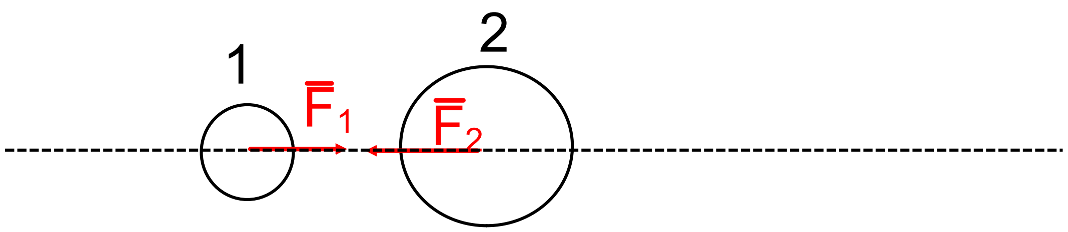
16 Liikemäärän säilyminen

Eristetyn systeemin (= ei ULKOISIA voimia) kokonaisliikemäärä säilyy.

loka 26-17:20

Perustelu:



NIII: $\bar{F}_2 = -\bar{F}_1 \quad | \cdot \Delta t$

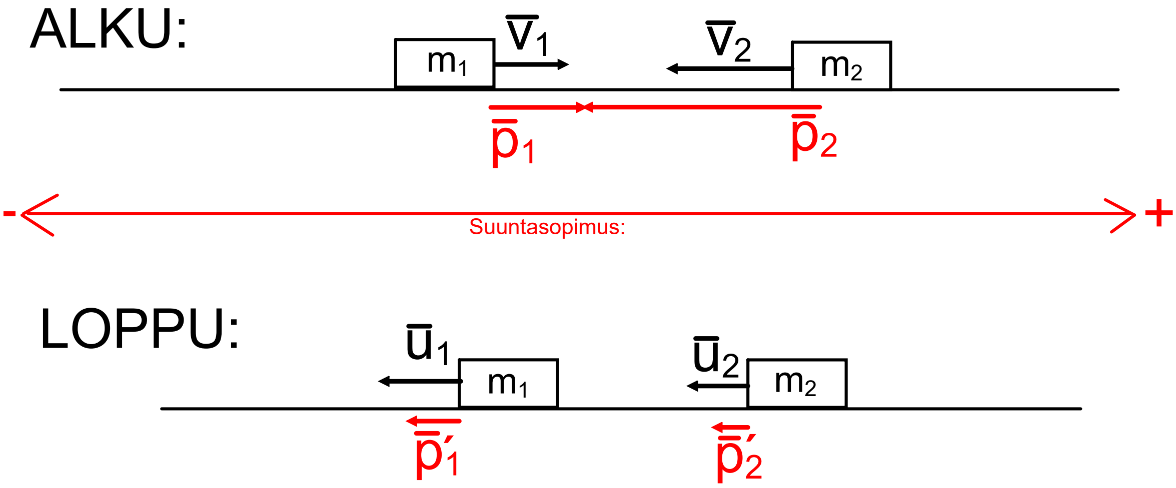
$$\underbrace{\bar{F}_2 \cdot \Delta t}_{\bar{I}_2 = \Delta\bar{p}_2} = -\underbrace{\bar{F}_1 \cdot \Delta t}_{\bar{I}_1 = \Delta\bar{p}_1}$$

Kappaleiden väliset voimat eivät voi muuttaa systeemin kokonaisliikemäärää.

$\Delta\bar{p}_2 = -\Delta\bar{p}_1$ eli $\Delta\bar{p}_1 + \Delta\bar{p}_2 = \bar{0}$

helmik. 1-16.42

Liikemäärän säilymislaki kahden kappaleen vuorovaikutuksessa:



loka 28-15:28

Liikemäärän säilymislaki vektorimuodossa:

$\Sigma\overline{p}_{alku} = \Sigma\overline{p}_{loppu}$, ts. $\overline{p}_1 + \overline{p}_2 = \overline{p}'_1 + \overline{p}'_2$

Skalaariyhtälössä on otettava huomioon suuntasopimus:

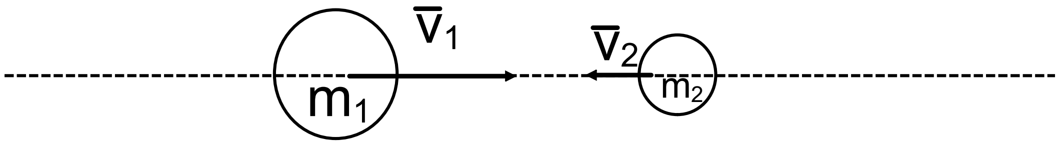
$p_1 - p_2 = -p'_1 - p'_2$, ts.

$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 u_1 - m_2 u_2$

helmik. 1-16.48

Törmäykset

Suora ja keskeinen törmäys:



- kappaleet liikkuvat niiden painopisteiden kautta kulkevaa suoraa pitkin
- törmäyspiste on samalla suoralla

loka 28-15:41

Systeemin KOKONAISLIIKEMÄÄRÄ säilyy törmäyksissä AINA.

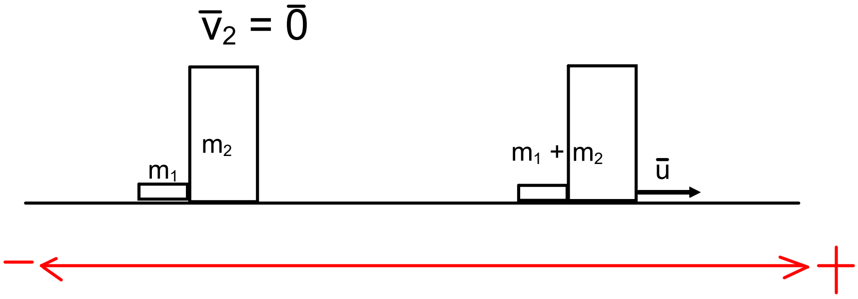
Kokonaisliike-energia säilyy, jos törmäys ei johda pysyviin muodonmuutoksiin (= täysin kimmoisa törmäys).

Törmäys voi olla täysin kimmoton, jolloin kappaleet tarttuvat toisiinsa kiinni. Tällöin syntyy pysyviä muodonmuutoksia ja liike-energia ei säily.

loka 28-15:46

ESIMERKKI 3

Jääkiekko + maalivahti



Liikemäärän säilymislaki + suuntasopimus:

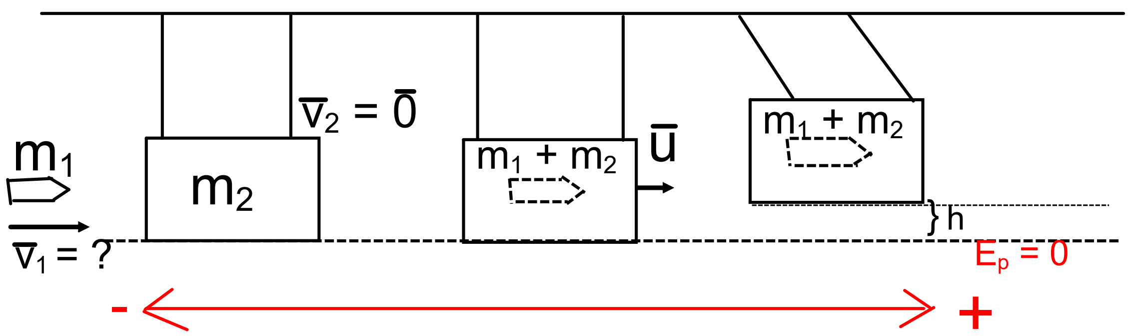
$$m_1 v_1 + \cancel{m_2 \underbrace{v_2}_{=0}} = (m_1 + m_2)u \quad |:(m_1 + m_2)$$

Ratkaistaan yhteinen loppunopeus:

$$u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}170\ \cancel{kg} \cdot 150/3{,}6\ m/s}{0{,}170\ \cancel{kg} + 95\ \cancel{kg}} \approx \underline{0{,}074\ m/s}$$

loka 30-10:29

ESIMERKKI 7: Ballistinen heiluri



loka 30-10:40

Liikemäärän säilymislaki:

$m_1v_1 = (m_1 + m_2)u$, josta

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2)u}{m_1}.$$

Pölkyn ja luodin yhteinen liike-energia muuttuu potentiaalienergiaksi:

$$\tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 = (m_1 + m_2)gh \quad |:(m_1 + m_2)$$

$$u^2 = 2gh \quad \text{eli} \quad u = \sqrt{2gh}$$

helmik. 1-16.53

Ratkaistaan luodin nopeus v_1:

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1}u \quad |u = \sqrt{2gh}$$

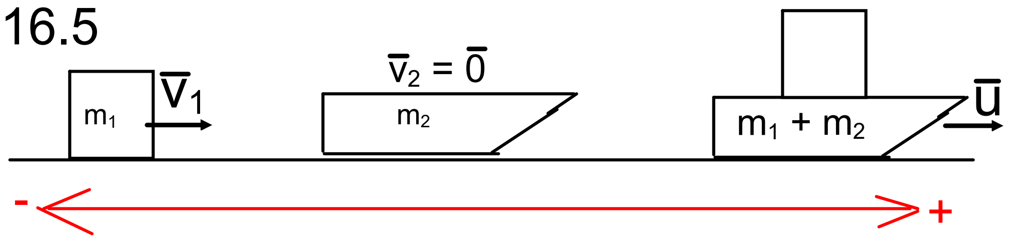
$$= \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot \sqrt{2gh}$$

$$= \frac{0{,}010\text{kg} + 3{,}5\text{kg}}{0{,}010\text{kg}} \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\text{m/s}^2 \cdot 0{,}25\text{m}}$$

$$\approx 776{,}97\text{m/s} \approx \underline{780\text{m/s}}.$$

loka 30-10:53

16.5



Liikemäärän säilymislaki:

$m_1v_1 = (m_1 + m_2)u$ eli $m_1v_1 = m_1u + m_2u$

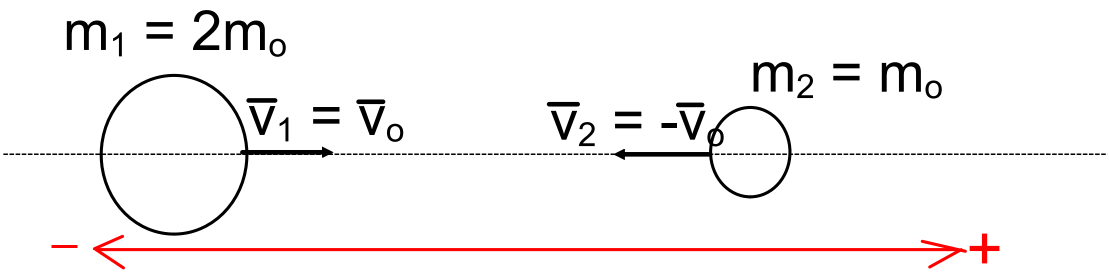
$m_1v_1 - m_1u = m_2u$ $\qquad m_1(v_1 - u) = m_2u$

$$m_1 = \frac{m_2u}{v_1 - u} = \frac{34\text{kg} \cdot 1{,}5\cancel{\text{m/s}}}{2{,}5\cancel{\text{m/s}} - 1{,}5\cancel{\text{m/s}}} = 51 \text{ kg}.$$

loka 30-11:38

Kimmoisa törmäys

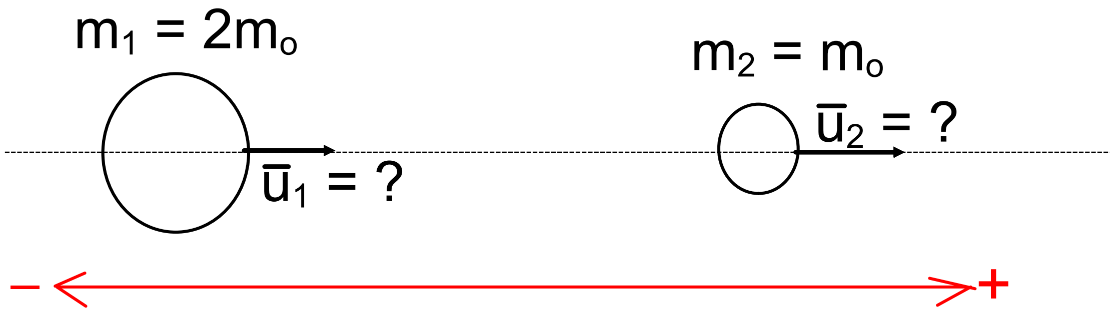
Ennen törmäystä:



Laske kappaleiden loppunopeudet täysin kimmoisan törmäyksen jälkeen.

loka 30-11:45

Törmäyksen jälkeen:



Liikemäärän säilymislaki + merkkisopimus:

$m_1v_1 - m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$

Merk. $m_1 = 2m_o$, $m_2 = m_o$, $v_1 = v_2 = v_o$.

Silloin $2\cancel{m}_ov_o - \cancel{m}_ov_o = 2\cancel{m}_ou_1 + \cancel{m}_ou_2 \;\; |:m_o$

$2v_o - v_o = 2u_1 + u_2$ eli $v_o = 2u_1 + u_2$

Ratkaistaan $u_2 = v_o - 2u_1$.

loka 30-11:56

Liike-energia säilyy:

$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \;\; |\cdot 2$

$m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = m_1u_1^2 + m_2u_2^2 \;\; |$ $m_1 = 2m_o$, $m_2 = m_o$, $v_1 = v_2 = v_o$

$2\cancel{m}_ov_o^2 + \cancel{m}_ov_o^2 = 2\cancel{m}_ou_1^2 + \cancel{m}_ou_2^2 \;\; |:m_o$

$\underbrace{v_o^2 + 2v_o^2}_{3v_o^2} = 2u_1^2 + u_2^2$

eli $\underline{2u_1^2 + u_2^2 = 3v_o^2}$

helmik. 2-16.49

Tiedetään, että $u_2 = v_o - 2u_1$, jolloin

$$u_2^2 = v_o^2 - 4v_ou_1 + 4u_1^2$$

Muodostetaan yhtälö u_1:lle:

$$2u_1^2 + v_o^2 - 4v_ou_1 + 4u_1^2 = 3v_o^2$$

$$6u_1^2 - 4v_ou_1 - 2v_o^2 = 0 \quad |:2$$

$$\underline{3u_1^2 - 2v_ou_1 - v_o^2 = 0}$$

helmik. 2-15.36

Käytetään toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaa:

$$u_1 = \frac{2v_o \pm \sqrt{4v_o^2 + 4 \cdot 3 \cdot v_o^2}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{2v_o \pm \sqrt{16v_o^2}}{6} = \frac{2v_o \pm 4v_o}{6}$$

eli $u_1 = v_o$ tai $u_1 = -1/3v_o$.
Lisäksi $u_2 = v_o - 2u_1$.

loka 21-16:03

Ratkaisut:

$u_1 = v_o$ ja $u_2 = v_o - 2u_1 = v_o - 2v_o = -v_o$

TAI $u_1 = -1/3v_o$ ja $u_2 = v_o - 2u_1$
$= v_o - 2(-1/3v_o) = 5/3v_o$

eli $\boxed{\begin{matrix} u_1 = v_o \\ u_2 = -v_o \end{matrix}}$ TAI $\boxed{\begin{matrix} u_1 = -1/3v_o \\ u_2 = 5/3v_o \end{matrix}}$

Alkuehto, ei käy!

OK, kelpaa!

tammik. 31-15.59

loka 23-18:14