

Koe koostuu 13 tehtävästä, joista vastataan kymmeneen. Tehtävät on jaettu kolmeen osaan. A-osassa on neljä kaikille pakollista tehtävää. B1-osassa on viisi tehtävää, joista vastataan kolmeen. B2-osassa on neljä tehtävää, joista vastataan kolmeen. Kaikki tehtävät arvostellaan pistein 0–12, joten kokeen maksimipistemäärä on 120.

A-osassa saat käyttää taulukkokirjaa ja koejärjestelmän tarjoamia perusohjelmia. A-osa palautetaan tehtävän 4 jäljessä olevalla painikkeella. Tämän jälkeen A-osan vastauksia ei voi enää muokata. A-osan palauttamisen jälkeen kaikki koejärjestelmän ohjelmat ovat käytettävissäsi. Lisäksi saat käyttöön oman laskimesi. Voit vastata B-osien tehtäviin myös ennen A-osan palauttamista.

Useimmissa tehtävissä kaikkien osatehtävien vastaukset kirjoitetaan samaan vastauskenttään. Jaottele vastauksesi osatehtävien mukaisesti. Halutessasi voit tuottaa vastausten tueksi piirroksia, kaavioita tai taulukoita ja liittää niistä kuvakaappauksen mihin tahansa tekstivastaukseen.

Älä jätä mitään merkintöjä sellaisen tehtävän vastaukselle varattuun tilaan, jota et halua jättää arvosteltavaksi.

Sisälllys

A-osa

Vastaa neljään tehtävään.

- | | | | |
|----|---------------------------|--|-------|
| 1. | Monivalinta. | | 12 p. |
| 2. | Lausekkeita ja yhtälöitä. | | 12 p. |
| 3. | Aukkomonivalinta. | | 12 p. |
| 4. | Puutarha. | | 12 p. |

B1-osa

Vastaa kolmeen tehtävään.


- | | | | |
|----|----------------------------|----------|-------|
| 5. | Projektityö. | | 12 p. |
| 6. | Opintovelka. | Aineisto | 12 p. |
| 7. | Maksuhäiriöt. | Aineisto | 12 p. |
| 8. | Kirjaimet. | | 12 p. |
| 9. | Funktion kuvaaja ja kulku. | | 12 p. |

B2-osa

Vastaa kolmeen tehtävään.

- | | | | |
|-----|-----------------------|----------|-------|
| 10. | Huoltokalusto. | | 12 p. |
| 11. | Heiluriliike. | Aineisto | 12 p. |
| 12. | Öljynkulutus. | | 12 p. |
| 13. | Maahantuontiyrittäjä. | | 12 p. |

A-osa

 Vastaa neljään tehtävään.

Pakolliset tehtävät.

1. Monivalinta. 12 p.

Valitse oikea vaihtoehto.

1.1. Määritä luvun 4 ja sen vastaluvun keskiarvo. 2 p.

0

Ei mikään muista
vaihtoehtoista. $\frac{17}{4}$  $\frac{17}{8}$  $2\frac{1}{2}$ **1.2. Määritä luvun $\frac{2}{3}$ käänteisluvun ja luvun -2 erotus. 2 p.** $2\frac{2}{3}$  $-\frac{1}{2}$  $3\frac{1}{2}$ 

1

 $-1\frac{1}{6}$ Ei mikään muista
vaihtoehtoista.**1.3. Määritä luvun $\frac{2}{5}$ neliön ja luvun 2 tulo. 2 p.**Ei mikään muista
vaihtoehtoista. $\frac{4}{5}$  $\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot 2$  $\frac{8}{25}$  $\frac{8}{5}$ **1.4. Kuinka monta prosenttia luku 15 on suurempi kuin luku 12? 2 p.**

125 %



80 %



20 %



25 %

Ei mikään muista
vaihtoehtoista.

1.5. Murtoluku $\frac{4}{5}$ kasvaa ensin 50 % ja sitten uusi luku kaksinkertaistuu. Kuinka paljon murtoluku $\frac{4}{5}$ muuttuu? 2 p.

Kasvaa 300 %.

Kasvaa 2,5-kertaiseksi.

Kasvaa 3,0 %.

Kasvaa 200 %.

Ei mikään muist vaihtoehdoista.

1.6. Eräässä vaateliikkeessä mainostetaan, että kaikki vaatteet myydään -20 % hinnalla ja seuraavana päivänä annetaan alennetuista hinnoista vielä 30 % lisäalennus. Kuinka paljon maksaa alennusten jälkeen paita, jonka alkuperäinen hinta oli 19,50 €? 2 p.

9,75 €

10,92 €

Ei mikään muista vaihtoehdoista.

11,70 €

10,64 €

2. Lausekkeita ja yhtälöitä. 12 p.

2.1. Sievennä seuraava lauseke. 4 p.

$$\frac{a^2 \cdot a^3 \cdot (b^3)^4}{a \cdot a^4 \cdot b^{10}}$$

2.2. Ratkaise yhtälön tarkka arvo. 4 p.

$$4^{3x-1} = 64$$

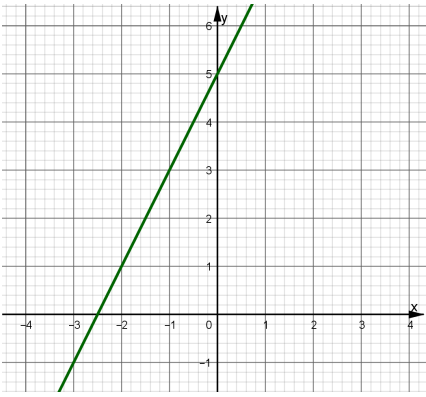
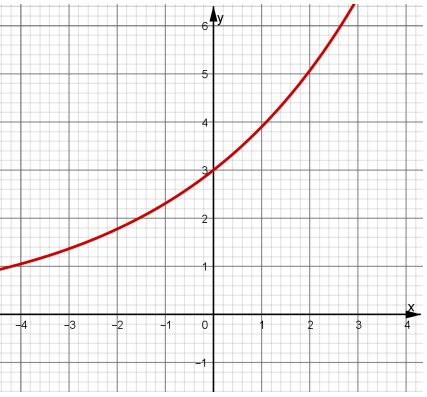
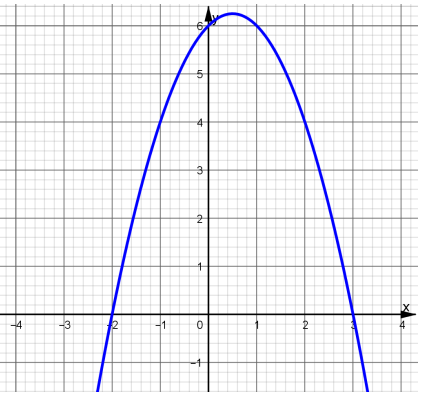
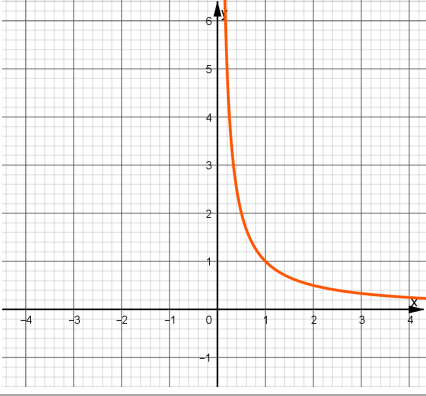
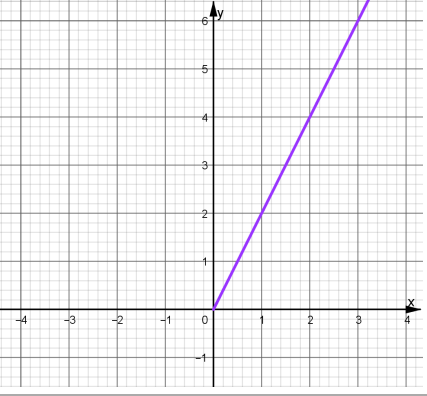
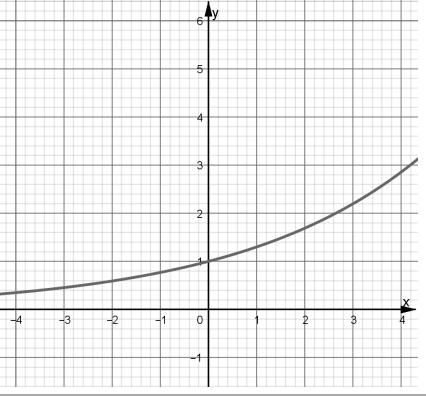
2.3. Ratkaise yhtälöpari. 4 p.

$$\begin{cases} y = 5x^2 - 3x + 2 \\ -3x + 2 - y = 0 \end{cases}$$

3. Aukkomonivalinta. 12 p.

Alla on esitetty yhdeksän vaihtoehtoa ja kuusi kuviota. Valitse vaihtoehtoista A–I jokaiseen kuvaan 1.–6. oikea vaihtoehto. Kolme vaihtoehtoista jää käyttämättä.

Vaihtoehto A: Suureiden riippuvuutta voidaan kuvata yhtälöllä $y = -3x^2 + 5$.	Vaihtoehto B: Funktion arvot ovat positiivisia vain, kun $-2 < x < 3$.	Vaihtoehto C: Suureiden riippuvuutta voidaan kuvata yhtälöllä $y = 1,3^x$.
Vaihtoehto D: Suureiden riippuvuutta voidaan kuvata yhtälöllä $y = 5x - 1$.	Vaihtoehto E: Funktio saa vain negatiivisia arvoja.	Vaihtoehto F: Suureiden riippuvuutta voidaan kuvata yhtälöllä $y = 3 \cdot 1,3^x$.
Vaihtoehto G: Suureet ovat suoraan verrannollisia.	Vaihtoehto H: Suureiden riippuvuutta voidaan kuvata yhtälöllä $2x - y + 5 = 0$.	Vaihtoehto I: Suureet ovat kääntäen verrannollisia.

<p>KUVA 1.</p> 	<p>KUVA 2.</p> 	<p>KUVA 3.</p> 																														
<p>KUVA 1.</p> <table border="1"> <tr><td>Vaihtoehto A</td><td>Vaihtoehto B</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto C</td><td>Vaihtoehto D</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto E</td><td>Vaihtoehto F</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto G</td><td>Vaihtoehto H</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto I</td><td></td></tr> </table> <p>2 p.</p>	Vaihtoehto A	Vaihtoehto B	Vaihtoehto C	Vaihtoehto D	Vaihtoehto E	Vaihtoehto F	Vaihtoehto G	Vaihtoehto H	Vaihtoehto I		<p>KUVA 2.</p> <table border="1"> <tr><td>Vaihtoehto A</td><td>Vaihtoehto B</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto C</td><td>Vaihtoehto D</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto E</td><td>Vaihtoehto F</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto G</td><td>Vaihtoehto H</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto I</td><td></td></tr> </table> <p>2 p.</p>	Vaihtoehto A	Vaihtoehto B	Vaihtoehto C	Vaihtoehto D	Vaihtoehto E	Vaihtoehto F	Vaihtoehto G	Vaihtoehto H	Vaihtoehto I		<p>KUVA 3.</p> <table border="1"> <tr><td>Vaihtoehto A</td><td>Vaihtoehto B</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto C</td><td>Vaihtoehto D</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto E</td><td>Vaihtoehto F</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto G</td><td>Vaihtoehto H</td></tr> <tr><td>Vaihtoehto I</td><td></td></tr> </table> <p>2 p.</p>	Vaihtoehto A	Vaihtoehto B	Vaihtoehto C	Vaihtoehto D	Vaihtoehto E	Vaihtoehto F	Vaihtoehto G	Vaihtoehto H	Vaihtoehto I	
Vaihtoehto A	Vaihtoehto B																															
Vaihtoehto C	Vaihtoehto D																															
Vaihtoehto E	Vaihtoehto F																															
Vaihtoehto G	Vaihtoehto H																															
Vaihtoehto I																																
Vaihtoehto A	Vaihtoehto B																															
Vaihtoehto C	Vaihtoehto D																															
Vaihtoehto E	Vaihtoehto F																															
Vaihtoehto G	Vaihtoehto H																															
Vaihtoehto I																																
Vaihtoehto A	Vaihtoehto B																															
Vaihtoehto C	Vaihtoehto D																															
Vaihtoehto E	Vaihtoehto F																															
Vaihtoehto G	Vaihtoehto H																															
Vaihtoehto I																																
<p>KUVA 4.</p> 	<p>KUVA 5.</p> 	<p>KUVA 6.</p> 																														

KUVA 4.		KUVA 5.		KUVA 6.	
Vaihtoehto A	Vaihtoehto B	Vaihtoehto A	Vaihtoehto B	Vaihtoehto A	Vaihtoehto B
Vaihtoehto C	Vaihtoehto D	Vaihtoehto C	Vaihtoehto D	Vaihtoehto C	Vaihtoehto D
Vaihtoehto E	Vaihtoehto F	Vaihtoehto E	Vaihtoehto F	Vaihtoehto E	Vaihtoehto F
Vaihtoehto G	Vaihtoehto H	Vaihtoehto G	Vaihtoehto H	Vaihtoehto G	Vaihtoehto H
Vaihtoehto I		Vaihtoehto I		Vaihtoehto I	
2 p.		2 p.		2 p.	

4. Puutarha. 12 p.

4.1. Puutarhalle tulee kesäksi 10 harjoittelijaa. Kahdeksan harjoittelijoista on jo kokeneita ja he tunnistavat hyvin puutarhalla kasvatettavat kasvit ja tietävät paikan käytänteet. Kaksi puutarhalle tulevista harjoittelijoista on kokemattomia, eivätkä he ole varmoja, aikovatko jatkaa harjoittelujaksoa, koska mielenkiinto alaa kohtaan puuttuu. Harjoittelijat työskentelevät työpisteillä pareittain. Kuinka monta erilaista paria voidaan harjoittelijoista muodostaa, kun parit arvotaan, eikä harjoittelijoiden kokemusta huomioida? Millä todennäköisyydellä kokemattomat harjoittelijat ovat pari? **4 p.**

4.2. Puutarhalla on käytössä kuvan mukaisia suorakulmaisia istutuslaatikoita, joista isompien laatikoiden korkeus on 30 cm, leveys 90 cm ja pituus 180 cm ja pienempien laatikoiden vastaavat mitat ovat 30 cm, 90 cm ja 120 cm. Kun puutarhalla oleva koko multakasa levitetään tasaisesti isompaan istutuslaatikkoon, tulee multakerroksen korkeudeksi 24 cm.




Yksi puutarhalla työskentelevä harjoittelija kaataa vahingossa pussillisen porkkanan siemeniä istutuslaatikkoon tulevan mullan joukkoon ja sekoittaa siemenet tasaisesti multa, mutta ei huomaa tekemäänsä erehdystä. Porkkanan siemeniä on porkkanapussin selosteen mukaan noin 1000 kappaletta. Istutuslaatikkoon levitetystä mullasta otetaan vielä multaa kolmeen taimiruukkuun mansikan taimia varten. Taimiruukut ovat suoran ympyrälieriön muotoisia ja niihin tulevan mullan korkeudeksi arvioidaan 8 cm ja ruukun säteeksi 6 cm. Kuinka monta porkkanan siementä voidaan arvioida olevan yhdessä taimiruukussa, johon mansikan taimi istutetaan? **8 p.**

Saat estetyt laskinohjelmat käyttöön palautettuasi A-osan.

Palauta A-osa

B1-osa

 Vastaa kolmeen tehtävään.

Ratkaise kolme tehtävistä 5–9. Tässä osassa saat käyttää kaikkia koejärjestelmän ohjelmia ja omaa laskintasi, kun olet palauttanut A-osan vastaukset.

5. Projektityö. 12 p.

Kuvaamataidon ja matematiikan yhteisprojektissa askarrellaan erilaisia maisematauluja käyttämällä matemaattisia malleja kuvaamaan taulujen muotoa tai yksityiskohtia. Yksi ryhmä saa tehtäväkseen maalata talvimaiseman läpikuultavalle silkkipaperille ja sen jälkeen silkkipaperin päälle kiinnitetään yhteen juotettavista teräslangoista koottu jäykkä teräslankakehikko pitämään työ kasassa.

Ryhmä saa teräslankakehikkoon seuraavan ohjeen:

Teräslankakehikko koostuu paraabelin kaaresta, kolmesta janasta sivuilla ja viidestä janasta kehikon sisällä. Kehikon sisään tulevat teräslangat ovat kiinni ulkokehikossa. Kehikon ulkoreunoja rajaa ylhäällä paraabeli $y = -0,2x^2 + 2x + 25$, sivuilla suorat $x = 0$, $x = 10$ ja alhaalta $y = 0$. Kehikon sisään tulee vaakasuoraan kaksi poikittaista teräslankapätkää, joista toinen tulee korkeudelle $y = 8$ ja toinen korkeudelle $y = 18$. Lisäksi kehikon sisälle laitetaan pystysuoraan kolme teräslankaa, joista kaksi tulee $2,5$ koordinaattiyksikön etäisyydelle kehikon pystysivuista ja yksi puoliväliin pystysuoraan. Koordinaatiston yksikkönä on yksi senttimetri.

Opiskelijat ovat saaneet määritettyä paraabelin kaareen tarvittavan langan pituuden yhteistyössä toisen ryhmän kanssa. Piirrä sopivalla ohjelmalla ohjeita vastaava kuva teräslankakehikosta ja määritä laskemalla muiden kehikkoon tulevien pystysuorien ja vaakasuorien teräslankojen pituudet.

6. Opintovelka. 12 p.

Aineisto

6. A Tiedosto: Asuntokuntien opintovelat vuoden 2018 rahassa

Tutki aineistoa ja laadi sen perusteella vastaukset alla oleviin kysymyksiin.

- 6.1. Laske keskimääräinen asuntokuntaakohtainen opintovelka euron tarkkuudella vuosin 2002–2014 ja havainnollista sitä sopivalla diagrammilla. **4 p.**
- 6.2. Laske aineiston perusteella opintovelan korkoprosentti vuonna 2002 ja vuonna 2014. Kuinka monta prosenttiyksikköä pienempi on vuoden 2014 opintovelkojen korkoprosentti verrattuna vuoden 2002 korkoprosenttiin? **4 p.**
- 6.3. Laske vuosien 2002 ja 2014 korkoprosenttien perusteella, mikä olisi korkoprosenttien vuotuinen muutosprosentti, jos oletetaan vuotuisen suhteellisen muutoksen pysyvän samana. **4 p.**

7. Maksuhäiriöt. 12 p.

Aineisto

7. A Taulukko: Asiakastietomedia

Yksityishenkilöille rekisteröitiin viime vuonna (2017) yli 1,65 miljoonaa uutta maksuhäiriömerkintää eli noin kymmenys enemmän kuin edellisvuonna.

- Suomen Asiakastieto Oy:n Asiakastieto Media, 08.01.2018

Aineistossa 7. A on taulukoitu arvoja sekä uusien maksuhäiriöiden lukumäärästä että maksuhäiriömerkintäisten henkilöiden lukumäärästä vuosilta 2008–2017.

- 7.1. Määritä maksuhäiriöisten henkilöiden määrän ja uusien maksuhäiriömerkintöjen lukumäärän riippuvuutta kuvaavan regressiosuoran yhtälö. Määritä muuttujien välinen korrelaatiokerroin ja tulkitse korrelaation voimakkuutta. **4 p.**
- 7.2. Määritä uusien maksuhäiriömerkintöjen lukumäärän keskiarvo ja keskihajonta tarkasteluajanjaksona 2008–2017. **4 p.**

7.3. Vuonna 2018 uusia maksuhäiriömerkintöjä Asiakastieto Median mukaan on ollut 1 568 000 kappaletta. Poikkeako luku tilastollisesti merkittävästi vuosien 2008–2017 aineistosta? Perustele laskemalla. 4 p.

8. Kirjaimet. 12 p.

Lastenhuoneen lattialla on pieni puinen laatikko, jonka sisällä on lelupalikoita. Jokaisessa lelupalikassa on yksi kirjain. Perheen nuorimmalla lapsella, Sebastianilla, on tapana ottaa iltaisin laatikosta yksi palikka sänkyynsä mukaan "unikaveriksi". Aamuisin herättyään hän laittaa palikan takaisin laatikkoon, sillä laatikon palikoita käytetään päivän aikana useissa eri leikeissä. Illan koittaessa isä kuljettaa laatikon, johon kaikki palikat on kerätty sattumanvaraiseen järjestykseen päivän leikkien päätteeksi, takaisin lasten huoneeseen. Perheen rutiinit toistuvat päivästä toiseen ja joka ilta Sebastian käy ottamassa yhden palikan sänkyynsä yön ajaksi. Sebastian ei vielä erota kirjaimia, mutta kysyttäessä hän kertoi ottaneensa mukaansa ainoastaan A-kirjaimia. Vastauksesta kiinnostuneena isä kirjasi viiden päivän ajan ylös, minkä kirjaimen Sebastian laatikosta kunakin iltana otti. Isä laski, että laatikon 13 palikasta A-kirjaimia on laatikossa yhteensä 4 kappaletta.

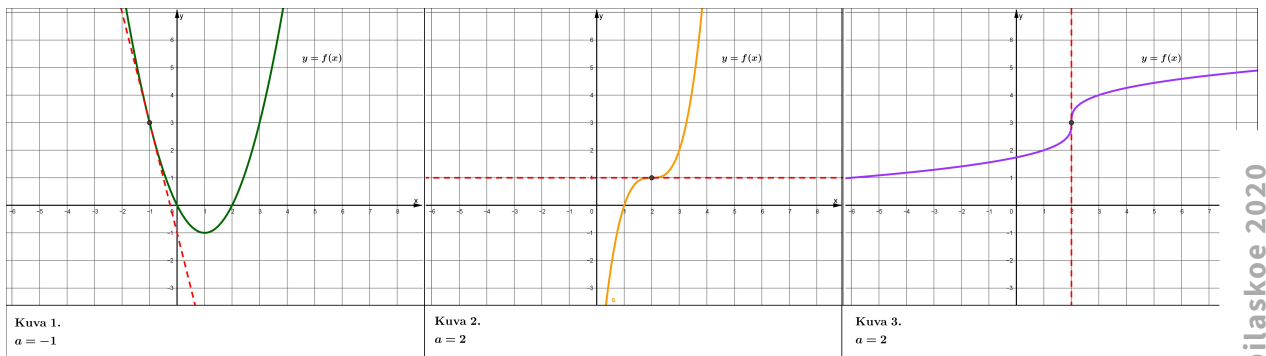
8.1. Millä todennäköisyydellä Sebastian ottaa viitenä peräkkäisenä iltana A-kirjaimen? 4 p.

8.2. Muodosta viiden päivän ajalta A-kirjainten todennäköisyysjakauma. 4 p.

8.3. Määritä A-kirjainten lukumäärän odotusarvo viideltä päivältä. 4 p.

9. Funktion kuvaaja ja kulku. 12 p.

9.1. Jokaiseen kuvaan 1, 2 ja 3 on piirretty funktion $y = f(x)$ kuvaaja ja suora, jolla on yksi yhteinen piste funktion kuvaajan kanssa. Suora on piirretty kohtaan $x = a$.



Määritä kuvan perusteella $f'(a)$ jokaisesta kuvasta. Perustele vastauksesi. **6 p.**

9.2. Olkoon funktio $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x + \frac{29}{6}$. Millä muuttujan x arvoilla funktio on kasvava? Perustele laskemalla. **6 p.**

B2-osa

Vastaa kolmeen tehtävään.

Ratkaise kolme tehtävistä 10–13. Tässä osassa saat käyttää kaikkia koejärjestelmän ohjelmia ja omaa laskintasi, kun olet palauttanut A-osan vastaukset.

10. Huoltokalusto. 12 p.

Eräs logistiikka-alan yritys investoi 400 000 euroa uuteen huoltokalustoonsa ja sen käyttöönottoon. Kaluston hankintahinta on 382 000 euroa ja käyttöönottokulut 18 000 euroa. Kaluston arvioidaan vähentävän yrityksen vuosittaisia kuluja, kuten polttoaine-, henkilöstö- ja ostopalvelukuluja, yhteensä 80 000 eurolla/vuosi. Kalusto vaatii kuitenkin vuosittain huollon, jonka kustannus menetetty työaika mukaan lukien on 12 000 euroa. Kaluston arvioitu käyttöikä on 10 vuotta, minkä jälkeen jäännösarvoksi arvioidaan 10 000 euroa. Yrityksen johto asettaa hankinnalle 10 prosentin tuotto-oletuksen. Onko hankinta kannattava? Perustele laskemalla.

11. Heiluriliike. 12 p.

Aineisto

11. A Teksti: Heiluriliikkeen teoria

11. B Video: Heiluriliike

Liitteenä on Aineistot-välilehdellä teoriaa heiluriliikkeestä sekä heiluriliikevideo, jossa heiluri koostuu jäykästä langasta ja sen päässä roikkuu pieni kuula. Lanka roikkuu pisteestä $P = (0, 10)$ ja kuula liikkuu langan varassa edestakaisin pisteiden A ja B välillä. Oletetaan kuula pieneksi pistemäiseksi kohteeksi. Katso liitteenä oleva video ja määritä laskemalla, kuinka pitkän matkan kuula kulkee yhdellä heilahduksella pisteestä A pisteeseen B , kun näiden koordinaatit ovat $A = (-3, 2)$ ja $B = (3, 2)$. Anna vastaus kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

12. Öljynkulutus. 12 p.

Make ja Pipsa ovat huumori-ihmisiä ja he perustivat vuonna 2000 yrityksen Leg End Aarinen Oy, joka teettää ulkomailla leluja ja tuo niitä Suomeen myyntiin. Heidän tuotteitaan ovat esimerkiksi Maht Ava -kuplakone ja Vit Sik Äs -nukke. Heti ensimmäisinä kuukausina tuotteiden valmistukseen yritys käytti 17 000 litraa raakaöljyä. Ympäristötietoista Pipsaa hirvittää suuri raakaöljyn kulutus ja yritys saikin vuonna 2001 pienennettyä raakaöljyn vuosikulutukseksi 12 800 litraa. Vuodesta 2001 alkaen Leg End Aarisen tuotteiden myynti kasvoi joka vuosi 1,1 %, mikä lisäsi samassa suhteessa raakaöljyn vuosikulutusta. Kasvun kompensoimiseksi Make ja Pipsa keksivät keinoja pienentää tuotteiden valmistukseen käytettävän raakaöljyn määrää. Keinot vähensivät öljyn kulutusta joka vuosi 1,0 %.

12.1. Kuinka monta prosenttia raakaöljyn vuosikulutus muuttui vuodesta 2001 vuoteen 2002? Muodosta lisäksi raakaöljyn vuosikulutukselle laskusääntö $a_n = a_1 q^{n-1}$, jossa $n = 1$ tarkoittaa vuotta 2001, $n = 2$ vuotta 2002 jne. **4 p.**

12.2. Kuinka monta litraa Leg End Aarinen -yrityksen raakaöljyn yhteiskulutus vuosina 2001–2019 eroaa Petjan perustaman Nous Ukas -yrityksen raakaöljyn kulutuksesta, kun Petjan yritys vuonna 2001 kulutti 12 800 litraa öljyä ja tästä eteenpäin vuosittainen öljynkulutus kasvoi 150 litraa joka vuosi? **8 p.**

13. Maahantuontiyritys. 12 p.

Mikko ja Jenni perivät isältään ison, elektronisiin mittajärjestelmiin keskittyneen maahantuontiyrityksen. Mikko laski, että vuonna 2019 he toimittivat lämpötila-antureita 256 000 kappaletta. Näistä 125 kappaletta olivat viallisia ja asiakkaat reklamoivat komponenteista. Viallisista tuotteista aiheutui maahantuontiin kustannuksia 250 euroa/kappale. Viallisten määrä tuli Mikolle ja Jennille yllätyksenä, joten he päättivät varautua paremmin vuodelle 2020. Mikko arveli, että heidän myynti juur tuon lämpötila-anturin osalta kasvaa 9 000 kappaleella edellisestä vuodesta. Samalla hän arvioi, että viallisten määrä tulisi olemaan enintään 140 kappaletta. Laske 95 prosentin luottamusväliä käyttäen, onko Mikon arvio riittävä.

Lähteet

3 Lähde: MFKA.

4.2 Lähde: MFKA.

9.1 Lähde: MFKA.

Tarkista, että vastasit ohjeiden mukaiseen määrään tehtäviä. Älä jätä mitään merkintöjä sellaisen tehtävän vastaukselle varattuun tilaan, jota et halua jättää arvoستavaksi.