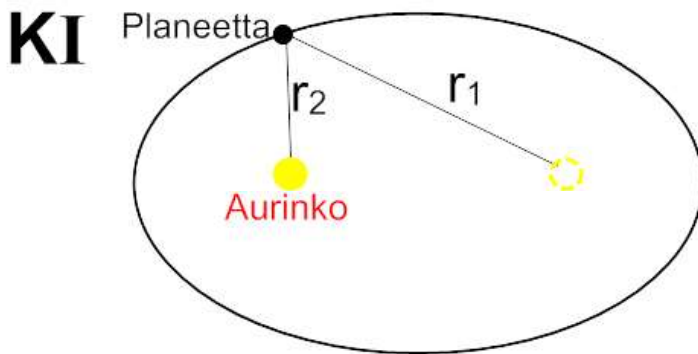


Keplerin lait

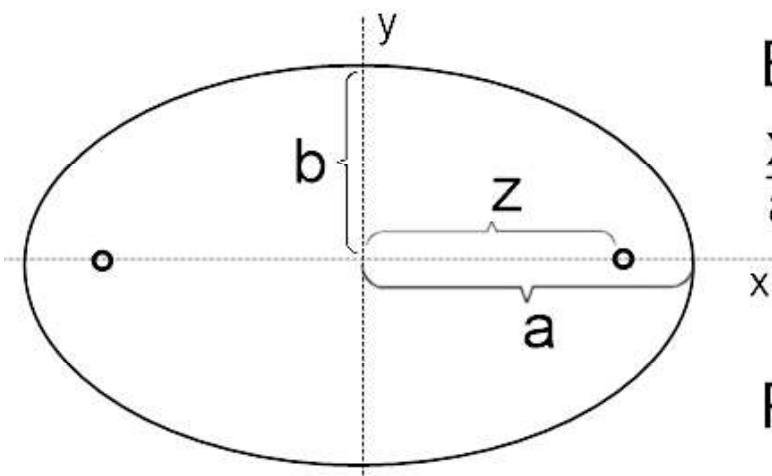
-tähtihavaintoihin perustuvia yleisiä päätelmiä



Ellipsin yhtälö:
 $r_1 + r_2 = \text{VAKIO}$

Planeettojen liikeradat ovat ellipsejä, jonka toisessa polttopisteessä on aurinko.

Ellipsistä kannattaa tietää, että..



Ellipsin yhtälö on
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Polttopisteen etäisyys

$$z = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Ellipsin eksentrisyys

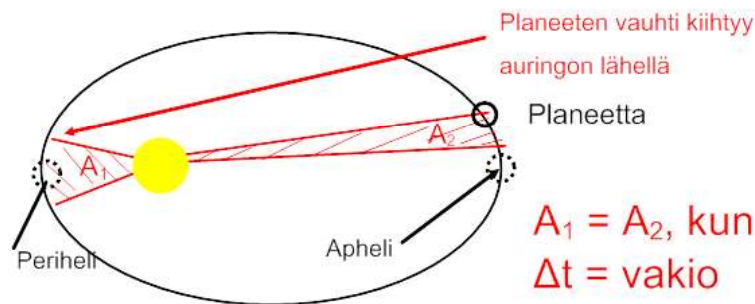
$$e = \frac{z}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, \quad 0 \leq e < 1$$

Ympyrällä $e = 0$ eli $b = a$,

$e \rightarrow 1$, kun $a \gg b$

Ellipsin pinta-ala $A = \pi ab$

KII

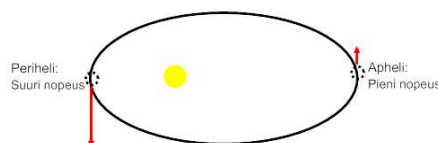


Planeetan ja auringon välinen yhdysjana pyyhkäisee vakioajassa aina yhtä suuren pinta-alan.

Periheli: Planeetta on lähinnä Aurinkoa

Apheli: Planeetta on elliptisellä radallaan mahdollisimman kaukana Auringosta

- Keplerin toinen laki voidaan selittää gravitaatiolain ominaisuuksien perusteella
- kokeellisista tähtihavainnoista johdettuna tällaisen lainalaisuuden löytäminen oli suorastaan nerokasta
- samasta gravitaatiolaista seuraa, että planeetan vauhti kasvaa lähellä Aurinkoa:



- nopeuden muutos on merkittävä, jos rata on hyvin eksentrisen eli ellipsi on hyvin soikea

Aurinkokuntamme planeettojen ratojen eksentrisyys

Lähde:

https://www.ursa.fi/extra/kosmos/p/planeettojen_radat.htm

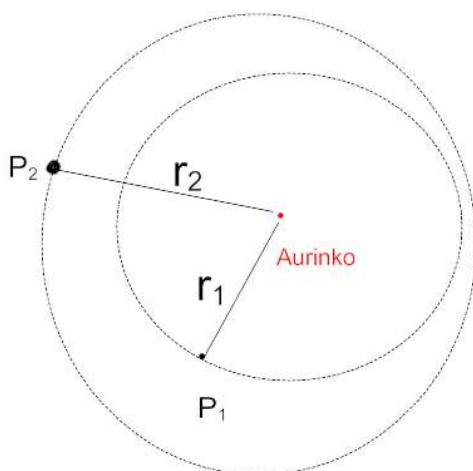
Planeetta	Kiertoaika (a)	Keskietäisyys	Eksentrisyys	v(km/s)
Merkurius	0,24081	0,387	0,206	47,9
Venus	0,6152	0,723	0,007	35,0
Maa	1,00	1,00	0,017	29,8
Mars	1,8808	1,524	0,093	24,1
Jupiter	11,863	5,203	0,048	13,0
Saturnus	29,35	9,52	0,055	9,6
Uranus	83,90	19,17	0,048	6,8
Neptunus	164,4	30,01	0,009	5,4
Pluto	248,8	39,56	0,250	4,7

Keskietäisyyden yksikkö: $1\text{AU} \approx 149,5979 \cdot 10^9 \text{ m}$

Maa: Jos $e = 0,017$, niin $b/a \approx 0,999855$

Pluto: Jos $e = 0,250$, niin $b/a \approx 0,968246$

KIII



Planeettojen kiertoaikojen neliöt ovat suoraan verrannollisia niiden auringosta mitattujen keskimääräisten etäisyyksien kuutioihin:

$$T_1^2 = kr_1^3$$

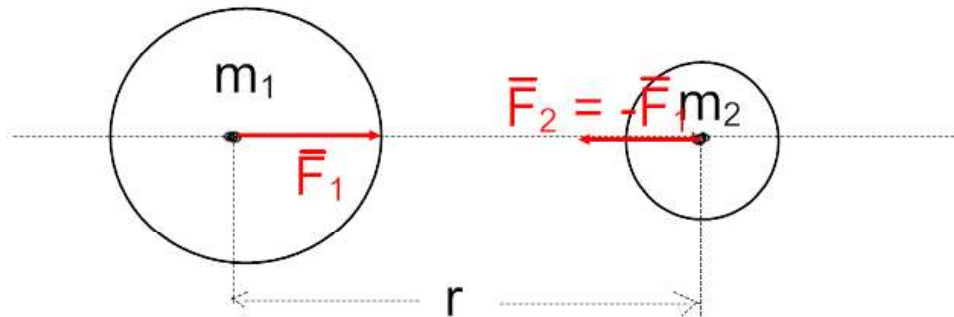
$$T_2^2 = kr_2^3$$

Siis $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{kr_1^3}{kr_2^3}$ eli

$$\boxed{\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}}$$

Keplerin kolmas laki on helppo osoittaa todeksi ainakin ympyräradan tapauksessa - kunhan gravitaatiolain ominaisuudet tunnetaan.

Gravitaatiolaki

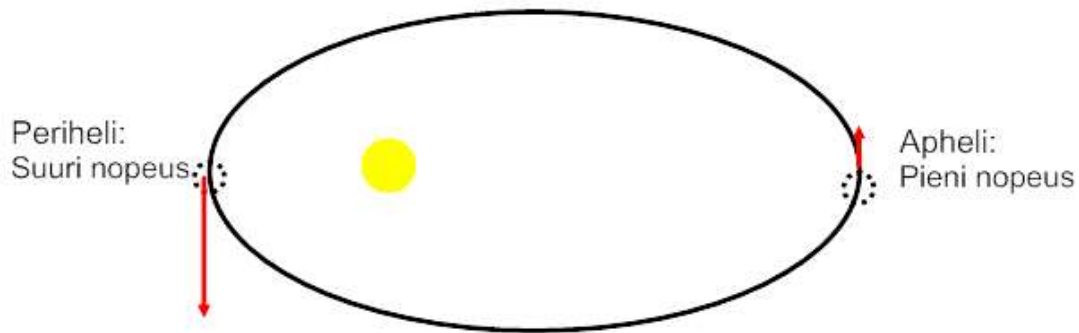


$$F_1 = F_2 = F_G = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2}$$

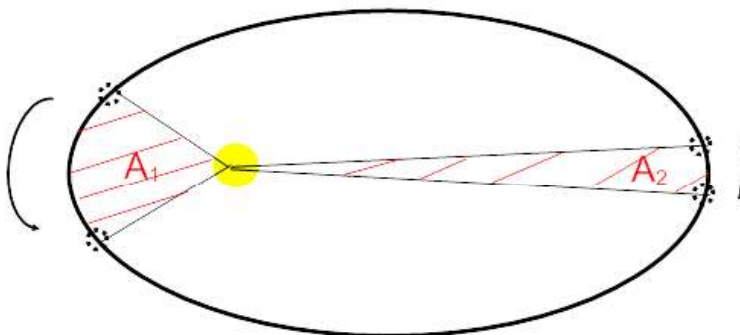
MAOL s. 125

- MASSAT vetävät toisiaan puoleensa
- voima on AINA VETOVOIMA
- gravitaatiovoima riippuu vain kappaleiden välisestä etäisyydestä, ei suunnasta
- gravitaatiovoima suuntautuu täsmälleen toista massaa tai sen massakeskipistettä kohti
- kyseessä on KESKEISVOIMA, jolla on kiertoliikkeen kannalta monia tärkeitä ominaisuuksia

- keskeisvoima aiheuttaa esimerkiksi pyörimismäärän säilymisen, mikä ilmenee planeetan nopeuden muutoksina hyvin eksentrisellä eli soikealla radalla:

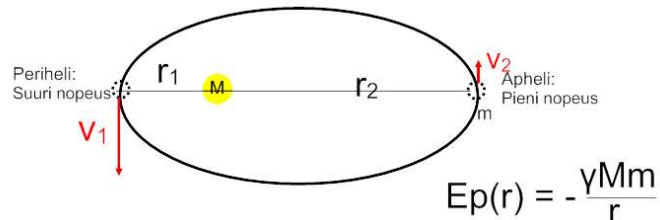


- pyörimismäärän säilymislaista voidaan johtaa myös Keplerin pinta-alalaki:



$$A_1 = A_2, \text{ kun } \Delta t = \text{vakio}$$

- planeetan nopeuden vaihtelu eksentrisellä kiertoradalla ei ole ristiriidassa energian säilymislain kanssa, koska ellipsiradalla myös potentiaalienergia muuttuu:



Radan kaikissa kohdissa planeetta toteuttaa mekaanisen energian säilymislain:

Potentiaalienergia + Liike-energia = VAKIO