

KERTAUSTEHTÄVIEN RATKAISUT

1. Oikeita väitteitä ovat a, c ja d. Taajuus ei muutu, koska sen määrää säteilylähde.
2. a) Valaistun pinnan pinta-ala kasvaa verrannollisena lampusta mitatun etäisyyden neliöön. Tällöin etäisyydellä 0,20 m olevan valaistun pinnan ala $A(0,20 \text{ m})$ ja etäisyydellä 1,0 m olevan valaistun pinnan ala $A(1,0 \text{ m})$ toteuttavat yhtälön
$$\frac{A(0,20 \text{ m})}{A(1,0 \text{ m})} = \frac{(0,20 \text{ m})^2}{(1,0 \text{ m})^2} = 0,040.$$

Valaistusvoimakkuuksien suhteeksi saadaan valaistusvoimakkuuden

yhtälöstä $E = \frac{\Phi}{A}$ silloin

$$\frac{E(1,0 \text{ m})}{E(0,20 \text{ m})} = \frac{\Phi / A(1,0 \text{ m})}{\Phi / A(0,20 \text{ m})} = \frac{A(0,20 \text{ m})}{A(1,0 \text{ m})} = 0,040.$$

Valaistusvoimakkuus etäisyydellä 1,0 m olevalla pinnalla on silloin

$$E(1,0 \text{ m}) = 0,04 \cdot E(0,20 \text{ m}) = 0,040 \cdot 410 \text{ lx} \approx 16 \text{ lx}.$$

b) Yhtälöstä $E = \frac{\Phi}{A}$ saadaan valaistusvoimakkuuksien suhteeksi etäisyyksillä 0,20 m ja r

$$\begin{aligned} \frac{E(0,20 \text{ m})}{E(r)} &= \frac{\Phi / A(0,20 \text{ m})}{\Phi / A(r)} \\ &= \frac{A(r)}{A(0,20 \text{ m})} \\ &= \frac{r^2}{(0,20 \text{ m})^2}. \end{aligned}$$

Etäisyydelle r saadaan yhtälö

$$r^2 = (0,20 \text{ m})^2 \cdot \frac{E(0,20 \text{ m})}{E(r)} = 0,040 \text{ m}^2 \cdot \frac{410 \text{ lx}}{50 \text{ lx}} = 0,328 \text{ m}^2 \text{ eli } r \approx 0,57 \text{ m}.$$

3. a) Valaistusvoimakkuuden yhtälöstä $E = \frac{\Phi}{A}$ saadaan valaistusvoimakkuudeksi 5,0 m:n etäisyydellä olevalla pinnalla

$$E_1 = \frac{\Phi}{A_1} = \frac{2500 \text{ lm}}{1,0 \text{ m}^2} = 2500 \text{ lx}.$$

- b) Valaistujen alueiden säteiden (r_1 , r_2) ja pintojen etäisyyksien (5,0 m, 10,0 m) välille saadaan verranto $\frac{r_1}{5,0 \text{ m}} = \frac{r_2}{10,0 \text{ m}}$, joten

$$r_2 = 10,0 \text{ m} \cdot \frac{r_1}{5,0 \text{ m}} = 2r_1. \text{ Täten etäisyydellä } 10,0 \text{ m} \text{ olevan pinnan pinta-ala on } A_2 = \pi r_2^2 = \pi(2r_1)^2 = 4 \cdot \pi r_1^2 = 4A_1.$$

Valaistusvoimakkuus tällä pinnalla on

$$E_2 = \frac{\Phi}{A_2} = \frac{\Phi}{4A_1} = \frac{2500 \text{ lm}}{4,0 \text{ m}^2} \approx 630 \text{ lx}.$$

- c) Lukemiseen tarkoitetun paikan suositeltu valaistusvoimakkuus on kirjassa olevan taulukon mukaan 300-500 lx, joten lampun valo on riittävä kirjan lukemiseen.

4. Lasersäde on sähkömagneettista säteilyä kuten kolikosta Matin silmiin tuleva valokin, joten se kulkee samaa reittiä kuin kolikosta tuleva valo. Sen takia lasersäde pitää tähdätä kolikkoa kohti.

5. Valon taittumislaki voidaan esittää muodossa $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$, josta saadaan aallonpituudet:

$$\lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \lambda_1 = \frac{1,00}{1,33} \cdot 400 \text{ nm} \approx 301 \text{ nm ja}$$

$$\lambda_2' = \frac{n_1}{n_2} \lambda_1' = \frac{1,00}{1,33} \cdot 700 \text{ nm} \approx 526 \text{ nm.}$$

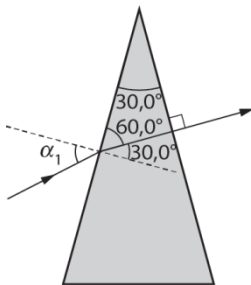
Aallonpituus on välillä 300–530 nm.

6. a) Taittumislaista $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ saadaan $\sin \alpha_1 = \frac{n_2 \sin \alpha_2}{n_1} = \frac{1,5 \cdot \sin 30,0^\circ}{1,00}$.

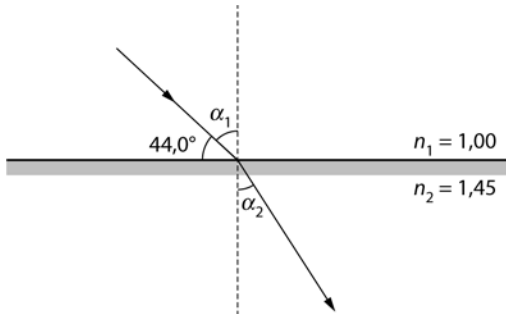
Tulokulma on $\alpha_1 \approx 49^\circ$.

- b) Taittumislaista $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ saadaan $\sin \alpha_1 = \frac{n_2 \sin \alpha_2}{n_1} = \frac{1,5 \cdot \sin 30,0^\circ}{1,3}$.

Tulokulma on $\alpha_1 \approx 35^\circ$.



7. a)



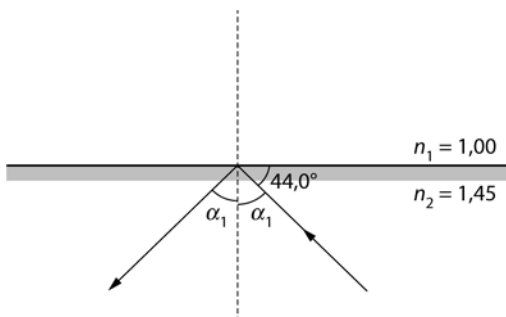
Tulokulma ilman ja nesteen rajapintaan on $\alpha_1 = 90^\circ - 44,0^\circ = 46,0^\circ$.

Taittumislaista $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ saadaan

$$\sin \alpha_2 = \frac{n_1 \sin \alpha_1}{n_2} = \frac{1,00 \cdot \sin 46,0^\circ}{1,45},$$

josta saadaan taitekulmalle arvo $\alpha_2 \approx 29,7^\circ$.

b)



Valonsäteen tulokulma nesteen ja ilman rajapintaan on

$$\alpha_1 = 90^\circ - 44,0^\circ = 46,0^\circ.$$

Tutkitaan, tapahtuuko rajapinnassa kokonaisheijastuminen.

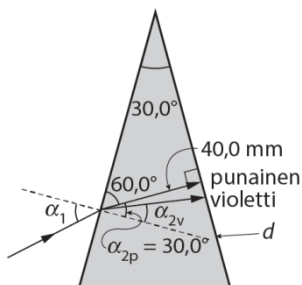
Taittumislain $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ saadaan kokonaisheijastumisen rajakulmalle yhtälö $\frac{\sin \alpha_r}{\sin 90^\circ} = \sin \alpha_r = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,00}{1,45}$, josta saadaan kokonaisheijastumisen

rajakulmaksi $\alpha_r \approx 43,6^\circ$. Koska tulokulma α_1 on suurempi kuin

kokonaisheijastumisen rajakulma, rajapinnassa tapahtuu

kokonaisheijastuminen.

8. Väliaineen taitekerroin riippuu valon aallonpituudesta. Tästä syystä eri aallonpituiset valonsäteet taittuvat eri suuntiin prismoissa ja linseissä, jolloin kuvan terävyys heikkenee ja ääriviivat voivat näkyä jopa spektrin väreihin hajonneina. Hyvissä optisissa laitteissa dispersion haitat on poistettu.
9. Lasin taitekertoimet punaiselle ja violetille valolle ovat $n_p = 1,505$ ja $n_v = 1,525$. Ilman taitekerroin on $n_p = n_v = n = 1,000$. Punaisen ja violetin valon tulokulma on $\alpha_{1p} = \alpha_{1v} = \alpha_1$. Punaisen valon taitekulma on $\alpha_{2p} = 30,0^\circ$. Violetin valon taitekulma on α_{2v} .



Käytetään taittumislakia punaiselle valolle:

$$\frac{\sin \alpha_{1p}}{\sin \alpha_{2p}} = \frac{n_p}{n},$$

josta seuraa $\sin \alpha_{1p} = \frac{n_p \sin \alpha_{2p}}{n} = \frac{1,505 \cdot \sin 30,0^\circ}{1,000}$. Tästä saadaan punaisen valon tulokulman arvoksi $\alpha_{1p} = 48,8074^\circ$.

Käytetään taittumislakia violetille valolle:

$$\frac{\sin \alpha_{1v}}{\sin \alpha_{2v}} = \frac{n_v}{n},$$

josta seuraa $\sin \alpha_{2v} = \frac{n \sin \alpha_{1v}}{n_v} = \frac{1,000 \cdot \sin 48,8074^\circ}{1,525}$. Tästä saadaan violetin valon tulokulman arvoksi $\alpha_{2v} = 29,5671^\circ$.

Olkoon d violetin valon ja punaisen valon osumakohtien ero toisella pinnalla. Punaisen ja violetin valoallon välinen kulma on

$$30,0^\circ - 29,5671^\circ = 0,4329^\circ.$$

Yhtälöstä $\tan 0,4329^\circ = \frac{d}{40,0 \text{ mm}}$ saadaan

$$d = 40,0 \text{ mm} \cdot \tan 0,4329^\circ = 0,302 \text{ mm}.$$

Punaisen valon osumakohtien etäisyys prisman kärjestä saadaan kuvasta suorakulmaisen kolmion kateetin pituutena:

$$s = 40,0 \text{ mm} \cdot \tan 60^\circ = 69,2820 \text{ mm}.$$

Violetin valon osumakohta prisman kärjestä on silloin

$$69,2820 \text{ mm} + 0,302 \text{ mm} \approx 69,6 \text{ mm}.$$

10. a) Kapean raon avulla saadaan näkyviin leveä ja leveän raon avulla kapea diffraktiokuvio. Jos raon leveys on likimain aallonpituuden suuruusluokkaa, saadaan näkyville selvä diffraktiokuvio. Jos raon leveys on paljon valon aallonpituutta suurempi, diffraktiokuvioita ei tule ollenkaan näkyville.

b) Kaksoisrakokokeessa valomaksimien paikat määräytyvät yhtälöstä

$\sin \alpha = \frac{k\lambda}{d}$. Yhtälöstä nähdään, että kulma α kasvaa, kun aallonpituus kasvaa. Kuvio siis levenee.

c) Valkoinen valo sisältää monia aallonpituuksia. Siksi raon läpi kulkeva valkoinen valo ei voi synnyttää samanlaista pistemäistä kuviota kuin laservalo. Valkokankaalla nähdään moninkertaisena valkoisen valon spektri.

11. Lasketaan ensin ensimmäisen kertaluvun taitekulma:

yhtälöstä $\tan \alpha = \frac{0,0656 \text{ m}}{2,00 \text{ m}}$ saadaan taitekulmalle arvo $\alpha \approx 1,87863^\circ$.

Yhtälöstä $d \sin \alpha = k\lambda$ saadaan aallonpituudeksi

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha}{k} = \frac{1 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{500} \cdot \sin 1,87863^\circ \approx 656 \text{ nm}.$$

12. Yhtälöstä $d \sin \alpha = k \lambda$ saadaan valon aallonpituudeksi

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha}{k} = \frac{1 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{5700} \cdot \sin 22,0^\circ \approx 657 \text{ nm}.$$

Punaisen valon taajuus on $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m}}{657,205 \text{ nm}} \approx 4,56 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$

13. Olkoon asetonikerroksen paksuus d . Koska asetonin taitekerroin valolle on 1,25, valon aallonpituus $\lambda_1 = 600,0 \text{ nm}$ vastaa asetonissa aallonpituutta

$$\lambda_{a1} = \frac{\lambda_1}{n} = \frac{600,0 \text{ nm}}{1,25} = 480 \text{ nm}$$

ja aallonpituus $\lambda_2 = 700,0 \text{ nm}$ aallonpituutta

$$\lambda_{a2} = \frac{\lambda_2}{n} = \frac{700,0 \text{ nm}}{1,25} = 560 \text{ nm}.$$

Koska kalvo ei heijasta valoa, on tulevan ja heijastuneen säteen välinen vaihe-ero sellainen, että säteet sammuttavat toisensa. Tästä saadaan ehto

$2d = (k + \frac{1}{2})\lambda_{a1}$. Kun havaitaan intensiteettimaksimi, vaihe-eroa ei ole ja

säteet vahvistavat toisiaan, jolloin toteutuu ehto $2d = k\lambda_{a2}$. Yhdistämällä

nämä ehdot saadaan yhtälö $(k + \frac{1}{2})\lambda_{a1} = k\lambda_{a2}$, josta voidaan ratkaista k :

$$k = \frac{-\frac{1}{2}\lambda_{a1}}{\lambda_{a1} - \lambda_{a2}} = \frac{-0,5 \cdot 480 \text{ nm}}{480 \text{ nm} - 560 \text{ nm}} = 3.$$

Ehdosta $2d = k\lambda_{a2}$ saadaan silloin asetonikerroksen paksuudeksi

$$d = \frac{3\lambda_{a2}}{2} = \frac{3 \cdot 560 \text{ nm}}{2} = 840 \text{ nm}.$$

14. a) Kun esimerkiksi rautanaulat tarttuvat kestopagneettiin, tämä aiheutuu siitä, että rautanaulat muuttuvat kestopagneetin magneettikentässä magneettisiksi eli magnetoituvat.

b) Magneetti on dipoli eli sillä on kaksi magneettista kohtiota.

c) Aineen magneettiset ominaisuudet liittyvät mikrotasolla elektronien liikkeisiin atomissa. Koska elektroni on varattu hiukkanen, sen liike ytimen ympärillä synnyttää magneettikentän. Elektronin pyöriminen itsensä ympäri (spin) synnyttää myös magneettikentän. Atomit ja molekyylit ovat tästä syystä kuin pieniä tankomagneetteja, alkeismagneetteja.

15. a) Deklinaatio on magneettineulan poikkeama kartan pohjois-eteläsuunnasta. Inkliinaatio on magneettineulan kallistuma vaakatasosta. Vapaasti liikkuvan magneettineulan pohjoispää osoittaa Suomessa vinosti maapallon sisään. Helsingissä deklinaatio on 4° itään ja inkliinaatio 73° .

b) Aurinkotuuli tarkoittaa Auringosta lähtevää jatkuvaa ionisoituneiden hiukkasten virtaa, lähinnä elektroneja ja protoneja. Maan magneettikenttä kääntää aurinkotuulen hiukkasten liikkeen suuntaa estäen niiden pääsyä Maan pinnalle: näin magneettikenttä toimii suojaavana tekijänä. Samalla tavalla magneettikenttä suojaa kosmiselta säteilyltä, samoin esim. toisilta tähdiltä tulevilta suurienergisiltä hiukkasilta.

c) Revontulet syntyvät, kun Auringosta tulevat hiukkaset törmäilevät ilmakehässä oleviin hiukkasiin ja nämä virittyvät. Kun viritystilat purkautuvat, taivaalla nähdään värikkäitä revontulia. Eri atomit lähettävät eriväristä valoa. Maan magneettikentän muoto on sellainen, että hiukkaset pääsevät ilmakehässä sopivalle korkeudelle juuri napalualueilla, jossa magneettikenttä suuntautuu jyrkästi kohti maan pintaa.

Tällöin Auringosta tulevien varattujen hiukkasten nopeus voi olla likimain magneettikentän suuntainen, jolloin magneettinen voimavaikutus varauksellisiin hiukkasiin jää vähäiseksi. Päiväntasaajalla ja sen molemmin puolin maan magneettikenttä on likimain maan pinnan suuntainen, joten maan Auringosta pintaa kohti saapuvien hiukkasten nopeus on likimain kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, joten varauksellisten hiukkasten radat kaartuvat. Samalla hiukkaset menettävät energiaa törmätessään ilman molekyyliin ja atomeihin, jolloin hiukkasten nopeus pienenee. Hiukkasten radoista tulee spiraaleja tai ruuviviivoja, joiden säde pienenee.

d) Maan ytimessä tapahtuvat varattujen hiukkasten virtaukset aiheuttavat pyörteitä. Näistä pyörteistä johtuu Maan magneettikentän muutokset. Pyörteet liikkuvat vuosien kuluessa eri paikkoihin. Maapallon magneettiset navat vaeltavat koko ajan maantieteellisten napojen tuntumassa. Navat ovat myös vaihtaneet keskenään paikkaa useita kertoja. Napaisuuden vaihtumiseen kuluu n. 10 000 vuotta. Napaisuuden muutos johtuu Maan sulan ytimen liikkeistä.

Magneettiset myrskyt aiheuttavat nopeita muutoksia Maan magneettikentässä. Myrskyt voidaan havaita mm. häiriöinä tietoliikenteessä. Magneettiset myrskyt johtuvat Auringossa tapahtuvista energia- ja hiukkaspurkauksista: purkaukset aiheuttavat muutoksia aurinkotuuleen. Lisäksi kallioperän mineraalit ovat jakautuneet epätasaisesti, joten tietyillä alueilla voidaan havaita paikallisia muutoksia magneettikentässä.

16. a) Protoniin kohdistuvan voiman suuruus on

$$F_m = qvB \sin \alpha = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,3 \text{ Mm/s} \cdot 990 \text{ mT} \cdot \sin 12^\circ \approx 43 \text{ fN}.$$

17. Koska magneettivuo on $\Phi = AB$, protoniin magneettikentästä kohdistuvan voiman suuruus saadaan muotoon $F_m = qvB = qv \frac{\Phi}{A}$.

Voiman suuruus on

$$F_m = \frac{qv\Phi}{A} = \frac{1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 8,5 \text{ Mm/s} \cdot 3,5 \mu\text{Wb}}{15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \approx 3,2 \text{ fN}.$$

18. Newtonin II lain mukaan on $\vec{F}_m = m\vec{a}_n$, jossa magneettisen voiman suuruus on $F_m = qvB$ ja normaalikiihtyvyyden suuruus $a_n = \frac{v^2}{r}$. Saadaan

yhtälö $qvB = m \frac{v^2}{r}$, josta saadaan α -hiukkasen nopeudelle yhtälö

$$v = \frac{qBr}{m}. \text{ Toisaalta nopeus on } v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}.$$

Yhtälöstä $\frac{qBr}{m} = \frac{2\pi r}{T}$ saadaan α -hiukkasen kiertoajaksi

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi \cdot 6,64466 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{2 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,4 \text{ T}} \approx 93 \text{ ns}.$$

19. a) D-kohtioiden välissä ionit kiihdytetään sähkökentän avulla kohtisuoraan magneettikenttää vastaan. Koska ionin tulovauhti magneettikenttään kasvaa aina sähkökentän ylityksen jälkeen, myös radan säde magneettikentässä kasvaa: radasta tulee spiraalin muotoinen.

b) ${}^3\text{He}^{2+}$ -ionin massa on taulukkokirjan mukaan 3,01603 u ja

$$1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

Newtonin II lain mukaan on $\bar{F}_m = m\bar{a}_n$, jossa magneettisen voiman suuruus on $F_m = qvB$ ja normaalikiihtyvyyden suuruus $a_n = \frac{v^2}{r}$. Saadaan

$$\text{yhtälö } qvB = m \frac{v^2}{r}.$$

Ionien suurin liike-energia on $E = \frac{1}{2}mv^2$, joten suurin nopeus on

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}.$$

Kun nopeus $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ sijoitetaan yhtälöön $qvB = \frac{mv^2}{r}$, saadaan magneettivuon tiheydeksi

$$\begin{aligned} B &= \frac{mv}{qr} = \frac{m\sqrt{\frac{2E}{m}}}{qr} = \frac{\sqrt{m \cdot 2E}}{qr} \\ &= \frac{\sqrt{3,01603 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2 \cdot 7,0 \cdot 10^6 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}}}{2 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,03 \text{ m}} \approx 0,32 \text{ T.} \end{aligned}$$

Syklotronin taajuus on

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{T} = \frac{1}{s/v} = \frac{1}{2\pi r/v} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{\sqrt{\frac{2E}{m}}}{2\pi r} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 7,0 \cdot 10^6 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{3,01603 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}}}{2\pi \cdot 1,03 \text{ m}} \\ &\approx 3,3 \text{ MHz.} \end{aligned}$$

20. a) α - ja β -hiukkasten nopeuden suunta on aluksi alhaalta ylös. Oikean käden säännön perusteella voidaan päätellä, että α -hiukkasella on positiivinen sähkövaraus ja β -hiukkasella negatiivinen.

b) Newtonin II lain mukaan on $\vec{F}_m = m\vec{a}_n$, jossa magneettisen voiman suuruus on $F_m = qvB$ ja normaalikiiktyvyyden suuruus $a_n = \frac{v^2}{r}$. Saadaan yhtälö $qvB = m\frac{v^2}{r}$, josta saadaan ympyräradan säteeksi $r = \frac{mv}{qB}$.

Levosta lähteneen, jännitteellä U kiihdytetyn hiukkasen liike-energia on $E = \frac{1}{2}mv^2 = qU$, josta saadaan hiukkasen loppunopeudeksi $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$.

Kun yhtälöön $r = \frac{mv}{qB}$ sijoitetaan loppunopeus $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$, radan säteen yhtälö saadaan muotoon

$$r = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}.$$

Jotta protonin ja α -hiukkasen ratojen säteet olisivat yhtä suuret, on oltava

$$\sqrt{\frac{2m_p U_p}{q_p B^2}} = \sqrt{\frac{2m_\alpha U_\alpha}{q_\alpha B^2}}.$$

Protonin kiihdytysjännite on

$$U_p = \frac{m_\alpha q_p U_\alpha}{m_p q_\alpha} = \frac{m_\alpha q_p}{m_p q_\alpha} U_\alpha = \frac{6,64466 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot e}{1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2e} \cdot 32 \text{ kV} \approx 64 \text{ kV}.$$

21. Oletetaan, että ionit ovat aluksi levossa, jolloin niillä on kiihdytyksen alussa vain potentiaalienergiaa. Kiihdyttävässä sähkökentässä sähköisen vuorovaikutuksen aiheuttaman voiman tekemä työ ioniin on työperiaatteen mukaan yhtä suuri kuin ionin liike-energian muutos:
 $W = \Delta E_k.$

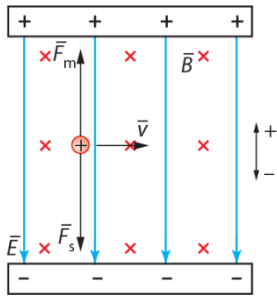
Voima muuntaa potentiaalienergian liike-energiaksi. Koska tehty työ on

$$W = qU, \text{ ja liike-energia kiihdytyksen lopussa on } E_k = \frac{1}{2}mv^2, \text{ saadaan}$$

yhtälö $qU = \frac{1}{2}mv^2$. Ionin nopeus nopeusvalitsimessa on vakio:

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 120 \cdot 10^3 \text{ V}}{39,9624 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,31847 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Kun ionit etenevät nopeusvalitsimen läpi suuntaansa muuttamatta, liikettä vastaan kohtisuorassa suunnassa Newtonin II lain mukaan on $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ eli $\vec{F}_s + \vec{F}_m = \vec{0}$.



Sovitaan suunta ylös positiiviseksi, jolloin saadaan skalaariyhtälö $F_m - F_s = 0$ eli $F_s = F_m$, jossa $F_s = qE$ ja $F_m = qvB$. Sähkökentän voimakkuus saadaan yhtälöstä $qE = qvB$. Sähkökentän voimakkuus on

$$E = vB = 1,31847 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 35 \cdot 10^{-3} \text{ T} \approx 46 \frac{\text{kN}}{\text{C}}.$$

22. b) Johtimeen kohdistuvan voiman suuruus on

$$F_m = I l B \sin \alpha = 4,0 \text{ A} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 49 \mu\text{T} \cdot \sin 19^\circ \approx 32 \mu\text{N}.$$

Suunta on oikean käden säännön perusteella itään.

23. a) Newtonin II lain mukaan johtimen ollessa tasapainossa on $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ eli $\vec{F}_m + \vec{G} = \vec{0}$. Kun suunta ylös valitaan positiiviseksi, saadaan skalaariyhtälö $F_m - G = 0$ eli $F_m = G$ eli $I l B = mg$.

Johtimeen kohdistuva paino voidaan kirjoittaa muotoon

$$G = mg = \rho V g = \rho A l g.$$

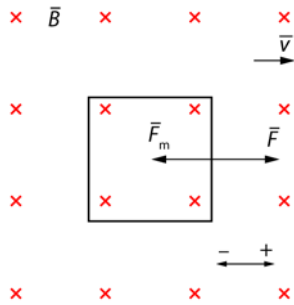
Yhtälöstä $I l B = \rho A l g$ sähkövirran suuruus on

$$I = \frac{\rho A g}{B} = \frac{2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{0,38 \text{ T}} \approx 0,14 \text{ A}.$$

24. a) Suoraan virtajohtimeen, joka on kohtisuorasti magneettikenttää vastaan, kohdistuu magneettinen voima, jonka suuruus on $F_m = IlB$.
Magneettivuon tiheyden suuruus on

$$B = \frac{F_m}{Il} = \frac{55 \text{ mN}}{4,0 \text{ A} \cdot 0,045 \text{ m}} \approx 0,31 \text{ T}.$$

- b) Jotta silmukka jatkaisi etenemistä tasaisella nopeudella, Newtonin II lain mukaan on oltava $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$.



Silmukkaa on vedettävä voimalla \vec{F} , joka on yhtä suuri, mutta vastakkaisuuntainen magneettisen voiman F_m . kanssa. Kun liikkeen suunta on positiivinen, skalaariyhtälöstä $F - F_m = 0$ saadaan $F = F_m = IlB$,

jossa $I = \frac{e}{R}$ on johtimessa kulkeva sähkövirta, $e = lvB$ on silmukan etureunaan indusoitunut jännite. Näin ollen silmukassa kulkeva

sähkövirta on $I = \frac{lvB}{R}$.

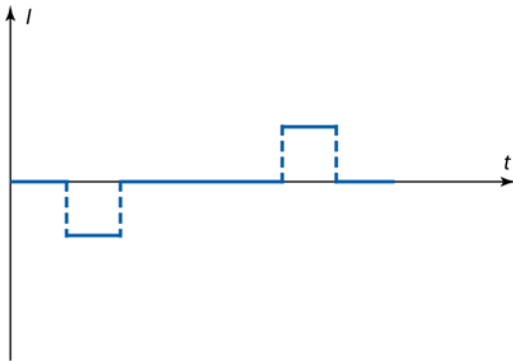
Liikkeen ylläpitämiseksi tarvittavan voiman suuruus on

$$F = IlB = \frac{lvB}{R} lB = \frac{l^2 v B^2}{R} = \frac{(0,060 \text{ m})^2 \cdot 2,0 \text{ m/s} \cdot (0,20 \text{ T})^2}{5,0 \text{ m}\Omega} \approx 58 \text{ mN}.$$

25. U-magneetin kohtioiden välissä on likimain homogeeninen magneettikenttä. Käämi on liitetty virtamittariin. Kun käämiä liikutellaan magneetin kohtioiden väliin ja sieltä pois, magneettivuo käämin läpi muuttuu. Vuon muutos indusoi käämin napojen välille jännitteen. Kuvassa on suljettu virtapiiri, joten jännite synnyttää sähkövirran, jonka virtamittari ilmaisee. Videon alussa ja lopussa huomataan, että sähkövirta on nolla, kun käämi on paikallaan magneettikentässä. Tämä johtuu siitä, että magneettivuo ei muutu. Tällöin induktiojännite ja -virta ovat nollia.

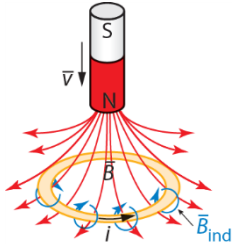
26. a) Käämit 1 ja 2 ovat induktiivisesti kytkettyjä. Kun kytkin suljetaan, piirin 1 kasvava sähkövirta synnyttää käämin 2 läpi kasvavan magneettivuon, joka indusoi käämin napojen välille jännitteen. Jännite aiheuttaa käämiin sähkövirran, jonka ampeerimittari osoittaa.

b) Koska silmukan nopeus on vakio silmukan mennessä kenttään, myös magneettivuon muutos, induktiojännite ja induktiovirta ovat vakioita. Samoin silmukan tullessa pois kentästä induktiovirta on vakio. Koska silmukan ollessa kokonaan kentässä magneettivuo ei muutu, induktiojännitettä ja -virtaa ei synny. Kuvassa on esitetty silmukassa kulkeva sähkövirta ajan funktiona.

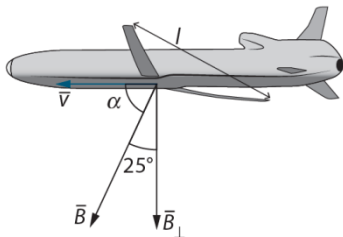


c) Kun sauvamagneetti putoaa kohti rengasta, alaspäin suuntautuva magneettivuon tiheys silmukan sisällä kasvaa, joten magneettivuo renkaan läpi kasvaa. Vuon muutos indusoi renkaaseen jännitteen, josta

aiheutuu sähkövirta. Renkaassa kulkeva sähkövirta synnyttää Lenzin lain mukaisesti vastakkaissuuntaisen, ylöspäin suuntautuvan magneettivuon tiheyden renkaan läpi. Oikean käden säännön mukaisesti virran suunta silmukan etureunassa on oikealle.



27. Raketin nopeuden ja Maan magneettivuon tiheyden välinen kulma on $\alpha = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.



Raketin siivenkärkien välille indusoituva jännite on

$$e = lvB \sin \alpha = 27 \text{ m} \cdot 450 \text{ m/s} \cdot 12 \mu\text{T} \cdot \sin 65^\circ \approx 0,13 \text{ V} .$$

28. a) Kun kytkin S suljetaan, virtapiirissä alkaa kulkea sähkövirta myötöpäivään (metallitangossa ylhäältä alas). Sähkövirran suuruus on

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12,0 \text{ V}}{5,0 \Omega} = 2,4 \text{ A} .$$

Tällöin magneettikenttä vaikuttaa johtimeen voimalla

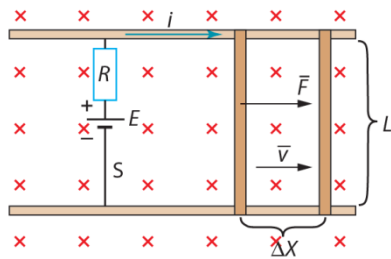
$$F_m = ILB = 2,4 \text{ A} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 1,4 \text{ T} = 0,84 \text{ N} .$$

Voiman suunta päätellään oikean käden säännöstä, se on kuvassa oikealle.

Tangon kiihtyvyys on suuruudeltaan $a = \frac{F_m}{m} = \frac{0,84 \text{ N}}{0,20 \text{ kg}} = 4,2 \text{ m/s}^2$ ja

suunta on oikealle.

b)



Kun tanko liikkuu (kuvassa oikealle) vakionopeudella \bar{v} , sen rajaaman silmukan pinta-ala kasvaa ja magneettivuo Φ kasvaa. Tangon siirtymä oikealle on Δx . Silmukkaan indusoituu jännite

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta A}{\Delta t} = -\frac{BL\Delta x}{\Delta t} = -BLv, \text{ joka on vastakkaisuuntainen}$$

lähdejännitteelle.

Tankoon vaikuttaa vain magneettinen voima, jonka suuruus on $F_m = ILB$, missä I on tangossa kulkeva sähkövirta. Kun tanko liikkuu vakionopeudella, Newtonin II lain perusteella tankoon vaikuttavien

voimien summa on nolla: näin ollen magneettinen voima on nolla, samoin sähkövirta. Koska sähkövirta ei kulje, tangon päiden välinen jännite on myös nolla, eli induktiojännite on itseisarvoltaan yhtä suuri kuin lähdejännite. Tällöin tangon nopeuden itseisarvo on

$$v = \frac{|e|}{BL} = \frac{E}{BL} = \frac{12,0 \text{ V}}{1,4 \text{ T} \cdot 0,25 \text{ m}} \approx 34 \text{ m/s.}$$

29. c) Kun sähkövirta on hävinnyt, magneettivuo käämin läpi on nolla. Käämiin indusoitunut keskimääräinen jännite on

$$e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -660 \cdot \frac{0,0 \text{ Wb} - 35 \mu\text{Wb}}{15 \text{ ms}} \approx 1,5 \text{ V}$$

30. Jännitekäyrät ovat syntyneet, kun magneettia on liikuteltu edestakaisin käämin sisään ja sieltä pois. Kuvissa näkyy kuinka ensimmäinen, kolmas jne. jännitepiikki on matala. Toinen, neljäs jne. jännitepiikki on korkea.

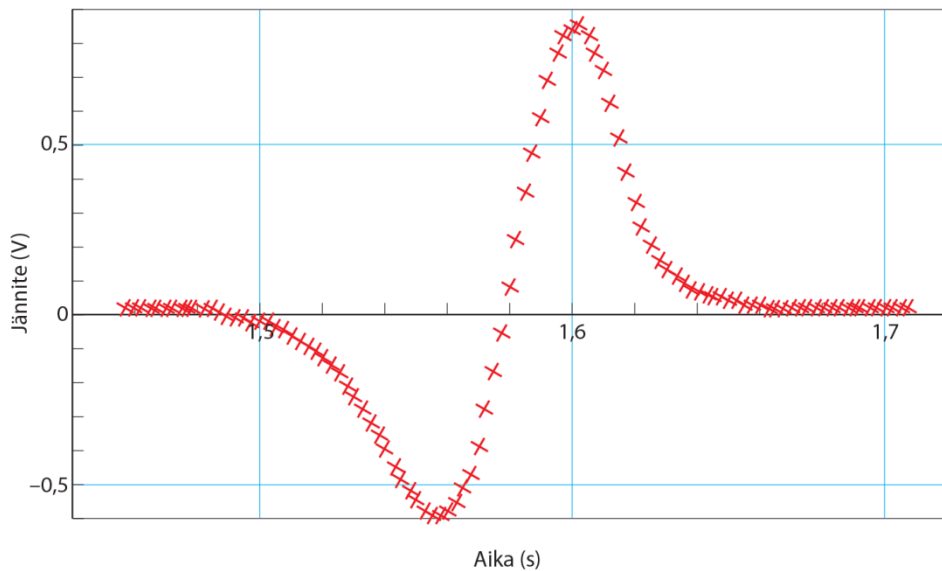
Induktiojännite käämin napojen välillä on $e = -N \frac{d\Phi}{dt}$, jossa $\frac{d\Phi}{dt}$ on

käämin läpäisevän magneettivuon muutosnopeus. Tämän perusteella ja piikkien korkeuden perusteella magneetti on viety hitaasti käämin sisään ja otettu nopeasti pois.

Kuvassa a ensimmäinen, kolmas jne. piikki on ylös, eli jännite on positiivinen. Kuvassa b vastaavat jännitteet ovat negatiivisia. Kuvien käyrät ovat syntyneet niin, että magneetti on viety käämin sisään toisessa kuvassa pohjoispää edellä ja toisessa eteläpää edellä. Ehkä magneetin asennot kuvissa on vihje magneetin kohtioiden suunnista magneettia liikuteltaessa.

31. Videon alussa ruudulla näkyvän jännitekäyrän piikit ovat korkeammat ja kapeammat kuin jälkimmäisessä pudotuksessa syntyneet jännitekäyrän piikit. Induktiojännite käämin napojen välillä on $e = -N \frac{d\Phi}{dt}$, jossa $\frac{d\Phi}{dt}$ on käämin läpäisevän magneettivuon muutosnopeus. Tämän perusteella ensimmäisellä kerralla magneetin nopeus on ollut suurempi kuin toisella kerralla. Magneetti on siis pudotettu ensimmäisellä kerralla korkeammalta kuin toisella kerralla. Jännitekuvioiden positiiviset ja negatiiviset jännitteet ovat kuvioissa eri järjestyksessä. Jälkimmäisellä kerralla magneetti pudotetaan pohjoispää edellä, joten ensimmäisellä kerralla magneetti on pudotettu eteläpää edellä.

32. Taulukon arvoista saadaan oheinen kuvio.



- a) Kun kestopagneetti putoaa käämin läpi, magneettivuon muuttuminen käämin sisällä synnyttää käämin päiden välille induktiolain mukaisen jännitteen $e = -N \frac{d\Phi}{dt}$.

Alussa magneetti putoaa kohti käämiä melko kaukana. Käämiin indusoitunut pieni jännite, likimain 0,02 V, voi johtua käämin lähellä olevista vaihtovirtalaitteista, tai mittarin kalibrointivirheestä. Ennen hetkeä 1,5 s olevat mittauspisteiden epäsäännöllisyydet voivat johtua esimerkiksi magneetin asennon muuttumisesta sen pudotessa.

Väli 1,5 ... 1,556 s: Magneetin pudotessa ja lähestyessä käämiä magneettivuon muutosnopeus $\frac{d\Phi}{dt}$ kasvaa ja on positiivinen. Tällöin jännite kasvaa, mutta on negatiivinen.

1,556 s: Magneettivuon muutosnopeus on saavuttanut suurimman arvonsa. Negatiivisen induktiojännitteen huippuarvo on $-0,59$ V.

Väli 1,556 ... 1,578 s: Kun magneetti menee käämin sisään, vuo kasvaa edelleen, mutta vuon muutosnopeus alkaa pienentyä, joten negatiivinen jännite pienenee.

1,578 s: Kun magneetti on keskellä käämiä, magneettivuo on suurimmillaan. Vuon muutosnopeus ja indusoitunut jännite ovat nolliä.

1,578 ... 1,602 s: Magneetti poistuu käämin sisältä. Magneettivuon muutosnopeus kasvaa ja samalla induktiojännite kasvaa. Kun magneetti jatkaa putoamistaan, magneettivuon muutosnopeus on negatiivinen ja sen arvo kasvaa. Indusoitunut jännite on silloin positiivinen. Vuon muutosnopeus jatkaa kasvamistaan, kunnes magneetti on kokonaan poistunut käämin sisältä.

1,602 s: Jännitteen suurin arvo on 0,85 V.

1,602 ... 1,663 s: Magneetti jatkaa putoamistaan. Vuon muutosnopeus alkaa pienentyä, ja samalla jännite pienenee ja saavuttaa lopulta arvon nolla.

1,663 s ... Jännite on vakio likimain 0,02 V. Magneetti on niin kaukana käämistä, että magneetin liike ei indusoi käämiin jännitettä. Jännitteen syy on sama kuin käyrän vasemmassa reunassa.

Mittauspisteistä huomataan, että jälkimmäinen piikki on kapeampi kuin ensimmäinen. Tämä johtuu siitä, että magneetin nopeus kasvaa sen pudotessa. Tästä johtuen vuon muutosnopeus on jälkimmäisen piikin kohdalla suurempi kuin ensimmäisen piikin kohdalla. Näin ollen jälkimmäinen jännitepiikki on korkeampi kuin ensimmäinen.

33. a) Induktiolieden sisällä on käämi, jossa kulkee vaihtovirta. Kun liedellä on metallipohjainen kattila, tähän indusoituu jatkuvasti muuttuvan magneettikentän vuoksi pyörrevirtoja. Pyörrevirtojen takia kattila (ja siinä oleva ruoka) kuumenee. Jos astia ei ole metallinen, pyörrevirtoja ei synny. Siksi lasisessa vuoassa olevan piirakan sulamista ei voi nopeuttaa induktioliedellä.

b) Annetusta kuvaajasta voidaan päätellä seuraavaa:

Ajanhetkeen $t = 0,47$ s asti sähkövirta ei kulje, eikä käämiin 2 indusoidu jännitettä. Aikavälillä

0,47 s – 0,65 s sähkövirta kasvaa, joten tällä aikavälillä käämissä 2 havaitaan induktiojännite. Koska virta kasvaa, käämin 1 magneettikenttä vahvistuu. Lenzin lain mukaan käämiin 2 indusoituu jännite, joka vastustaa tätä muutosta. Siksi induktiojännite on negatiivinen.

Aikavälillä $0,65 \text{ s} - 0,68 \text{ s}$ sähkövirta on vakio, eikä induktiota tapahdu.

Kun sähkövirta pienenee aikavälillä $0,68 \text{ s} - 0,82 \text{ s}$, käämiin 2 indusoituu positiivinen jännite.

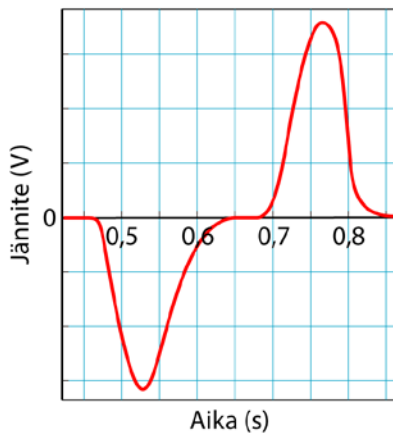
Hetken $t = 0,82 \text{ s}$ jälkeen sähkövirta on nolla, eikä induktiota tapahdu.

Käämiin indusoituva jännite saadaan yhtälöstä $e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA)}{\Delta t}$.

Kyseisessä mittauksessa käämiin 2 indusoituneen jännitteen muutokset johtuvat magneettivuon muutoksista, ts. sähkövirran muutoksista (käämin kierrosluku ja pinta-ala ovat vakioita). Tarkempi muoto induktiojännitteen kuvaajalle saadaan tarkastelemalla virran kuvaajan muuttumisnopeutta eli derivaattaa. Induktiojännitteellä on maksimit ajanhetkillä $t = 0,52 \text{ s}$ ja $t = 0,77 \text{ s}$, koska tällöin sähkövirran muutosnopeus on suurin (kuvaaja on jyrkin).

Koska tehtävässä ei ole mainittu tietoja käämeistä (kierrosluvut, induktanssit ym.) induktiojännitteen arvojen laskeminen ei ole mahdollista.

Induktiojännitteen kuvaaja ajan funktiona on pääpiirteissään seuraava:



34. Yhtenäiseen johdekappaleeseen syntyy pyörrevirtoja, kun johdekappaleen läpäisevä magneettivuon muuttuu. Lenzin lain mukaisesti pyörrevirtojen suunta on sellainen, että syntyvien sähkövirtojen magneettiset vaikutukset pyrkivät kumoamaan muutoksen, joka aiheuttaa virrat. Magneettivuon vahvistuessa pyörrevirtojen synnyttämä magneettikenttä on vastakkaisuuntainen vahvistuvan kentän suunnalle. Vastaavasti magneettivuon heikentyessä pyörrevirtojen synnyttämän kentän suunta on sama kuin heikentyvän kentän suunta.

Induktiovirtojen lämpövaikutuksien teknisiä sovelluksia.

* Pyörrevirtojen lämpövaikutusta käytetään hyödyksi sulatettaessa induktiouuneissa metalleja. Sulatettavat metallikappaleet, esimerkiksi rautaromu, sijoitetaan lämpöä kestäväan eristeastiaan. Astian ympärillä on käämi. Käämissä kulkevan vaihtovirran taajuus on noin 1 kHz. Metalleissa syntyvät pyörrevirrat nostavat lämpötilan metallin resistanssin takia sen sulamispisteeseen.

* Induktioliesien keittolevyissä on käämit, joissa kulkevat vaihtovirrat synnyttävät pyörrevirtoja levyllä olevaan metalliseen astian pohjaan. Kuumenevasta astiasta lämpö siirtyy astiassa olevaan veteen tai ruokaan.

Induktiovirtojen voimavaikutuksien teknisiä sovelluksia.

*Junissa on kiskojen molemmin puolin pareittain asennettuja sähkömagneetteja, joihin kytketään junaa jarrutettaessa sähkövirta. Tällöin magneettivuon läpäisee kiskon, joten junan liikkuessa kiskoisiin indusoituu pyörrevirtoja. Kiskoissa kulkevat pyörrevirrat synnyttävät magneettisen voiman, joka jarruttaa sähkömagneettien ja samalla junan liikettä.

*Kodeissa käytettävät sähkönkulutusmittarit, kilowattituntimittarit toimivat induktiokytkimillä. Mittarin herkkäliikkeeseen akseliin on kiinnitetty yhtenäinen metallilevy, joka pyörii ulkoisen muuttuvan magneettikentän aiheuttaman vääntömomentin johdosta. Sähköverkkoa

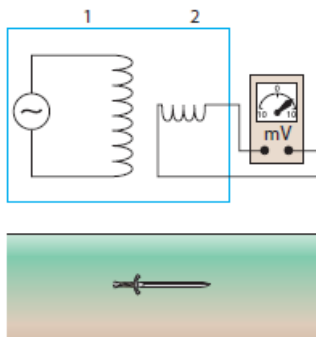
kuormittava vaihtovirta synnyttää mittarin alumiinilevyyn pyörrevirtoja, jotka pyrkivät pyörittämään levyä. Alumiinilevyn akseli on kytketty kierroslaskuriin ja mittarin näyttöön.

* Pyörrevirtoja hyödynnetään myös autojen ja moottoripyörien nopeusmittareissa estämään osoittimen heilahtelua.

* Tarkkojen vaakojen heilahtelua vaimennetaan induktiojarruilla, jolloin ne asettuvat mahdollisimman nopeasti tasapainoasemaansa.

Pyörrevirtojen teknisiä sovelluksia.

* Metallinilmaisimin toiminta perustuu pyörrevirtojen syntymiseen.



Käämissä 1 kulkee vaihtovirta. Kun metalliesine M on ilmaisimen lähellä käämin 1 muuttuvassa magneettikentässä, metalliesineeseen M indusoituu pyörrevirtoja. Metalliesineen M pyörrevirtojen aikaansaama muuttuva magneettivuo kulkee osittain käämin 2 läpi ja siihen indusoituu jännite. Ilmaisimen korkeataajuinen lähetin kytkeytyy induktiivisesti havaittavan metalliesineen kanssa. Metalliesine aiheuttaa ilmaisimessa energiahäviön, ja ilmaisin hälyttää. Millivolttimittari ilmaisee käämiin 2 indusoituneen jännitteen. Kun metallinilmaisimen lähistöllä ei ole metalliesineitä, käämiin 2 ei indusoitu jännitettä, koska käämin 1 vaihtovirran synnyttämän magneettikentän muuttuva

magneettivuo käämin 2 läpi on nolla systeemin geometriasta johtuen. Induktiojännite käämissä 2 on sitä suurempi, mitä voimakkaampia metalliesineeseen syntyvät pyörrevirrat ovat. Pyörrevirrat ovat taas sitä voimakkaampia, mitä parempi metallin sähkönjohtavuus on tai mitä enemmän metallia on.

* Liikennevalojen vaihtumisessa ja liikennelaskennassa hyödynnetään pyörrevirtoja. Induktiosilmukka, jonka avulla liikkuva auto havaitaan, voi olla tien pinnan alla tai tien sivussa.

* Metallin rakennevikojen etsimiseen käytetään pyörrevirtoja. Jos esimerkiksi suihkuturbiinin roottorin lavassa on hiushalkeamia, pyörrevirrat ovat heikompia kuin ehjässä lavassa.

- 35.** a) Käämiin indusoituu jännite aina, kun käämin läpäisevä magneettivuo muuttuu. Sauvamagneetin kenttä pysyy samanlaisena, mutta magneetin liike (pyöriminen) aiheuttaa magneettivuon muutoksen käämin sisällä. Kun magneetti pyörii keskellä käämiä, pyörimisliike on säännöllistä ja jaksollista. Samalla käämin läpäisevä magneettivuo muuttuu jaksollisesti. Pyörivän magneetin synnyttämä jännite on jaksollista ja sinimuotoista.

1° Magneetin nostaminen ylemmäs heikentää induktiojännitettä.

2° Magneetin siirtäminen sivuun (pois käämin keskeltä) tekee magneettivuon muutoksista epäsäännöllisiä. Käämiin indusoituu edelleen jännite, mutta se ei ole enää sinimuotoista.

b) Jännitteen huippuarvo on $u_0 = 400 \text{ V}$ ja tehollinen arvo

$$U = \frac{u_0}{\sqrt{2}} = \frac{400 \text{ V}}{\sqrt{2}} \approx 280 \text{ V}.$$

Vaihtojännitteen jaksonaika on $T = 10 \text{ ms}$ ja taajuus

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,010\text{s}} = 100\text{Hz}.$$

36. a) Käämiin indusoituva jännite $e = e_0 \sin \alpha$ saa huippuarvonsa, kun $\sin \alpha = \pm 1$. Tällöin kulma $\alpha = 90^\circ$, kuten kuvassa 2.

b) Jännite on nolla, kun $\sin \alpha = 0$. Tällöin kulma $\alpha = 0^\circ$, kuten kuvassa 1.

37. a) Käämiin indusoituva jännite on $e = e_0 \sin \omega t = NAB\omega \sin \omega t$, ja jännitteen huippuarvo on

$$e_0 = NAB\omega = 25 \cdot 85 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 0,30 \text{ T} \cdot 314 \frac{1}{\text{s}} = 20,0175 \text{ V} \approx 20 \text{ V}.$$

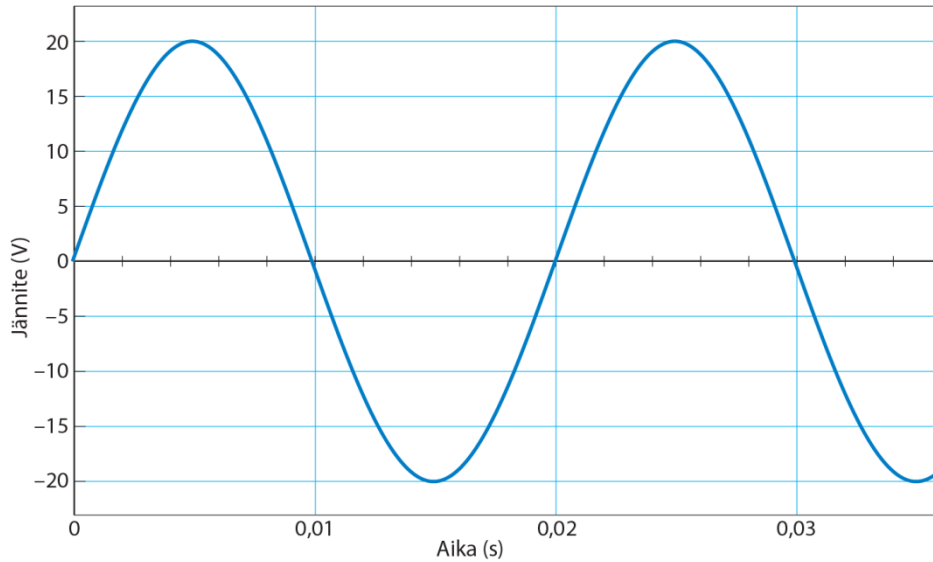
Jännitteen tehollinen arvo on

$$U = \frac{e_0}{\sqrt{2}} = \frac{20,0175 \text{ V}}{\sqrt{2}} \approx 14 \text{ V}.$$

b) Jännite ajan funktiona on

$$e = e_0 \sin \omega t = 20,0175 \cdot \sin \left(314 \frac{1}{\text{s}} \cdot t \right) \text{ V}.$$

Jännitteen kuvaaja

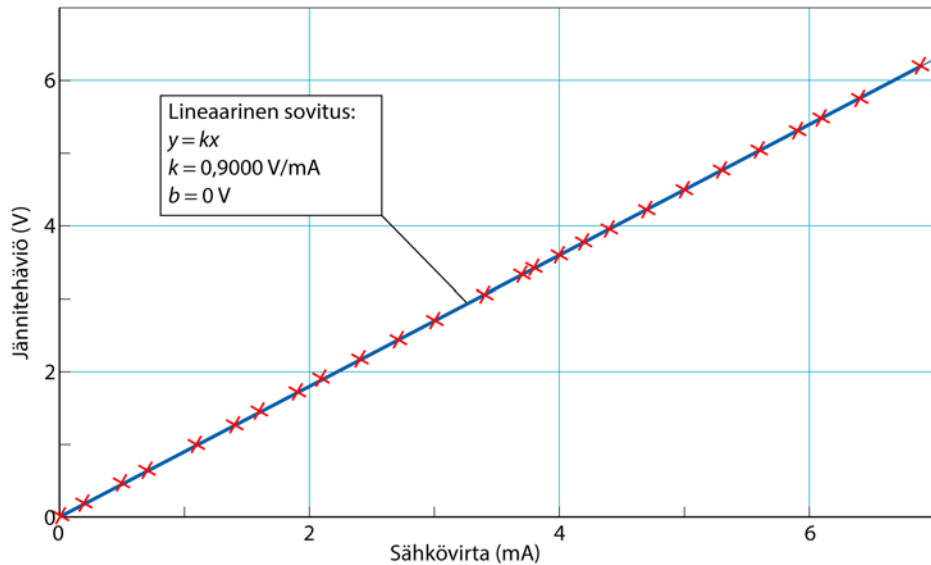


c) Jännitteen suuruus ajanhetkellä $t = 2,5$ s on

$$e(2,5\text{s}) = 20,0175 \cdot \sin\left(314 \frac{1}{\text{s}} \cdot 2,5\text{s}\right) \text{V} \approx -7,8 \text{ V}.$$

- 38.** a) Impedanssi on vaihtovirtapiirissä virtapiirin vaihtovirran kulkua vastustava ominaisuus. Resistanssi on tasavirtapiirissä virtapiirin sähkövirran kulkua vastustava ominaisuus.

b) Esitetään mittaustulokset I, U -koordinaatistossa:

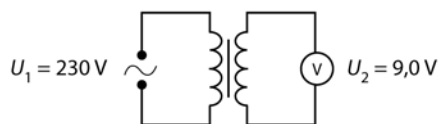


Mittausohjelman mukaan impedanssi on $0,9000 \text{ V/mA} = 0,90 \text{ k}\Omega$.

c) I, U -koordinaatistossa jännitehäviön yhtälö on $U(I) = kI$, joten ekstrapoloimalla saadaan

$$U(7,6 \text{ mA}) = 0,90 \text{ k}\Omega \cdot 7,6 \text{ mA} \approx 6,8 \text{ V}.$$

39.



Oletetaan, että muuntaja on ideaalinen. Kierroslukujen suhde on yhtä

suuri kuin jännitteiden suhde: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$.

Ensiöpuolen kierrosluku on $N_1 = \frac{N_2 U_1}{U_2} = \frac{10 \cdot 230 \text{ V}}{9,0 \text{ V}} \approx 260$.

40. a) Toisiokäämin jännite kaksinkertaistuu.
b) Toisiokäämin jännite pienenee puoleen alkuperäisestä arvostaan.
c) Toisiokäämin jännite kaksinkertaistuu.
d) Toisiokäämin jännite ei muutu.
41. a) Muuntajassa ensiö- ja toisiopuolen jännitteiden suhde on $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$,
josta saadaan toisiojännitteeksi

$$U_2 = \frac{U_1 N_2}{N_1} = \frac{230 \text{ V} \cdot 6}{1200} \approx 1,2 \text{ V}.$$

- b) Toisiopuolen sähkövirta on $I_2 \approx \frac{N_1}{N_2} I_1 \approx \frac{1200}{6} I_1 \approx 200 I_1$, joten
sähkövirta tulee hyvin suureksi.

Energiaa muuntuu lämmöksi likimain teholla $P = RI_2^2$. Rautanaula alkaa hehkua ja sulaa poikki. Huomaa, että sähkövirta ei todellisuudessa kasva 200-kertaiseksi muuntajan energiahäviöiden ja rautanaulan resistanssin takia.

42. Ensiöjännite on verkkojännite $U_1 = 230 \text{ V}$. Muuntajassa jännitteiden suhde on sama kuin kierroslukujen suhde $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$. Toisiojännite on

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 = \frac{1}{12} \cdot 230 \text{ V} \approx 19,1667 \text{ V}.$$

Autoradan tehonkulutus on

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi = 19,1667 \text{ V} \cdot 2,6 \text{ A} \cdot 0,84 = 41,8601 \text{ W}.$$

Muuntajan hyötysuhde on silloin

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{41,8601 \text{ W}}{57 \text{ W}} \approx 0,73.$$

43. a) Dipoliantennin voi ajatella muodostuvan, kun sähkömagneettisen värähtelypiirin kondensaattorin levyt kierretään erilleen antennilangoiksi. Värähtelypiirin värähtelyt saavat antennilankojen elektronit värähtelemään värähtelypiirin taajuudella. Värähdellessään elektronit lähettävät sähkömagneettista säteilyä värähtelypiirin taajuudella. Lähetinantennin pituus määrää lähetettävän radioaallon aallonpituuden. Radioaaltojen pituus on $\lambda = 2l$, jossa l on antennin pituus. Dipoliantenni toimii myös vastaanotinantennina. Antenniin tuleva sähkömagneettinen aalto saa antennilankojen elektronit värähtelemään taajuudellaan. Vastaanotinantennin ihanteellinen pituus on yhtä suuri kuin puolet vastaanotettavan aallon pituudesta. Käytännössä antenni toimii tietyllä aallonpituusvälillä.

b) Antennin pituus on

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 95,7 \cdot 10^6 \text{ Hz}} \approx 1,57 \text{ m.}$$

c) Radiokanavat lähettävät ohjelmaa tietyllä taajuudella. Radio voidaan virittää vastaanottamaan tiettyä lähetystä joko muuttamalla antennin pituutta sopivaksi tai muuttamalla antenniin kuuluvan säätökondensaattorin kapasitanssia siten, että antennin resonanssitaajuus vastaa lähetyksen taajuutta.

44. Radiokanavaa kuunneltaessa värähtelypiirin resonanssitaajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \text{ josta induktanssi on}$$

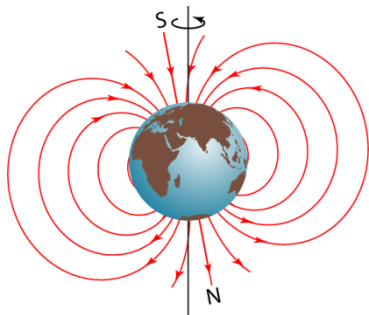
$$L = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 \cdot C} = \frac{1}{\left(2\pi \cdot 89,9 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot 32 \cdot 10^{-15} \text{ F}} \approx 98 \mu\text{H.}$$

VANHOJA YLIOPPILASTEHTÄVIÄ

S2010/11

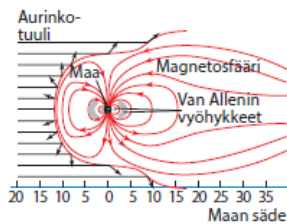
Maapallolla on magneettikenttä. Maapallon ytimen uloimpaan, nestemäiseen osaan syntyy pyörimisen ja coriolisvoimien sekä kuuman kiinteän ytimen vaikutuksesta varautuneiden hiukkasten virtauksia, jotka saavat aikaan magneettikentän.

Maan magneettikentän muoto (ilman aurinkotuulen vaikutusta) on samanlainen kuin sauvamagneetin kenttä. Maan magneettikentän etelänapa on Pohjois-Kanadassa ja pohjoisnapa Etelämantereella. Magneettikentän navat eivät siis yhdy maantieteelliseen pohjois- ja etelänapaan. Maapallon magneettikenttä on Maan pyörimisakseliin nähden noin 11° kallellaan. Esimerkiksi Suomessa kompassineula ei osoita aivan karttapohjoiseen vaan maapallon magneettiselle etelänavalle.



Deklinaatio eli eranto on magneettineulan poikkeama kartan pohjois-eteläsuunnasta. Inklinaatio on magneettineulan kallistuma vaakatasosta. Vapaasti liikkuvan magneettineulan pohjoispää osoittaa Suomessa vinosti maapallon sisään. Esimerkiksi Helsingissä Maan magneettikentän deklinaatio on noin 4° itään ja inklinaatio 73° .

Ionosfäärin yläpuolista aluetta nimitetään magnetosfääriksi. Auringon säteilypainee painaa magnetosfäärin pisaran muotoiseksi. Magnetosfääri on litistynyt Auringon puolella ja vastakkaisella puolella. Maan magneettikenttä ulottuu kauas avaruuteen, magnetosfäärin uloimman reunan etäisyys Maasta on noin 40 Maan sädettä.



Liikkuviin varauksiin hiukkasiin kohdistuu magneettikentässä voima, joka on kohtisuorassa magneettikentän ja hiukkasen liikesuunnan määräämää tasoa vastaan. Näin magneettikenttä kääntää näiden hiukkasten liikesuunnan ja suojaa maapalloa kosmiselta hiukkas säteilyltä ja Auringosta tulevilta hiukkasilta, mm. protoneilta ja elektroneilta. Van Allenin vyöhykkeillä on Maan magneettikentän vankeina korkeaenergisiä elektroneja ja protoneja.

K2012/8

a) Kun johdinsilmukkaa pyöritetään homogeenisessa magneettikentässä, magneettivuo Φ silmukan läpi muuttuu pyörimisen tahdissa. Pyörivään silmukkaan indusoituu induktiolain mukainen jännite $e = -\frac{d\Phi}{dt}$.

b) Kun johdinsilmukkaa pyöritetään homogeenisessa magneettikentässä niin, että kulmanopeus ω on vakio, magneettivuo muuttuu jaksollisesti. Induktiojännite on suoraan verrannollinen magneettivuon muutosnopeuteen induktiolain mukaisesti. Jännite on kiertokulman α funktio, $\alpha = \omega t$.

Induktiojännite on $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA \cos \omega t)}{dt} = BA\omega \sin \omega t$, kun B on magneettivuon tiheyden suuruus ja A silmukan pinta-ala.

S2016/8

a) Aluksi magneetti on kaukana käämistä. Kun magneetti lähestyy käämiä ja magneetin pohjoiskohtio menee käämin sisään, käämin läpäisevä magneettivuo aluksi kasvaa eli magneettivuon muutosnopeus $\frac{d\Phi}{dt}$ on positiivinen. Käämiin indusoituva jännite on induktiolain mukaisesti $e = -N\frac{d\Phi}{dt}$, joten jännite on negatiivinen.

Magneettivuon muutosnopeus kasvaa hetkestä 0,020 s likimain hetkeen 0,08 s saakka, johon asti myös jännitteen itseisarvo kasvaa. Tämän jälkeen magneettivuon muutosnopeus pienenee nollaan hetkellä 0,115 s, jolloin induktiojännitteen itseisarvokin pienenee nollaan.

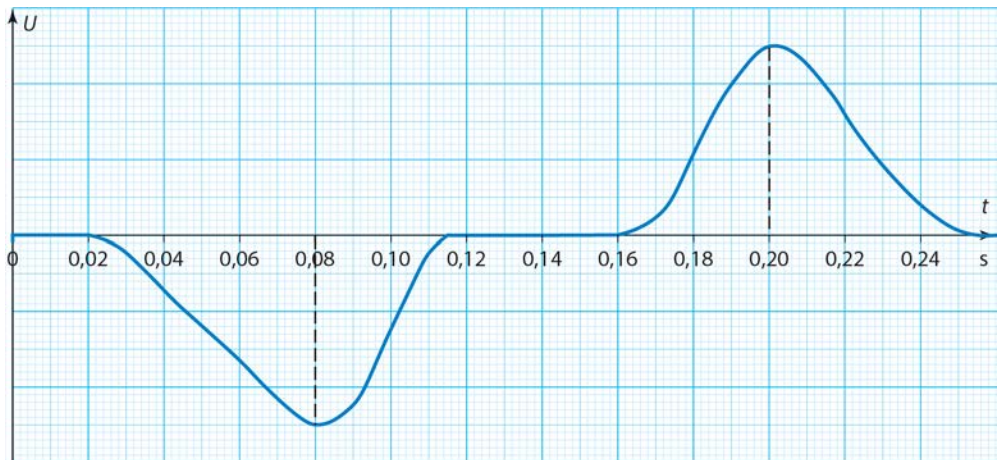
Koska magneetti on pitkä ja käämi lyhyt, aikavälillä $0,115 \text{ s} < t < 0,160 \text{ s}$ magneetti on kokonaan käämin sisällä, joten magneettivuo ei muutu kyseisellä aikavälillä ja induktiojännite on nolla.

Kun magneetti poistuu käämin sisältä, magneettivuo pienenee hetkestä $0,160 \text{ s}$ alkaen. Magneettivuon muutosnopeus $\frac{d\Phi}{dt}$ on tällöin

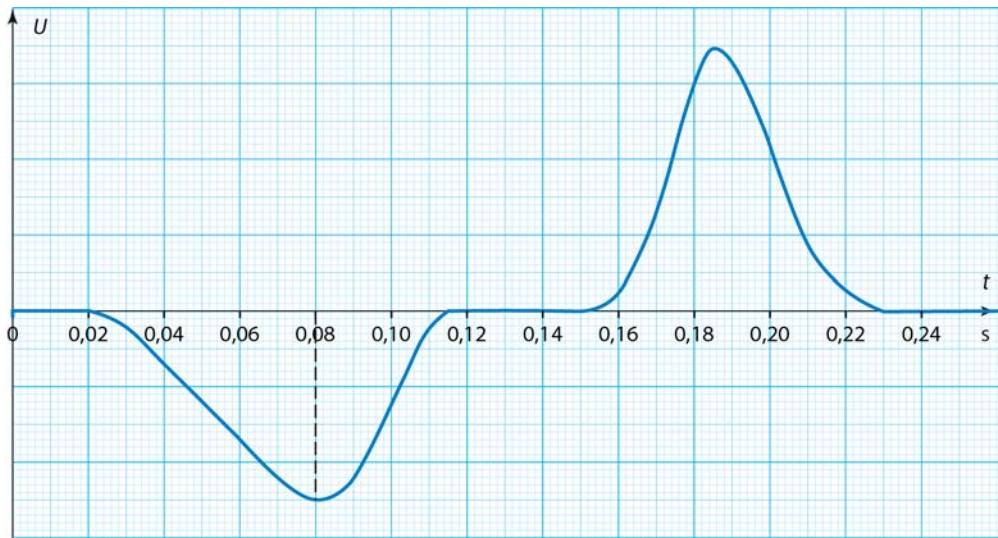
negatiivinen, joten induktiojännite $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ on positiivinen.

Magneettivuon muutosnopeuden itseisarvo kasvaa hetkestä $0,160 \text{ s}$ alkaen ja se on suurimmillaan likimain hetkellä $0,20 \text{ s}$. Vastaavasti induktiojännite kasvaa, joten se saavuttaa suurimman arvonsa hetkellä $0,20 \text{ s}$. Tämän jälkeen magneettivuon muutosnopeuden itseisarvo pienenee nolnaan hetkellä $0,255 \text{ s}$, ja vastaavasti induktiojännite pienenee nolnaan.

Koska magneetti vedetään käämin läpi vakionopeudella, käämin läpäisevä magneettivuo muuttuu samalla tavalla magneetin mennessä käämin sisään ja poistuessa käämistä. Näin ollen jännite indusoituu alku- ja loppuvaiheessa likimain samalla tavalla. Magneetin kulkiessa käämin läpi jännite poikkeaa nollasta yhtä kauan ja jännitteiden kuvaajat ovat yhtä korkeita. Jännitepiikit ovat likimain yhdenmuotoisia (pisteen suhteen symmetrisiä).



b) Magneetin kiihtyvä liike ei tule selkeästi näkyviin magneettivuon kuvaajia vertailtaessa ennen kuin hetkellä 0,15 s ja sen jälkeen. Koska magneetin liike on kiihtyvää, magneetin loppuosa kulkee käämin läpi nopeammin kuin alkuosa, joten magneettivuon muutosnopeus on suurempi magneetin poistuessa käämistä kuin magneetin mennessä käämin sisään. Tämän takia myös induktiojännitteen huippuarvo on suurempi magneetin poistuessa käämistä kuin magneetin mennessä käämin sisään. Magneetin kulkiessa käämin läpi jännite poikkeaa nollasta lyhyemmän ajan magneetin tullessa käämistä pois kuin magneetin mennessä käämin sisään.



K2016/8

$r = 0,055 \text{ m}$, $N = 1$, $A = (0,010 \text{ m})^2$, $\Delta I = -2,0 \text{ A}$, $\Delta t = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$

a) Kun johtimessa kulkee sähkövirta, sen ympärillä on magneettikenttä. Magneettikentän muoto on oikean käden sormisäännön mukaan pyörteinen. Silmukan kohdalla kentän suunta on kohtisuora silmukan tasoon nähden. Magneettivuon tiheys silmukan keskikohdalla on

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \text{ Silmukan läpäisevä magneettivuo on } \Phi = BA = \frac{\mu_0 I A}{2\pi r}.$$

Magneettivuon muutoksen aiheuttaa sähkövirran muutos. Silmukkaan indusoituva jännite on

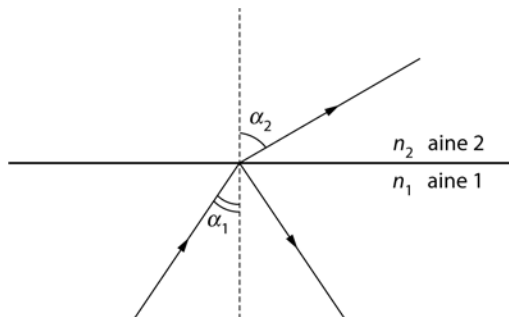
$$e = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{\mu_0 A}{2\pi r} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = -1 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot (0,010 \text{ m})^2}{2\pi \cdot 0,055 \text{ m}} \cdot \frac{-2,0 \text{ A}}{1 \cdot 10^{-6} \text{ s}} \approx \underline{\underline{0,7 \text{ mV}}}.$$

b) Induktiojännite riippuu magneettivuon muutoksesta $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Induktiojännitettä voidaan pienentää siirtämällä johdin kauemmaksi silmukasta (silmukan läpäisevä magneettivuuo pienenee etäisyyden kasvaessa) tai kääntämällä silmukkaa siten, että silmukan taso ei ole kohtisuorassa magneettikenttää vastaan (magneettikentän suuntaa vastaan kohtisuora pinta-ala A_{\perp} pienenee ja siten myös magneettivuuo $\Phi = BA_{\perp}$ pienenee). Silmukka voidaan myös täyttää diamagneettisella aineella. Diamagneettinen aine heikentää ulkoista magneettikenttää ja tällöin silmukan läpäisevä magneettivuuo pienenee.

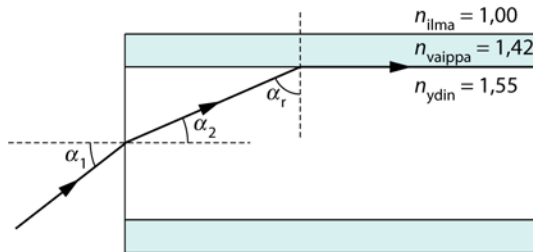
S2007/4

a) Kun valo saapuu optisesti tiheämmästä aineesta (kuvassa aine 1) optisesti harvempaan aineeseen (aine 2), se taittuu normaalista pois päin. Optisesti tiheämmän aineen taitekerroin on suurempi. Jos tulokulma kasvaa riittävän suureksi, säde taittuu pitkin rajapintaa, jolloin taitekulma on 90° . Tätä vastaavaa tulokulmaa kutsutaan kokonaisheijastuksen rajakulmaksi α_c . Kun tulokulma on tätä suurempi, kaikki rajapintaan tuleva valo heijastuu eikä sitä mene lainkaan rajapinnan läpi. Kokonaisheijastunut säde noudattaa heijastumislakia.



Soveltamalla valon taittumislakia $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ kokonaisheijastuksen rajatilanteeseen saadaan $\frac{\sin \alpha_r}{\underbrace{\sin 90^\circ}_{=1}} = \frac{n_2}{n_1}$ eli $\sin \alpha_r = \frac{n_2}{n_1}$, jossa $n_1 > n_2$.

b)



Valokuidussa ytimen ja vaipan rajapinnassa tapahtuu kokonaisheijastuminen. Kokonaisheijastumisen rajakulma saadaan yhtälöstä eli rajakulma on $\alpha_r = 66,3666^\circ$. Kuidun päässä taitekulma on $\alpha_2 = 90^\circ - 66,3666^\circ = 23,6334^\circ$. Tulokulma saadaan taittumislaista $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_{\text{ydin}}}{n_{\text{ilma}}}$ eli $\sin \alpha_1 = \sin \alpha_2 \cdot \frac{n_{\text{ydin}}}{n_{\text{ilma}}} = \sin 23,6334^\circ \cdot \frac{1,55}{1,00}$. Tulokulma on $38,4^\circ$. Jos tulokulma on tätä suurempi, kokonaisheijastumista ei tapahdu eikä valo kulje valokuidun toiseen päähän. Tulokulma on enintään $38,4^\circ$.

S2015/4

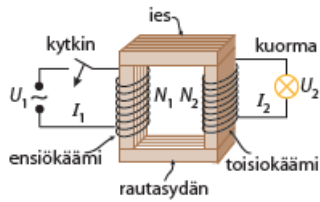
a) Kuvassa prismaan osuu valkoista valoa eli valoa, joka sisältää kaikkia näkyvän valon värejä. Erivärisillä valoilla on erilainen aallonpituus, ja sen takia ne taittuvat kukin eri suuntaan mennessään ilmasta lasiin ja myös tullessaan lasista takaisin ilmaan. Taittuminen tapahtuu valon tullessa vinosti lasin pintaan, ja se johtuu siitä, että valo etenee lasissa hitaammin kuin ilmassa.

Taittumiskulman määrää lasin taitekerroin, jonka arvo riippuu valon aallonpituudesta. Vähiten taittuu pitkäaaltoisin, punainen valo, jonka taitekerroin on pienin. Eniten taittuu lyhytaaltoisin, violetti valo, jolla on suurin taitekerroin. Eri värien erilaisesta taitumisesta johtuu, että alkuperäinen valkoinen valo hajoaa prismassa erivärisiin osiinsa eli muodostuu spektri.

b) Ulkoilman valo on peräisin Auringosta, ja se sisältää kaikkia näkyvän valon värejä. Kun valo osuu lätäkköön, osa siitä heijastuu lätäkössä olevan öljyläikän yläpinnasta eli ilman ja öljyn rajapinnasta ja osa öljyläikän alapinnasta eli öljyn ja veden rajapinnasta. Nämä eri pinnoista heijastuneet valot interferoivat keskenään. Aaltojen välille syntyy vaihe-ero, joka riippuu kalvon paksuudesta. Jos pinnoista heijastuneiden aaltojen vaihe-ero on aallonpituuden kokonaislukumonikerta, aallot vahvistavat toisiaan voimakkaammin kuin muissa tapauksissa. Öljyläikän eri värit johtuvat siitä, että öljykerroksen paksuus vaihtelee eri kohdissa läikkää ja täten myös se, minkä aallonpituinen valo kussakin kohtaa vahvistuu eniten. Koska öljyläikän paksuus muuttuu kohdasta toiseen mentäessä vähitellen, öljyläikässä näkyy kaikkia spektrin värejä.

K2014/+13

a) Muuntajassa on kaksi käämiä kytketty induktiivisesti yhteisen suljetun rautasydämen ympärille (katso kuva). Vaihtojännitelähteeseen kytkettyä käämiä, jonka kierrosluku on N_1 , sanotaan ensiökäämiksi eli primaarikäämiksi. Muuntajaa kuormittavan sähkölaitteen kuormituksen puoleista käämiä kutsutaan toisiokäämiksi eli sekundaarikäämiksi. Sen kierrosluku on N_2 .



Muuntajan toiminta perustuu sähkömagneettiseen induktioon. Ensiöpuolen käämin muuttuva vaihtovirta synnyttää muuttuvan magneettikentän, joka osittain läpäisee toisiökäämin. Toisiopuolen käämin sisällä muuttuva magneettivuo indusoi käämin päiden välille jännitteen, jolloin suljetussa virtapiirissä kulkee sähkövirta. Muuntajan rautasydän vahvistaa kenttää.

Muuntajan ensiökäämin kunkin silmukan sähkövirta aiheuttaa rautasydämeen yhtä voimakkaan magneettikentän ja magneettikenttien summa on kokonaiskentän voimakkuus. Vastaavasti toisiopuolella muuttuva magneettivuo indusoi käämin kuhunkin silmukkaan yhtä suuren jännitteen ja jännitteiden summa on käämin päiden välinen jännite. Rautasydämen poikkileikkauksen läpäisevä magneettivuo on likimain yhtä suuri kaikkialla rautasydämen sisällä. Magneettikenttä välittää rautasydämen avulla energiaa ensiöpuolelta toisiopuolelle lähes häviöttömästi.

Ensiökäämissä magneettivuo muuttuu siinä kulkevan vaihtovirran takia. Suljetun rautasydämen vuoksi lähes sama, muuttuva magneettivuo $\Phi = \Phi(t)$ lävistää molemmat käämit. Ensiöpuolen jännite on e_1 . Toisiopuolelle indusoituu jännite e_2 . Sekä ensiö- että toisiopuolen jännite on käämien yksittäisiä johdinkierroksia vastaavien jännitteiden summa,

joten $e_1 \approx -N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ja $e_2 \approx -N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Jaetaan yhtälöt puolittain, jolloin

induktiojännitteille ja kierrosluvuille saadaan verranto $\frac{e_1}{e_2} \approx \frac{N_1}{N_2}$.

Käämien napajännitteet suhtautuvat mittaustarkkuuden rajoissa toisiinsa

kuten ensiö- ja toisiopuolen käämien kierrosluvut eli $\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{N_1}{N_2}$.

Kun muuntajan toisiopuolelle kytketään kuorma, piirin sähkövirta riippuu toisiopuolen jännitteestä ja kuormittavan piirin impedanssista. Toisiokäämin sähkövirta aiheuttaa rautasydämeen magneettivuon, jonka muutosnopeus on lähes yhtä suuri kuin ensiöpuolen magneettivuon muutosnopeus. Tämä toisiopuolen sähkövirran indusoima muuttuva magneettivuo pyrkii vastustamaan ensiöpuolen sähkövirran muuttumista. Tämän seurauksena ensiöpuoli ottaa vaihtojännitelähteestä energiaa samalla teholla kuin toisiopuoli siirtää sitä kuormittavaan laitteeseen. Jos muuntajan energiahäviöt ovat pienet, energian säilymislain mukaan ensiöpuolen generaattorista ottama energia on likimain yhtä suuri kuin toisiopuolen kuorman käyttämä energia eli $E_1 \approx E_2$. Kun ensiöpuoli ottaa energiaa keskimääräisellä teholla P_1 ja toisiopuolella energiaa siirtyy kuormaan keskimääräisellä teholla P_2 , saadaan yhtälö $P_1 t \approx P_2 t$, joten $P_1 \approx P_2$.

Kuormitettuun muuntajaan syntyy ensiö- ja toisiopuolelle sähkövirran ja jännitteen välille vaihe-erot φ_1 ja φ_2 . Ensiö- ja toisiopuolen tehot ovat kuitenkin likimain yhtä suuret, joten $U_1 I_1 \cos \varphi_1 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$. Koska vaihe-erot φ_1 ja φ_2 ovat yleensä likimain yhtä suuret, saadaan yhtälö $U_1 I_1 \approx U_2 I_2$ eli $\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{I_2}{I_1}$. Kun jännitteiden ja johdinkierroslukujen välinen

suureyhtälö otetaan huomioon, saadaan $\frac{N_1}{N_2} \approx \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{I_2}{I_1}$. Ideaalisen

muuntajan muuntosuhde on $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$, jossa N_1 ja N_2 ovat ensiö- ja

toisiopuolen kierrosluvut ja U_1 ja U_2 sekä I_1 ja I_2 ovat ensiö- ja toisiopuolen jännitteen ja sähkövirran teholliset arvot.

b) Muuntajassa tapahtuu tehohäviöitä, koska hystereesi-ilmiö ja pyörrevirrat muuntajan sydämessä aiheuttavat lämpenemistä. Myös johtimissa tapahtuu tehohäviöitä resistanssin vuoksi.

c) Jännite nostetaan voimalaitoksissa suureksi, koska energian siirto korkeilla jännitteillä aiheuttaa pienemmät tehohäviöt kuin matalilla jännitteillä siirrettäessä. Lähellä käyttökohteita jännite muunnetaan turvallisuussyistä pienemmäksi, esimerkiksi kotitalouksien tarvitsemaan 230 volttiin.

d) $R = 0,065 \Omega/\text{km}$, $s = 75 \text{ km}$, $P = 15 \text{ kW}$

Siirtojännite on 21 kV.

Yhtälöstä $P = UI$ johtimessa kulkevan sähkövirran suuruus on

$$I = \frac{P}{U} = \frac{15000 \text{ W}}{21000 \text{ V}} = 0,714286 \text{ A} . \text{ Siirtolinjassa tarvitaan meno- ja}$$

paluujohdin. Tehohäviö on

$$P_{\text{häviö}} = RI^2 = 0,065 (\Omega / \text{km}) \cdot 2 \cdot 75 \text{ km} \cdot (0,714286 \text{ A})^2 = 4,97449 \text{ W} .$$

Näin ollen siirretty teho on $P_{\text{siirto}} = P_{\text{hyöty}} + P_{\text{hukka}} = 15000 \text{ W} + 4,97449 \text{ W} = 15005,0 \text{ W}$.

$$\text{Hyötysuhde on } \eta = \frac{P_{\text{hyöty}}}{P_{\text{siirto}}} = \frac{15000 \text{ W}}{15005,0 \text{ W}} = 0,999667 \approx \underline{\underline{99 \%}} .$$

Siirtojännite on 400 V.

Yhtälöstä $P = UI$ johtimessa kulkevan sähkövirran suuruus on

$$I = \frac{P}{U} = \frac{15000 \text{ W}}{400 \text{ V}} = 37,5 \text{ A} . \text{ Tehohäviö johtimessa on}$$

$$P_{\text{häviö}} = RI^2 = 0,065 (\Omega / \text{km}) \cdot 2 \cdot 75 \text{ km} \cdot (37,5 \text{ A})^2 = 13710,9 \text{ W} .$$

Näin ollen siirretty teho on

$$P_{\text{siirto}} = P_{\text{hyöty}} + P_{\text{hukka}} = 15000 \text{ W} + 13710,9 \text{ W} = 28710,9 \text{ W} .$$

$$\text{Hyötösuhde on } \eta = \frac{P_{\text{hyöty}}}{P_{\text{siirto}}} = \frac{15000 \text{ W}}{28710,9 \text{ W}} = 0,522450 \approx \underline{\underline{52 \%}} .$$