

10 Jäykän kappaleen tasapaino

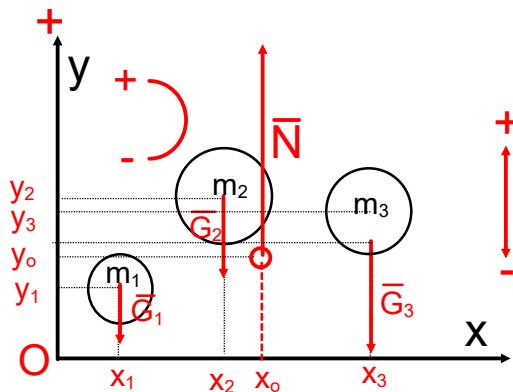
Painopiste

Painopiste = Kappaleen painovoiman kuviteltu vaikutuspiste.

Painopiste löytyy usein helposti SYMMETRIAN perusteella.

tammi 20-11:42

Painopisteen laskennallinen määrittäminen:



Voimatasapaino pystysuunnassa:

$$\bar{N} + \bar{G}_1 + \bar{G}_2 + \bar{G}_3 = 0 \text{ eli}$$

$$N - m_1g - m_2g - m_3g = 0$$

$$\text{eli } N = \underbrace{(m_1 + m_2 + m_3)}_{\bar{m}}g = \bar{m}g$$

tammi 20-11:47

Momenttiehto pisteen O suhteen:

$$\Sigma M_o = Nx_o - G_1x_1 - G_2x_2 - G_3x_3 = 0$$

$$\text{eli } Nx_o = m_1gx_1 + m_2gx_2 + m_3gx_3 \quad | \quad N = mg$$

$$\text{eli } mgx_o = m_1gx_1 + m_2gx_2 + m_3gx_3 \quad | \quad :mg$$

$$x_o = \frac{m_1\cancel{g}x_1 + m_2\cancel{g}x_2 + m_3\cancel{g}x_3}{m\cancel{g}}$$

$$= \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Ks. MAOL s. 126

tammi 21-12:42

Vastaavalla tavalla voidaan määrittää myös painopisteen y-koordinaatti:

$$y_o = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

tammi 19-15:55

Jäykän kappaleen tasapaino

1. Etenevän liikkeen tasapaino:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}.$$

2. Kiertoliikkeen tasapaino:

$$\Sigma M_A = 0$$

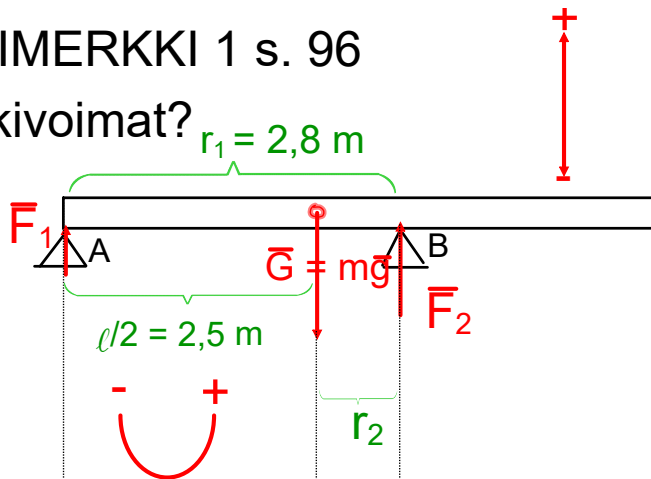
minkä tahansa momenttipisteen A suhteen.

tammi 22-8:40

ESIMERKKI 1 s. 96

Tukivoimat?

a)



$$m = 80 \text{ kg}$$

$$l = 5,0 \text{ m}$$

$$r_2 = r_1 - l/2$$

$$= 2,8 \text{ m} - 2,5 \text{ m}$$

$$= 0,30 \text{ m}$$

$$\Sigma M_B = G \cdot r_2 - F_1 \cdot r_1 = 0$$

$$\text{eli } F_1 r_1 = G r_2 \quad \text{eli } F_1 r_1 = m g r_2 \quad | : r_1$$

$$F_1 = \frac{m g r_2}{r_1} = \frac{80 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,30 \text{ m}}{2,8 \text{ m}} \\ \approx 84,09 \text{ N} \approx 84 \text{ N}$$

tammi 22-8:46

$$\text{Voimatasapaino: } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{G} = \vec{0}$$

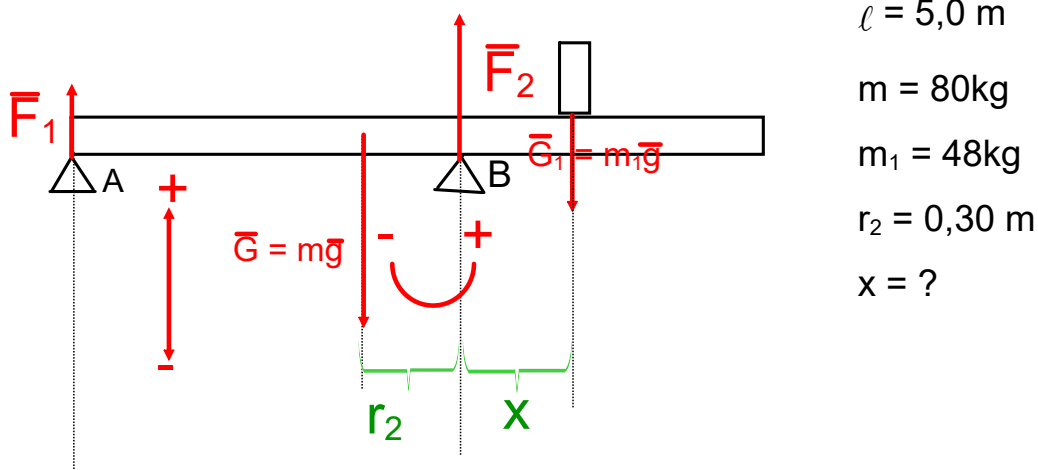
$$\text{Suuntasopimus: } F_1 + F_2 - G = 0$$

Ratk. F_2 :

$$\begin{aligned} F_2 &= G - F_1 = mg - F_1 \\ &= 80\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 - 84,09\text{N} \\ &\approx 700,7 \text{ N} \approx 701 \text{ N} \end{aligned}$$

tammi 22-8:59

b) Milloin palkki kaatuu?



Milloin palkki kaatuu? Rajatapauksessa palkin vasen pää irtoaa tuesta A, jolloin $F_1 = 0$.

tammi 22-9:25

Momenttiehto pisteen B suhteen:

$$\Sigma M_B = Gr_2 - G_1x = 0 \quad \text{eli}$$

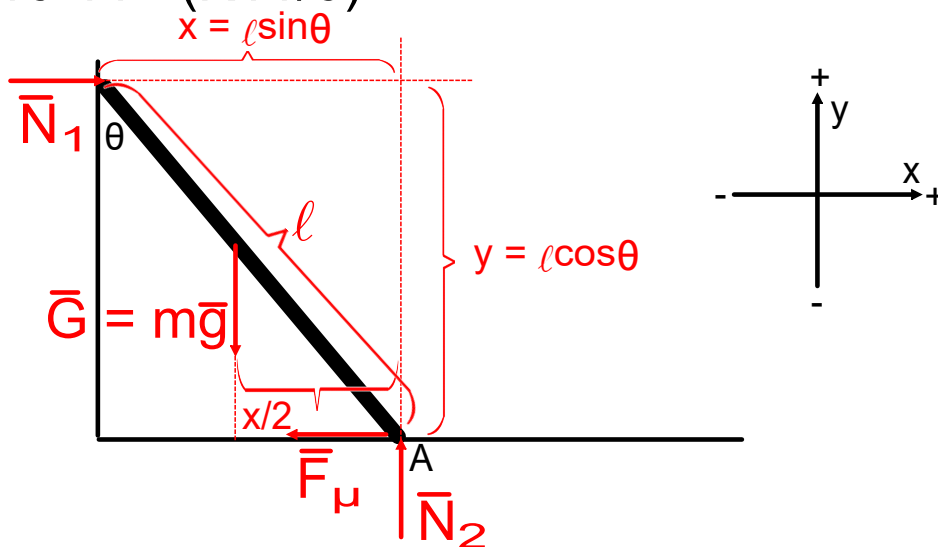
$$mgr_2 - m_1gx = 0 \quad m_1gx = mgr_2 \quad |:m_1g$$

$$x = \frac{m\cancel{g}r_2}{m_1\cancel{g}} = \frac{mr_2}{m_1} = \frac{80\cancel{\text{kg}} \cdot 0,30\text{m}}{48\cancel{\text{kg}}} = 0,50 \text{ m.}$$

KT 10.7, 10.11

tammik. 29-12.01

10.11 (K11/6)



Kuvio: 2p

Etenevä liike:

$$\Sigma \bar{F}_x = \bar{N}_1 + \bar{F}_\mu = \bar{0}$$

$$\Sigma \bar{F}_y = m\bar{g} + \bar{N}_2 = \bar{0}$$

Suuntasopimuksen mukaan

$$N_1 - F_\mu = 0 \quad | F_\mu = \mu N_2$$

$$N_2 - mg = 0$$

Oleellista:

$$N_2 = mg \quad \text{ja} \quad N_1 = F_\mu = \mu N_2 = \mu mg.$$

+1p

tammik. 29-14.26

Momenttiehto pisteen A suhteen:

$$\Sigma M_A = -N_1 y + mgx/2 = 0 \quad \text{eli} \quad +1p$$

$$-N_1 l \cos\theta + \frac{1}{2} \cdot mgl \sin\theta = 0 \quad | N_1 = \mu mg$$

$$\frac{1}{2} \cdot mgl \sin\theta = \mu mgl \cos\theta \quad | \cdot 2$$

$$mg \cancel{l} \sin\theta = 2\mu mg \cancel{l} \cos\theta = 0 \quad | : mg \cancel{l} \cos\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = 2 \cdot \mu = 2 \cdot 0,42 = 0,84$$

$$\text{eli } \theta \approx 40,030^\circ \approx 40^\circ.$$

+2p

tammik. 29-14.42

tammik. 31-14.44