

FY4: Kertausta

1. Pallo heitetään suoraan ylös päin. Pallon lähtökorkeus on 1,8 m ja pallon alkunopeudeksi mitataan 15 m/s.

- a) Kuinka suuri on pallon nopeus 1,6 s kuluttua heitosta?
b) Kuinka korkealle pallo nousee?

$$a = -9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad s_0 = 1,8\text{m} \quad v_0 = 15,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- a) Valitaan liikkeen positiiviseksi suunnaksi ylös.

Tasaisesti kiihtyvän liikkeen nopeuden lausekkeeseen sijoittamalla:

$$v = v_0 + at = 15,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,6\text{s} = -0,696 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx -0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Pallo on siis putoamassa alaspäin, koska nopeuden arvo on negatiivinen.

- b) Radan ylimmässä pisteessä $v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Pallon nousuaika t saadaan käyttämällä tasaisesti kiihtyvän liikkeen nopeuden lauseketta:

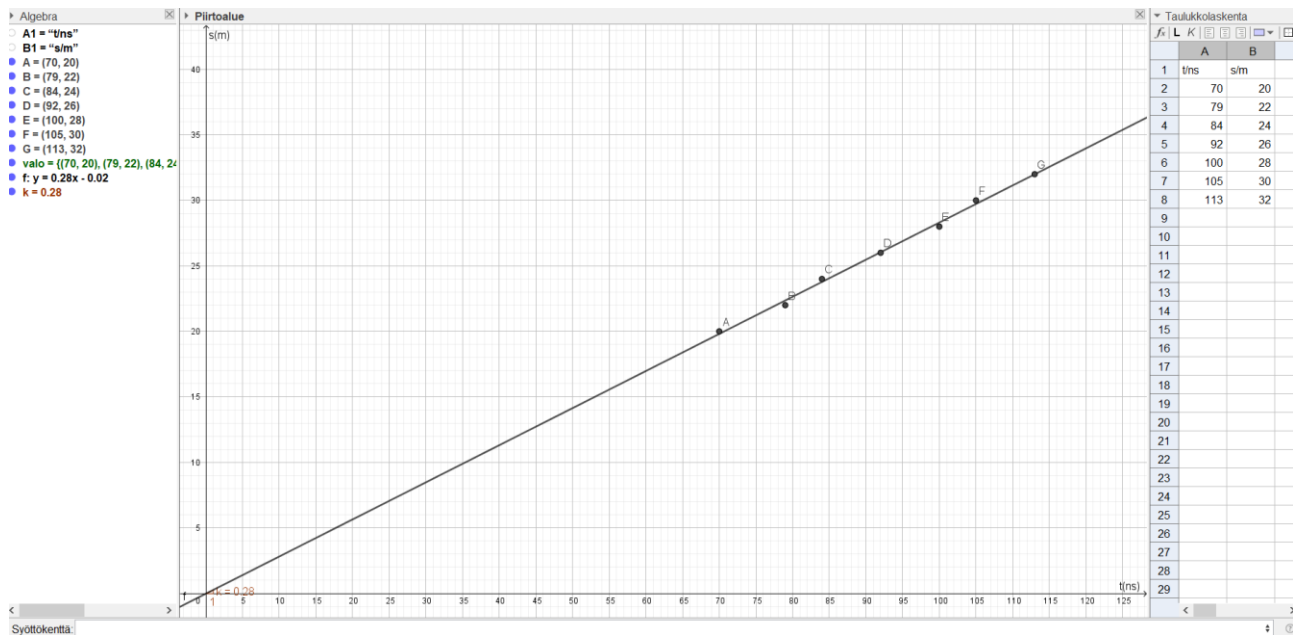
$$v = v_0 + at \Rightarrow t = -\frac{v_0}{a}$$

Tasaisesti kiihtyvän liikkeen paikan yhtälöstä:

$$\begin{aligned} s &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = s_0 + v_0 \left(-\frac{v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} a \left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 = s_0 - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} \\ &= 1,8\text{m} - \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{15,0\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{-\frac{9,81\text{m}}{\text{s}^2}} = 13,267 \dots \text{m} \approx 13,3\text{m} \end{aligned}$$

2. Valon nopeuden mittauslaite lähettää valopulssin ja vastaanottaa peilistä takaisin heijastuneen pulssin sekä rekisteröi pulssin lähdön ja paluun välisen aikaeron. Kokeessa peilin etäisyyttä (s) mittalaitteesta muutettiin metrin välein ja mitattiin aikaerot (t), jolloin saatiin alla olevan taulukon mukaiset tulokset. Määritä valon nopeus näiden mittaustulosten perusteella.

s/m	10,00	11,00	12,00	13,00	14,00	15,00	16,00
t/ns	70	79	84	92	100	105	113



Nopeus saadaan t - s -koordinaatistoon laitetuista mittaustuloksista ja niihin sovitetun suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = 0,28 \frac{m}{ns} = 2,8 \cdot 10^8 m/s$$

(Huom! Matka pitää kertoa kahdella koska se on kaksinkertainen peilin etäisyyteen nähden.)

3. Jaska tiputtaa muovipallon, jonka massa on 72g, kerrostalon katolta. Laske mikä on pallon vaikuttavan ilmanvastuksen suuruus

- kun pallon kiihtyvyys on $6,5 \text{ m/s}^2$.
- kun pallon liike on tasaista.

$$m = 72g = 0,072kg$$

Valitaan positiiviseksi suunnaksi maan suunta.

- Dynamiikan peruslain mukaan

$$\sum F = ma$$

$$G - F_i = ma$$

$$-F_i = ma - G$$

$$F_i = G - ma = mg - ma = m(g - a) = 0,072kg(9,81 \frac{m}{s^2} - 6,5 \frac{m}{s^2}) \approx 0,24N$$

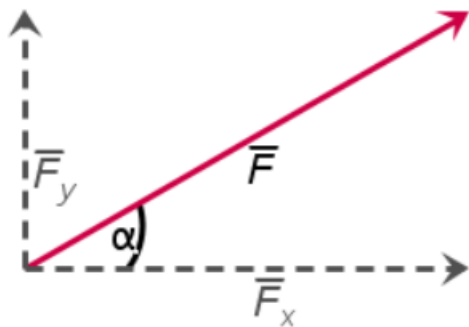
b) Liikkeen ollessa tasaista dynamiikan peruslain mukaan:

$$\sum F = 0$$

$$G - F_i = 0$$

$$G = F_i = mg = 0,072kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \approx 0,71N$$

4. Ahkiota vedetään siten, että naru muodostaa 31° kulman vaakatason kanssa. Laske vetävän voiman $\vec{F}$ komponenttien F_x ja F_y suuruudet, kun $F = 85\text{ N}$.

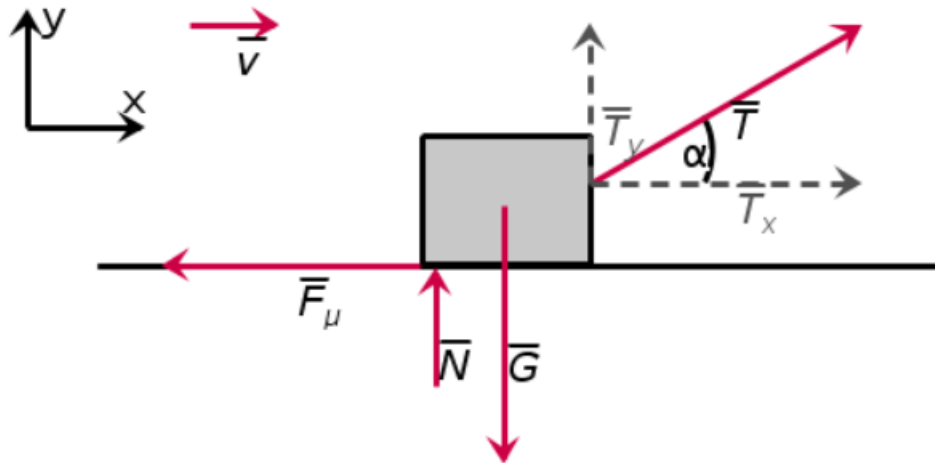


$$\alpha = 31^\circ \quad F = 85N$$

$$\sin\alpha = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F \sin\alpha = 85N \cdot \sin 31^\circ \approx 44N$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F \cos\alpha = 85N \cdot \cos 31^\circ \approx 73N$$

5. Tyttö vetää pulkkaa, jonka massa on 95 kg. Narun ja vaakatason välinen kulma on 31° . Kuinka suuri pulkkaan vaikuttava narun jännitysvoima on, kun pulkka liikkuu tasaisella nopeudella. Kelkan ja lumen välinen liukukitkakerroin on 0,15.



$$m = 95 \text{ kg} \quad \alpha = 31^\circ \quad \mu = 0,15$$

Dynamiikan peruslain mukaan pulkan liikkeen ollessa tasaista

$$\sum \vec{F} = \vec{T} + \vec{N} + \vec{G} + \vec{F}_\mu = 0$$

Jaetaan liikeyhtälö x- ja y-akselin suuntaiseen tarkasteluun:

$$x: \quad T_x - F_\mu = T_x - \mu N = 0$$

$$y: \quad T_y + N - G = 0$$

Ratkaistaan pinnan tukivoiman N suuruus y- suunnan yhtälöstä ja sijoitetaan se x-suunnan yhtälöön:

$$T_y + N - G = 0 \Rightarrow N = G - T_y$$

$$T_x - \mu(G - T_y) = T_x - \mu G - \mu T_y = 0$$

Langan jännitysvoiman komponentit ovat:

$$T_x = T \cos \alpha$$

$$T_y = T \sin \alpha$$

Sijoitetaan jännitysvoiman komponentit edellä olevaan yhtälöön.

$$T \cos \alpha - \mu G + \mu T \sin \alpha = 0$$

$$T(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = \mu G$$

$$T = \frac{\mu G}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = \frac{0,15 \cdot 95\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\cos 31^\circ + 0,15 \sin 31^\circ} = 149,60\text{N} \approx 150\text{N}$$

6. Kuution muotoinen laatikko, jonka särmien pituudet ovat 1,00 m, upotetaan veteen. Laatikon yläpinta on 0,55 m:n syvyydellä vedessä. Laske nosteen suuruus.

Koska kuutio on kokonaan upoksissa, kuutio syrjäyttää oman tilavuutensa verran vettä. Arkhimedeen lain mukaan:

$$N = \rho_{\text{vesi}} V g = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1,00 \text{ m}^3 \cdot 9,82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9810\text{N} \approx 9,8 \text{ kN}$$

7. Tarkastellaan polkupyörää, joka liikkuu nopeudella 18 km/h. Olkoon pyörän ja ajajan yhteinen massa 60 kg. Pyöräilijä jarruttaa pyöräilijän nopeuden puoleen alkuperäisestä tasaisesti 10 m matkalla. Kuinka suuri voima tähän tarvitaan?

$$m = 60\text{kg} \quad v_1 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_2 = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad s = 10\text{m}$$

Tehty työ on loppu- ja alkutilanteen liike-energioiden erotus:

$$W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 60\text{kg} \cdot \left(2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 60\text{kg} \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = -562,5\text{J} \approx -560\text{J}$$

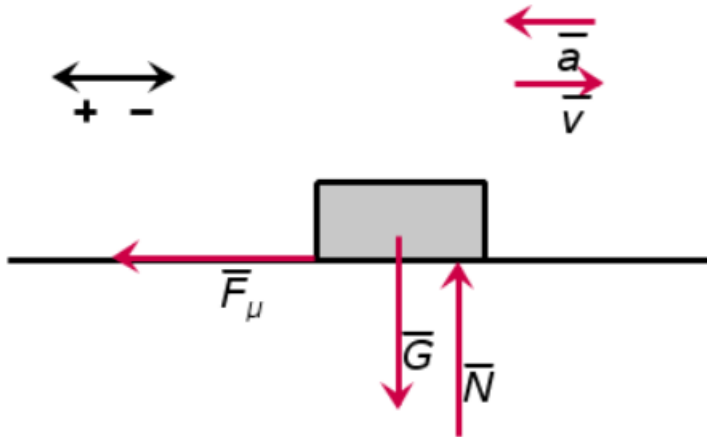
Tehdyn työn negatiivinen etumerkki tarkoittaa, että tehty työ kuluttaa kappaleen liike-energiaa.

Työn kaavasta saadaan, että

$$W = F s \quad \Rightarrow \quad F = \frac{W}{s} = \frac{-562,5\text{J}}{10\text{m}} = -56,25\text{N} \approx -56\text{N}$$

Voima on liikkeen suuntaa vastaan.

8. Jääkiekko, jonka massa on 160 g, lähtee mailasta nopeudella 25 m/s. Kuinka pitkän matkan kiekko liukuu vaakasuoralla järven jäällä, kun kiekon ja jään välinen kitkakerroin on 0,11?



$$m = 160g \quad v_0 = 25 \frac{m}{s} \quad \mu = 0,11$$

Tarkastellaan dynamiikan peruslakia x -akselin suunnassa, jolloin

$$\sum \bar{F}_x = \bar{F}_\mu = m\bar{a}$$

Liiketyhtälön mukaan $N = G = mg$, joten

$$F_\mu = \mu mg$$

Energiaperiaatteen mukaan liike-energian muutos ja kitkavoiman tekemä työ on yhtä suuret. Koska kiekko pysähtyy lopussa, on liike-energian muutos sama kuin liike-energia alussa, jolloin saadaan:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = F_\mu s$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \mu mgs$$

$$s = \frac{mv_0^2}{2\mu mg} = \frac{v_0^2}{2\mu g} = \frac{(25 \frac{m}{s})^2}{2 \cdot 0,11 \cdot 9,82 \frac{m}{s^2}} = 289,59m \approx 290m$$

9. Pertti heittää lumipallon vinosti ylöspäin vauhdilla 17 m/s. Millä vauhdilla pallo osuu seinään, joka on 3,5 m lähtötasoa ylempänä?

$$h = 3,5m \quad v_0 = 17 \frac{m}{s} \quad v = ?$$

Pallon mekaaninen energia säilyy. Pallolla on alussa ainoastaan liike-energiaa ja seinään osuessaan liike-energiaa ja potentiaalienergiaa:

$$E_{ka} = E_{kl} + E_p$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

Massa supistuu pois ja loppunopeudeksi saadaan:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{(17 \frac{m}{s})^2 - 2 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 3,5m} = 14,844 \frac{m}{s} \approx 15 \frac{m}{s}$$

- 10.** Henkilöauto ja kuorma-auto ajavat nokkakolarin ja autot takertuvat törmäyksessä toisiinsa. Molemmat autot liikkuvat nopeudella 80 km/h ennen törmäystä. Millä nopeudella autot liikkuvat törmäyksen jälkeen? Kuorma-auton massa on 15 000 kg ja henkilöauton 1500 kg.

$$v_h = v_k = 80 \frac{km}{h} \quad m_h = 1500kg \quad m_k = 15000kg$$

Törmäys on kimmoton ja liikemäärän säilymislain mukaan liikemäärä on ennen törmäystä yhtä suuri kuin törmäyksen jälkeen. Tällöin

$$m_h \bar{v}_h + m_k \bar{v}_k = (m_h + m_k) \bar{u}$$

$\bar{u}$ on henkilöauton ja kuorma-auton yhteinen nopeus törmäyksen jälkeen.

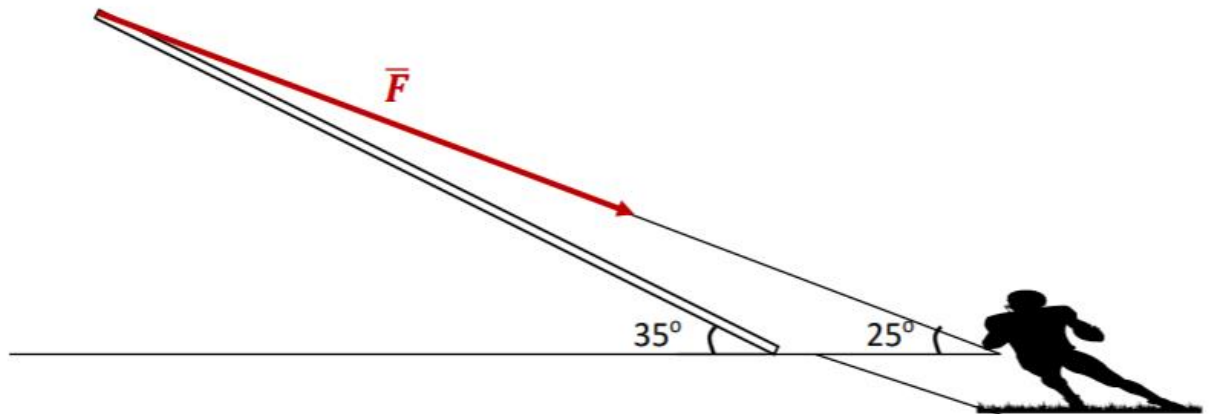
Valitaan kuorma-auton kulkusuunta positiiviseksi ja oletetaan, että autot liikkuvat törmäyksen jälkeen kuorma-auton alkuperäisen suunnan mukaisesti.

$$m_k v_k - m_h v_h = (m_h + m_k) u$$

$$u = \frac{m_k v_k - m_h v_h}{m_h + m_k}$$

$$u = \frac{15000kg \cdot 80 \frac{km}{h} - 1500kg \cdot 80 \frac{km}{h}}{1500kg + 15000kg} = 65,45 \frac{km}{h} \approx 65 \frac{km}{h}$$

11. Petteri pystyttää tasapaksua lipputankoa, jonka massa on 38 kg ja pituus 16 m. Lipputangon painopiste on lipputangon keskipisteessä. Piirrä voimakuvio ja merkitse siihen myös voimien varret. Kuinka suuri voima tarvitaan kuvan tilanteessa pitämään lipputankoa paikoillaan vetoköyden välityksellä?



Ratkaisu löytyy osoitteesta: <http://www.kotiposti.net/ajnieminen/mom.pdf>