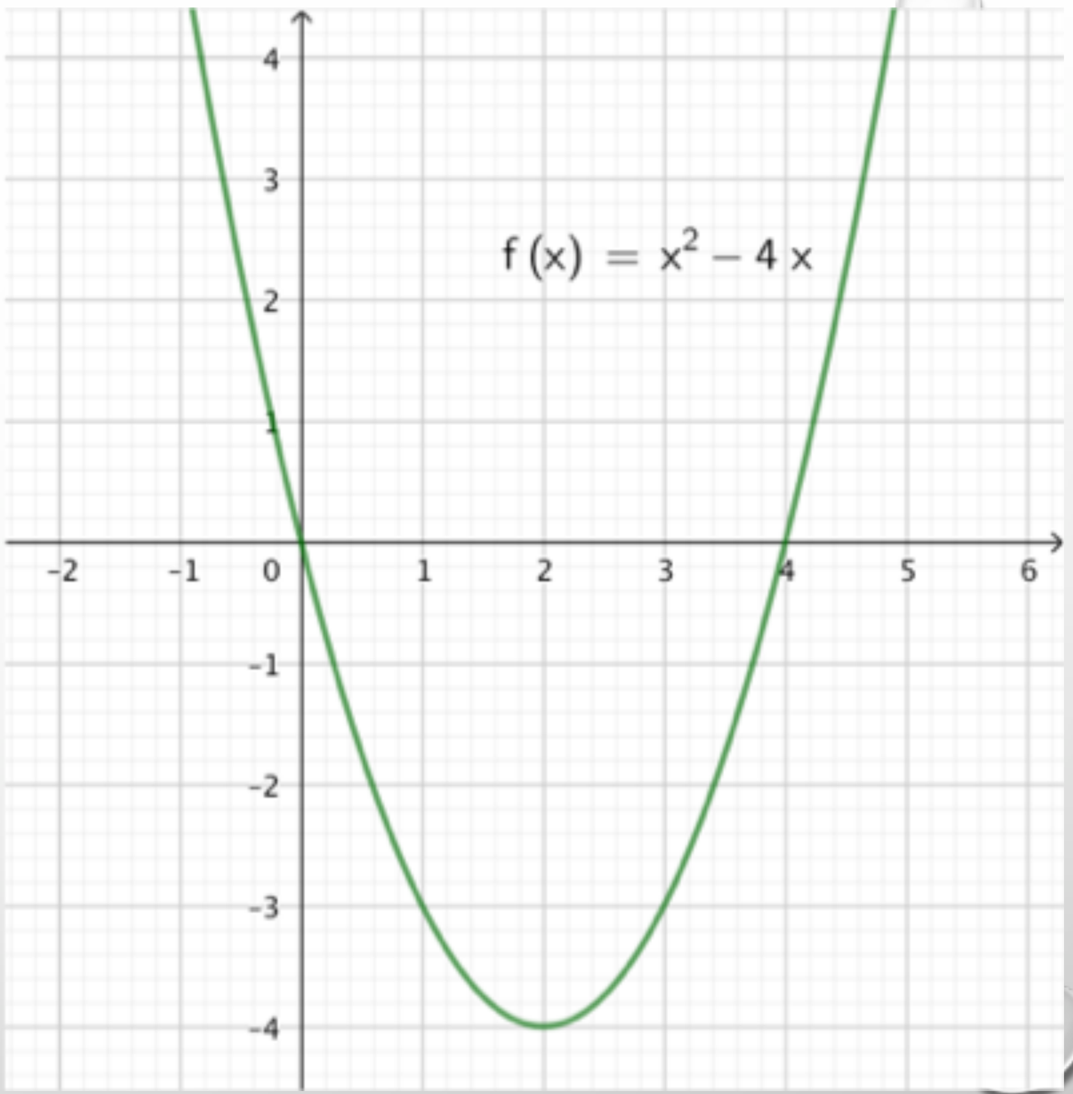




- Paraabeli on symmetrinen huipun kautta kulkevan y-akselin suuntaisen suoran kanssa
- Tätä suoraa kutsutaan symmetria-akseliksi

Esim. Määritä toisen asteen funktion kuvaajasta

a) Funktion nollakohdat
b) Huipun koordinaatit
c) Millä muuttujan x arvoilla f(x) = -3



a) *Funktion nollakohdat ovat x = 0 ja x = 4*
b) *Huipun koordinaatit ovat (2, -4).*
c) *f(x)= -3, kun x = 1 ja x = 3.*

PARAABELIN HUIPUN KOORDINAATTIEN MÄÄRITTÄMINEN SYMMETRIAN AVULLA:

- Huipun x- koordinaatti on funktion nollakohtien puolessa välin, koska paraabeli on symmetrinen huipun kautta kulkevan akselin suhteen.
- x- koordinaatti saadaan siis laskemalla nollakohtien keskiarvo.
- Jos funktiolla ei ole nollakohtia, on huipun x- koordinaatti kahden muun muuttujan x, joita vastaa sama y:n arvo, keskiarvo.

Esim. Laske paraabelin huipun x- koordinaatti, kun nollakohdat ovat x = -1 ja x=3.

X- koordinaatti saadaan nollakohtien keskiarvosta:

$$\frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

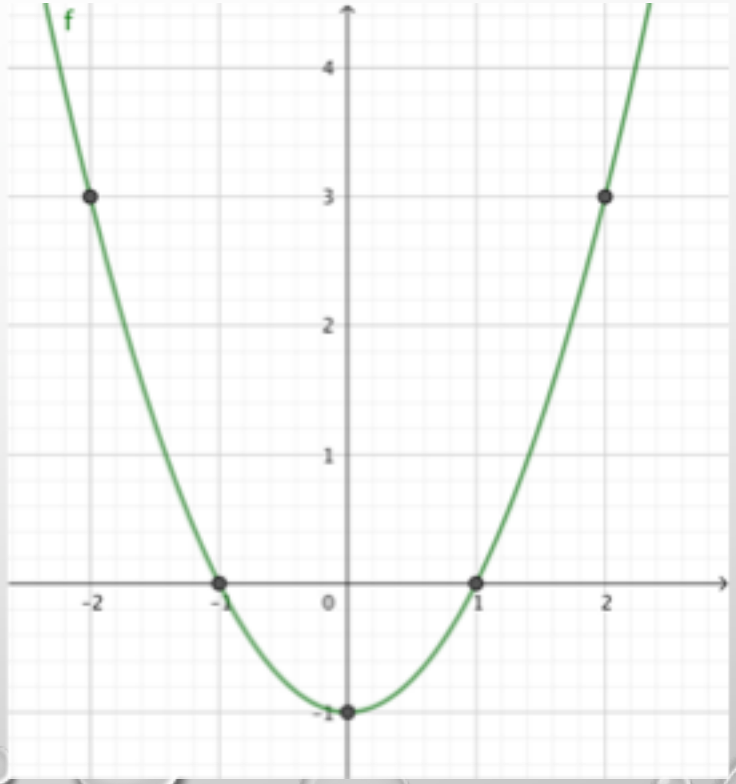
Vastaus: Huipun x- koordinaatti on 1.

Esim. Piirrä funktion $f(x) = x^2 - 1$ kuvaaja.

Lasketaan funktion f arvoja muuttujan x eri arvoilla:

x	**y = x^2-1**	**(x, y)**
0	$0^2 - 1 = -1$	(0, -1)
1	$1^2 - 1 = 0$	(1, 0)
2	$2^2 - 1 = 3$	(2, 3)
-1	$(-1)^2 - 1 = 0$	(-1, 0)
-2	$(-2)^2 - 1 = 3$	(-2, 3)

Sijoitetaan pisteet koordinaatistoon ja piirretään niiden kautta paraabeli:



3.2 PARAABELIN TUTKIMISTA

- Tutkitaan paraabelin vakion arvon a vaikutusta kuvaajan muotoon

https://www.geogebra.org/m/uYfsqeJH#material/rFFxetY3

PARAABELIN AUKEAMISSUUNTA:

Toisen asteen polynomifunktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ kerroin a määrää paraabelin aukeamissuunnan:

- Paraabeli on ylöspäin aukeava, kun $a > 0$.
- Paraabeli on alaspäin aukeava, kun $a < 0$.

VAKION C VAIKUTUS PARAABELIN KUVAAJAAN:

Tutkitaan appletin avulla miten vakion c arvo vaikuttaa kuvaajaan:

https://www.geogebra.org/m/uYfsqeJH - material/xp2BQAoN

- Vakion c arvo vaikuttaa siihen, leikkaako tai sivuaako paraabeli x- akselia vai onko paraabeli kokonaan x- akselin ylä- tai alapuolella.

TOISEN ASTEEN FUNKTION NOLLAKOHDAT:

Toisen asteen funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ nollakohtien lukumäärä riippuu kuvaajan ja x- akselin leikkauspisteiden lukumäärästä.

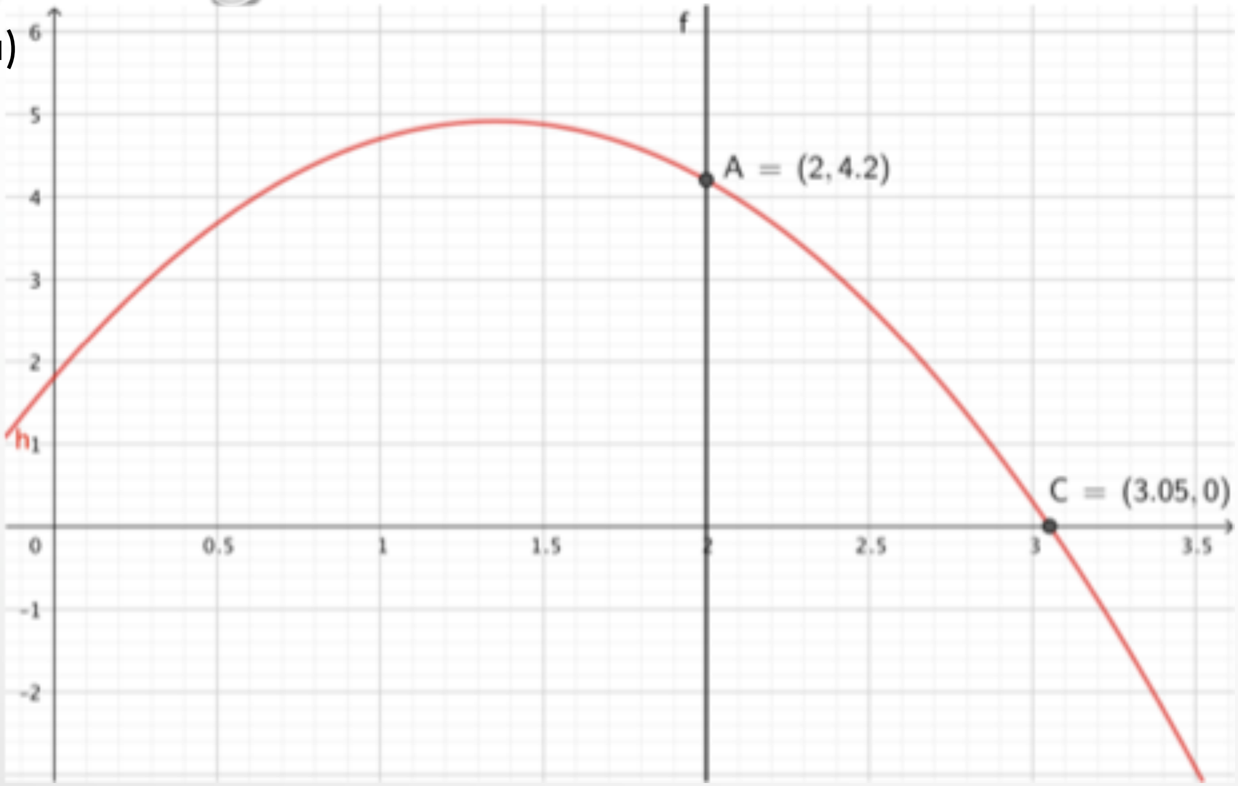
- Nollakohtia voi olla 1, 2 tai ei yhtään

Esim. Heitetyn pallon lentoradan korkeutta *h* (metriä) ajan *t* (sekuntia) suhteen kuvaa funktio

$h(t) = -1{,}7t^2 + 4{,}6t + 1{,}8.$

a) Piirrä kuvaaja GeoGebralla.
b) Kuinka korkealla pallo on, kun heittohetkestä on kulunut aikaa 2s? Tarkista laskemalla.
c) Kuinka pitkän ajan kuluttua pallo osuu maahan?

a)



b) Kuvaajasta luettuna pallo on 4,3 metrin korkeudella, kun aikaa on kulunut 2s.

Tarkistus:

$$h(2) = -1{,}7 \cdot 2^2 + 4{,}6 \cdot 2 + 1{,}8 = 4{,}2$$

c) Pallo osuu maahan 3,05 sekunnin kuluttua.