Hyvän vastauksen piirteet: FI – Fysiikka

15.9.2021

Alustavat hyvän vastauksen piirteet 15.9.2021

Alustavat hyvän vastauksen piirteet on suuntaa-antava kuvaus kokeen tehtäviin odotetuista vastauksista ja tarkoitettu ensisijaisesti tueksi alustavaa arvostelua varten. Alustavat hyvän vastauksen piirteet eivät välttämättä sisällä ja kuvaa tehtävien kaikkia hyväksyttyjä vastauksia. Alustavat hyvän vastauksen piirteet eivät ole osa Ylioppilastutkintolautakunnan yleisissä määräyksissä ja ohjeissa tarkoitettua tietoa siitä, miten arvosteluperusteita on sovellettu yksittäisen kokelaan koesuoritukseen. Alustavat hyvän vastauksen piirteet eivät sido Ylioppilastutkintolautakuntaa lopullisen arvostelun perusteiden laadinnassa.

Fysiikan ylioppilaskokeessa arvioinnin kohteita ovat lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaisen fysiikan tiedon osaaminen ja soveltamisen taito. Kokeessa arvioidaan myös kokelaan kokeellisen tiedonhankinnan ja -käsittelyn taitoja. Näitä ovat muun muassa kokeensuunnittelu, yleisimpien mittavälineiden käytön hallinta, tulosten esittäminen ja tulkitseminen sekä johtopäätösten tekeminen. Kokeessa arvioidaan niin ikään kokelaan kykyä ymmärtää ja eritellä fysiikan luonteen mukaisia aineistoja. Arvioinnissa kiinnitetään huomiota siihen, että vastauksissa on käytetty fysiikan käsitteitä ja käsiterakenteita asianmukaisesti ja että vastaukset on esitetty selkeästi ja asiasisällön puolesta johdonmukaisesti ja hyvin jäsennellysti.

Hyvä vastaus sisältää vastauksen perustelut, ellei tehtävänannossa ole toisin mainittu. Siitä käy ilmi, että kokelas on tunnistanut oikein fysikaalisen ilmiön ja tarkastelee tilannetta fysikaalisesti mielekkäällä tavalla. Kokelas osaa kuvata sovellettavan fysikaalisen mallin ja perustella, miksi mallia voidaan käyttää kyseisessä tilanteessa. Kun vastaukseen liittyy tilannekuvioita, voimakuvioita, kytkentäkaavioita tai graafisia esityksiä, nämä on tehty selkeästi ja fysiikassa noudatettujen yleisten periaatteiden mukaisesti. Esimerkiksi voimakuviossa voimavektorit on erotettu vektorien komponenteista selkeästi.

Matemaattista käsittelyä vaativan tehtävän hyvässä vastauksessa on suureyhtälöt ja kaavat perusteltu tavalla, joka osoittaa kokelaan hahmottaneen tilanteen fysiikan kannalta oikein. Vastauksessa on esitetty tarvittavat laskut ja muut riittävät perustelut sekä lopputulos. Suureiden arvojen sijoituksia yhtälöön ei tarvitse kirjoittaa näkyviin, jos vastauksessa on selkeästi esitetty, mitä symbolia, lukuarvoa ja yksikköä kullekin suureelle käytetään. Symbolisten laskentaohjelmistojen avulla tehdyt ratkaisut hyväksytään, kunhan ratkaisusta käy ilmi, mihin tilanteeseen ja yhtälöihin ratkaisu symboleineen perustuu ja lopputuloksen yhteydessä on esitetty tehtävänannossa kysytyn suureen suhteen ratkaistu suureyhtälö.

Sisällys

Osa 1: 20 pisteen tehtävä

Osa 2: 15 pisteen tehtävät

Osa 3: 20 pisteen tehtävät

Osa 1: 20 pisteen tehtävä

1. Täydennystehtäviä fysiikan eri osa-alueilta **20 p.**

1.1 Täydennä lause **2 p.**

- gravitaatio (2 p.)

1.2 Täydennä lause **2 p.**

- vahva (2 p.)

1.3 Täydennä lause **2 p.**

- kiihtyvässä (2 p.)

1.4 Täydennä lause **2 p.**

- liikemäärä (2 p.)

1.5 Täydennä lause **2 p.**

- kasvaa (2 p.)

1.6 Täydennä lause **2 p.**

- pysyy vakiona (2 p.)

1.7 Täydennä lause **2 p.**

- pienenee (2 p.)

1.8 Täydennä lause **2 p.**

- taajuus (2 p.)

1.9 Täydennä lause **2 p.**

- eri merkkiset (2 p.)

1.10 Täydennä lause **2 p.**

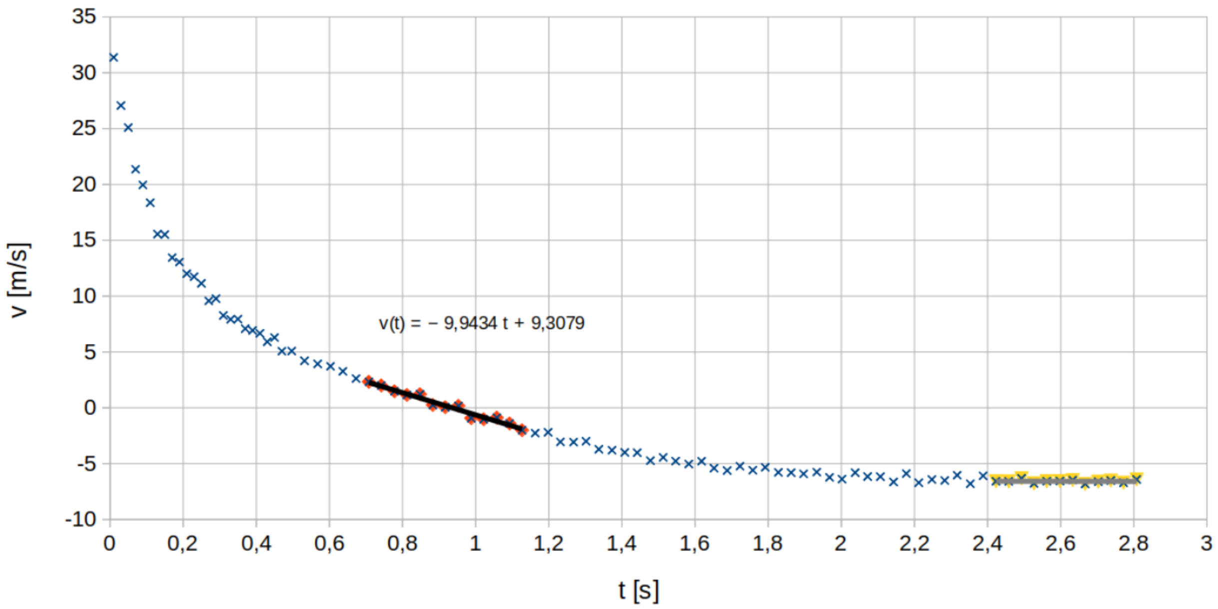
- magneettivuon muutos (2 p.)

> Myös muut oikeat ilmaisut hyväksytään.
>
> Tämä tehtävä arvostellaan lautakunnassa keskitetysti, joten opettaja ei tee alustavaa arvostelua. Keskitetysti arvosteltavan vastauksen pisteet päivittyvät arvostelupalveluun lopullisen arvostelun edetessä. Vastauksen kohdalla näkyy arvostelupalvelussa viiva (-), kunnes kyseinen vastaus on arvosteltu.

Osa 2: 15 pisteen tehtävät

2. Sulkapallo **15 p.**

2.1 Esitä graafisesti sulkapallon mitattu nopeus ajan funktiona. Esitykseen ei tarvitse tehdä graafista tasoitusta. **4 p.**

> Piirretään mittauspisteistä graafinen esitys. (Kuvaan on piirretty myös kohtaan 2.2 liittyvät suoransovitukset.)
>
> (4 p.)
>
> 
>

2.2 Päättele graafisesta esityksestä, millä hetkellä sulkapallo on korkeimmillaan. Millä aikavälillä pallon nopeus on likimain vakio? **4 p.**

> Aluksi sulkapallo liikkuu ylöspäin ja sen nopeus on positiivinen. Kun pallon nopeus on hetkellisesti nolla, se on saavuttanut lakikorkeuden. Piirretyistä mittauspisteistä voidaan arvioida tämän tapahtuvan kohdassa *t* = 0,9 s.
>
> (2 p.)
>
> Mittauspisteisiin on sovitettu suora välille 0,70 s – 1,15 s. Suora on esitetty kohdan 2.1 kuvassa. Ratkaistaan suoran yhtälöstä aika, jolloin *y* = 0:
>
> $$t = \frac{0\,\mathrm{m/s} - 9{,}3079\,\mathrm{m/s}}{-9{,}9434\,\mathrm{m/s^2}} = 0{,}9361\,\mathrm{s} \approx 0{,}94\,\mathrm{s}.$$
>
> Graafisen esityksen perusteella pallon nopeus pysyy vakiona noin aikavälillä 2,4 s – 2,8 s.
>
> (2 p.)

2.3 Ilmanvastuksen suuruudelle F_D pätee malli

$$F_D = \frac{1}{2} C \rho A v^2,$$

jossa C on kappaleen muodosta riippuva kerroin, ρ on ilman tiheys (1,22 kg/m^3), A on kappaleen poikkipinta-ala ja v on kappaleen nopeus. Tarkastele aikaväliä, jolla pallon nopeus on likimain vakio. Määritä kerroin C kokeessa käytetylle sulkapallolle. **7 p.**

> Newtonin 2. lain perusteella kappaleen kiihtyvyys on nolla, kun siihen vaikuttava kokonaisvoima on nolla. Koska tarkasteltavassa kohdassa nopeus ei muutu, ovat voimat yhtäsuuret.
>
> (2 p.)
>
> Voimille pätee nyt $F_G = F_D$ eli

$$mg = \frac{1}{2}C\rho Av^2.$$

Kertoimella C saadaan lauseke

$$C = \frac{2F_D}{\rho Av^2} = \frac{2mg}{\rho Av^2}.$$

Lasketaan pallon nopeuksien itseisarvojen keskiarvo aikavälillä 2,40 s – 2,81 s. Taulukkolaskimella saadaan v = 6,5783 m/s.

(2 p.)

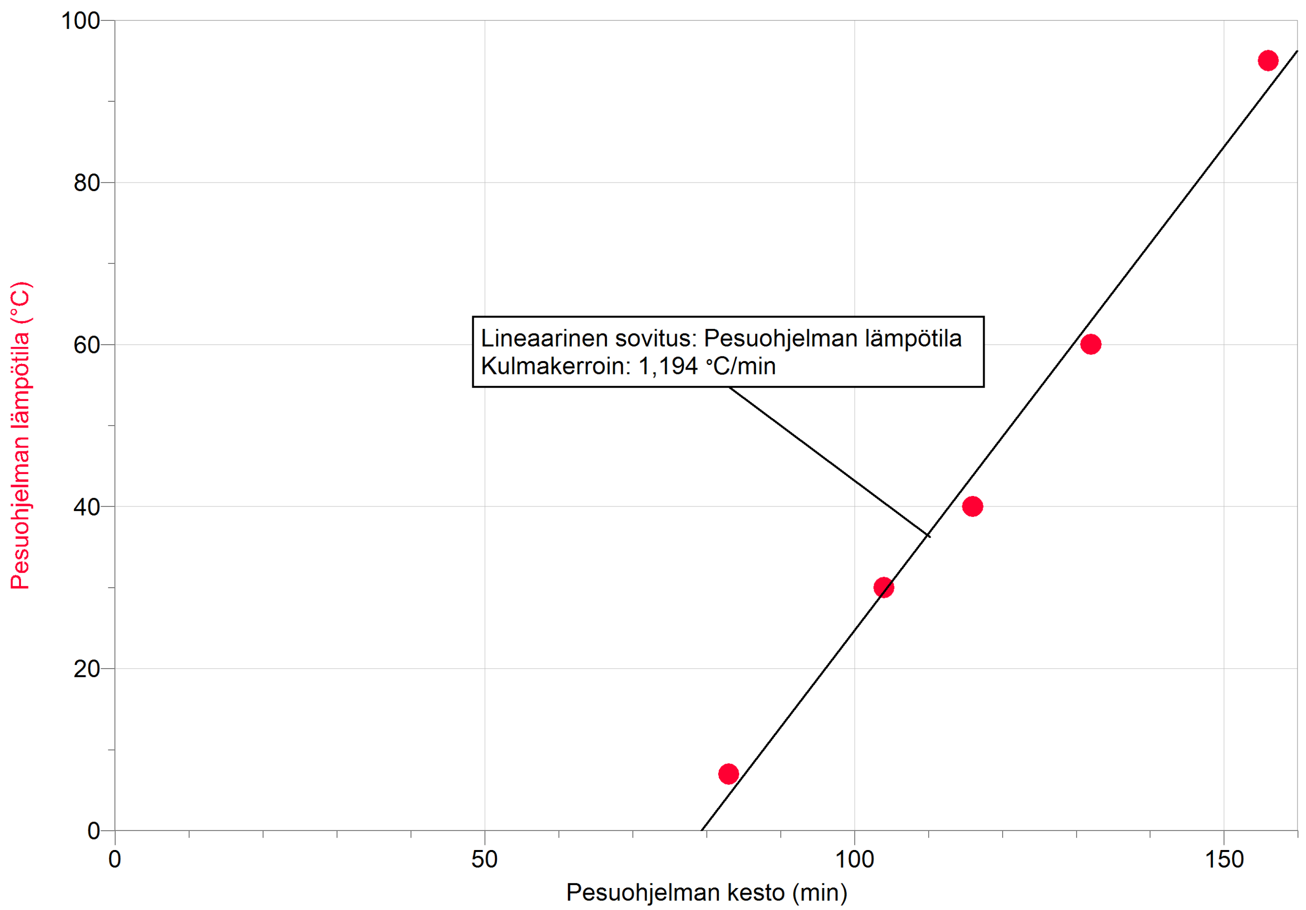
Käytetään putoamiskiihtyvyydelle arvoa g = 9,81 m/s^2 ja ilman tiheydelle taulukkokirjan arvoa ρ = 1,2 kg/m^3. Saadaan

$$C = \frac{2mg}{\rho Av^2} = \frac{2 \cdot 0,0048 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{0,0030\text{~m}^2 \cdot 1,22 \text{ kg/m}^3 \cdot (6,5783 \text{ m/s})^2}$$
$$= 0,5946 \approx 0,59.$$

(3 p.)

3. Lämmitysvastuksen teho 15 p.

Graafinen esitys:



(5 p.)

Pesuohjelman lämpötilan ja keston riippuvuus nähdään kuvaajasta. Datapisteisiin sovitetun suoran kulmakertoimesta saadaan veden lämpenemisnopeudeksi kaikissa pesuohjelmissa

$$\frac{\Delta T}{t} = 1,194 \text{ °C/min} = 0,0199 \text{ °C/s}.$$

(3 p.)

Lämmitettävän veden määrä on puolet kokonaisvedenkulutuksesta:

$$m = \frac{37\ \mathrm{l} \cdot 1,0\ \mathrm{kg/l}}{2} = 18,5\ \mathrm{kg}.$$

Lämmitysvastuksen tehon lauseke $P = E/t$ ja veteen siirtyvän lämpöenergian lauseke $E = cm\Delta T$ yhdistettynä tuottavat teholle lausekkeen

$$P = \frac{E}{t} = cm\frac{\Delta T}{t}.$$

(4 p.)

Tästä saadaan lämmitysvastuksen tehoksi

$$P = 4{,}186\ \mathrm{kJ/kg} \cdot 18{,}5\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}0199\ ^\circ\mathrm{C/s} = 1{,}541\ \mathrm{kW} \simeq 1{,}5\ \mathrm{kW}.$$

Lämmitysvastuksen teho on noin 1,5 kW.

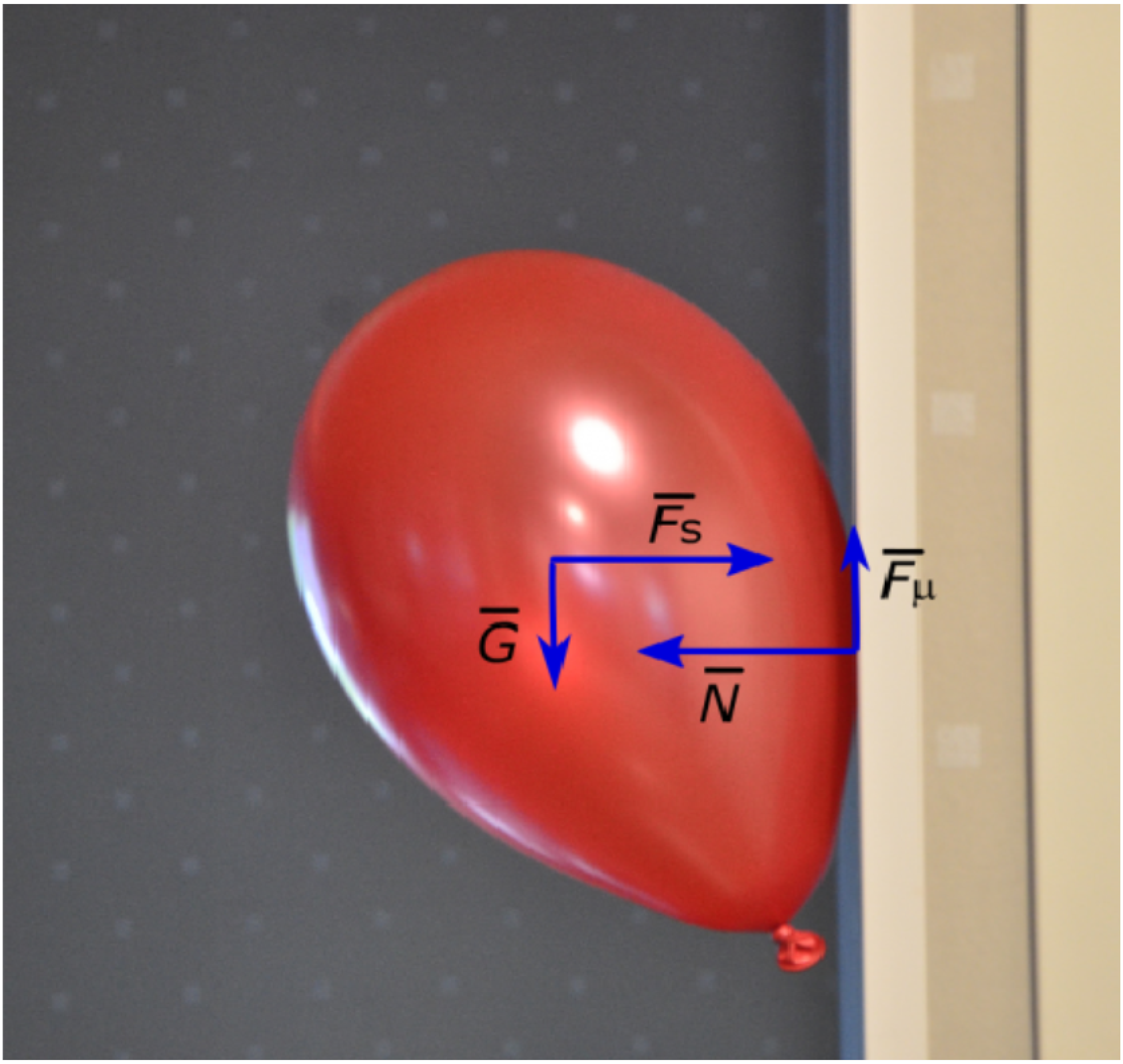
4. Ilmapallo **15 p.**

4.1 Mitä ilmapallolle tapahtuu, kun sitä hangataan vaatteisiin? **3 p.**

> Kun ilmapalloa hangataan vaatetta vasten, siihen siirtyy vaatteesta elektroneja tai siitä siirtyy elektroneja vaatteeseen. Ilmapallo tulee tämän hankaussähkön takia sähköisesti varautuneeksi.

4.2 Selitä, miksi ilmapallo tarttuu seinään ja pysyy siinä paikallaan. Piirrä selityksesi tueksi kuvaan 4.A ilmapalloon vaikuttavien voimien voimavektorit ja nimeä voimat. **8 p.**

> Kun varautunut ilmapallo viedään seinän läheisyyteen, sen sähkökenttä aiheuttaa seinän pinnan atomeissa ja molekyyleissä sähköisen polarisoitumisen. Tästä aiheutuu ilmapalloon kohtisuorasti seinään päin kohdistuva sähköinen voima $\bar{F}_{\mathrm{s}}$. Seinä kohdistaa ilmapalloon tukivoiman $\bar{N}$, joka on yhtä suuri kuin tämä sähköinen voima. Ilmapallo pysyy paikallaan, kun ylöspäin suuntautuva ilmapallon ja seinän välinen lepokitka $\bar{F}_\mu$ on yhtä suuri kuin alaspäin vaikuttava ilmapallon paino $\bar{G}$. Voimat ovat sähköinen voima, pinnan tukivoima, paino ja lepokitka.



4.3 Miksi ilmapallo alkaa jonkin ajan kuluttua laskeutua seinää pitkin alas? **4 p.**

> Ilmapallon sähkövaraus pienenee aikaa myöten, koska ilmapallon ja seinän välille syntyy sähkövirta. Kun ilmapallon sähkövaraus pienenee, pienenevät myös seinän ilmapalloon kohdistamat sähköinen voima $\bar{F}_{\mathrm{s}}$ ja pinnan tukivoima $\bar{N}$. Tukivoiman pieneneminen pienentää lepokitkaa ilmapallon ja seinän välillä. Kun varaus on pienentynyt riittävästi, lepokitkan suurin arvo tulee pienemmäksi kuin ilmapalloon kohdistuva paino eli $\mu_0 N < G$. Silloin ilmapallo joutuu alaspäin suuntautuvaan kiihtyvään liikkeeseen.

5. Keinu **15 p.**

> Keinuun vaikuttavat voimat ovat keinun ja keinujan yhteenlaskettu paino $\overline{G} = m\overline{g}$ ja narujen yhteenlaskettu jännitysvoima $\overline{T}$.
>
> Keinun liike on ympyräliikettä, joten radan normaalin suunnassa on voimassa yhtälö
>
> $$ma_{\mathrm{n}} = T - G_{\mathrm{n}},$$
>
> jossa G_{n} on painon komponentti radan normaalin suunnassa.
>
> (4 p.)
>
> Jännitysvoimalle saadaan yhtälö
>
> $$T = ma_{\mathrm{n}} + G_{\mathrm{n}}.$$

Jännitysvoimaan vaikuttavista tekijöistä G_n on suurimmillaan, kun keinu on ala-asemassa, jolloin $G_\mathrm{n} = G$. Myös kiihtyvyys $a_\mathrm{n} = v^2/r$ on suurin ala-asemassa, koska nopeus on silloin energiaperiaatteen mukaisesti suurimmillaan. Naruihin kohdistuva kuormitus on siis suurin ala-asemassa.

(4 p.)

Mekaanisen energian säilymisen nojalla potentiaalienergian ja liike-energian summa $E_\mathrm{p} + E_\mathrm{k}$ on vakio, joten

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh,$$

josta saadaan keinun maksiminopeuden neliöksi

$$v^2 = 2gh.$$

Jännitysvoima ala-asemassa on

$$T = \frac{2mgh}{r} + mg = 3mg,$$

koska $h = r$.

(5 p.)

Narujen jännityksen suurin arvo on

$$T_\mathrm{max} = 3mg.$$

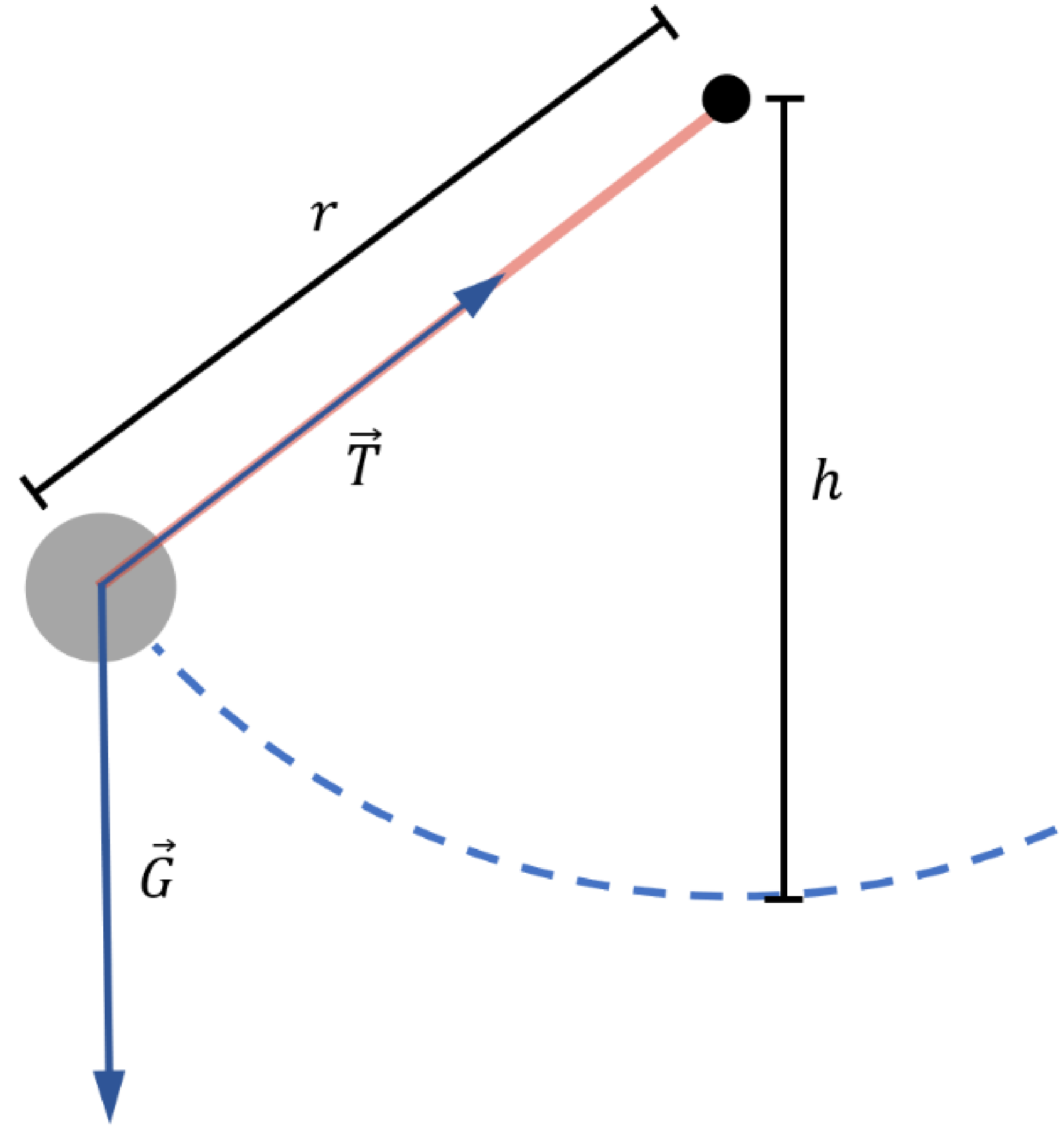
Jotta narut eivät katkeaisi, arvon tulee olla pienempi kuin annettua murtolujuutta vastaavan voiman. Koska voima jakautuu kahteen naruun, saadaan yhtälö

$$T_\mathrm{max} < 2m_\mathrm{murtolujuus}g$$

eli

$$m < \frac{2m_\mathrm{murtolujuus}}{3} = \frac{2 \cdot 65\ \mathrm{kg}}{3} \simeq 43\ \mathrm{kg}.$$

(2 p.)



6. Huilu ja klarinetti 15 p.

6.1 Määritä perussävelen taajuus sekä vastaava aallonpituus. **5 p.**

> Sekä spektrissä A että spektrissä B taajuudeltaan pienin ja amplitudiltaan suurin piikki on (noin) 264 hertsin kohdalla. Perussävelen taajuus on siis $f = 264 \text{ Hz}$.
>
> (2 p.)
>
> Vastaava aallonpituus saadaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä:
>
> $$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343\,\mathrm{m/s}}{264\,\mathrm{Hz}} \approx 1{,}3\,\mathrm{m}.$$
>
> (3 p.)

6.2 Selvitä fysikaalisesti perustellen, esittääkö kuvan 6.A spektri A huilulla vai klarinetilla soitetun sävelen spektriä. **10 p.**

> Riittää, että kokelas käsittelee vain jommankumman tapauksen (huilu tai klarinetti) ja valitsee oikean vastauksen tämän perusteella. Alla käsitellään molemmat tapaukset.

Spektreissä A ja B näkyy perustaajuuden monikertoja. Spektrissä A ne ovat 792 Hz ja 1 320 Hz ja spektrissä B 528 Hz, 792 Hz, 1 056 Hz.

Huilu on molemmista päistä avoin putki, jolloin kaikkia säveliä (perussävel ja yläsävelet) vastaavat ääniaallon kuvut (paineminimit) putken molemmissa päissä. Klarinetti on toisesta päästä avoin ja toisesta suljettu putki, jolloin kaikkia säveliä (perussävel ja yläsävelet) vastaavat ääniaallon solmukohta (painemaksimi) putken suljetussa päässä ja kupu (paineminimi) putken avoimessa päässä. (Tarkastelua voi täydentää kuvalla.)

(5 p.)

Jos huilun perussävelen aallonpituus on λ_1, niin yläsävelten aallonpituudet ovat $\lambda_2 = \lambda_1/2,\ \lambda_3 = \lambda_1/3, \ldots$ eli $\lambda_n = \lambda_1/n$, jossa n = 2, 3, . . . Tällöin yläsävelten taajuudet muodostuvat perussävelen taajuuden monikerroista $2f_1,\ 3f_1,\ 4f_1, \ldots$ eli $f_n = nf_1$, jossa $n = 2, 3, \ldots$

Jos klarinetin perussävelen aallonpituus on λ_1, niin yläsävelten aallonpituudet ovat $\lambda_2 = \lambda_1/3,\ \lambda_3 = \lambda_1/5, \ldots$ eli $\lambda_n = \lambda_1/n$, jossa $n = 3, 5, \ldots$ Tällöin yläsävelten taajuudet muodostuvat perussävelen taajuuden parittomista monikerroista $3f_1,\ 5f_1,\ 7f_1, \ldots$ eli $f_n = nf_1$, jossa $n = 3, 5, \ldots$

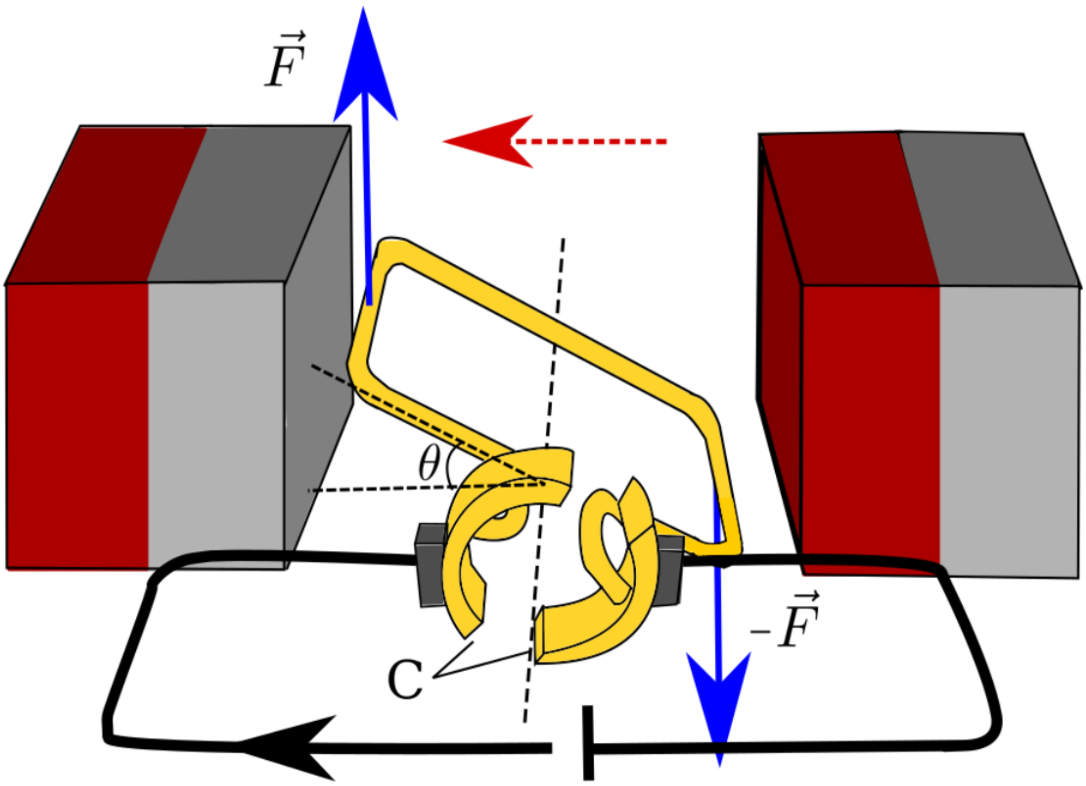
Spektrin B perustaajuuden monikerrat vastaavat huilun tapausta ja spektrin A monikerrat klarinetin tapausta. Spektri A esittää siis klarinetin spektriä.

(5 p.)

7. Sähkömoottori **15 p.**

7.1 Piirrä kuvaan 7.A niiden voimien voimavektorit, jotka pyörittävät silmukkaa. **4 p.**

Voimien suunnat ovat kohtisuorassa sekä magneettikenttää että sähkövirtaa vastaan (kuvassa alas ja ylös), ja voimat ovat yhtä pitkiä.



7.2 Johda lauseke silmukkaan kohdistuvan momentin *M* suuruudelle kiertokulman *θ* funktiona. Mikä on momentin suurin arvo? **8 p.**

> Magneettikentän suuntaa vastaan kohtisuoriin johtimiin kohdistuvat voimat pyörittävät silmukkaa. Yhteen johtimeen kohdistuvan voiman suuruus on
>
> $$F = IlB,$$
>
> ja kokonaismomentin suuruus on kumpaankin johtimeen kohdistuvien voimien ja niiden momenttivarsien tulojen summa
>
> $$\Sigma M = Fa + Fa.$$
>
> (4 p.)
>
> Momenttivarren pituus $a = l/2 \cos\theta$, jossa θ on kiertokulma ja l silmukan sivun pituus. Tällöin kokonaismomentin suuruus on siis
>
> $$\Sigma M = Il^2 B \cos\theta.$$
>
> Momentin suurin arvo saadaan kun $a = l/2$, $M = Il^2 B = 6{,}6 \mu$Nm.
>
> (4 p.)

7.3 Moottorin silmukassa on kommutaattori (merkintä C kuvassa 7.A), joka kääntää silmukassa olevan virran suunnan. Miksi tämä on moottorin toiminnan kannalta tärkeää? **3 p.**

> Johtimeen kohdistuva voima riippuu vain virran ja magneettikentän suunnista, ei johtimen paikasta magneettikentässä. Jotta moottori pyörisi, voiman suunnan pitää muuttua, kun johdin kulkee silmukan akselin ylitse tai alitse. Kommutaattori saa tämän aikaan.

8. Fuusio **15 p.**

8.1 Selitä fuusioreaktorin toimintaperiaate. **9 p.**

> Fuusiossa kaksi kevyttä atomiydintä yhtyy raskaammaksi ytimeksi vapauttaen samalla energiaa. Vapautuneella energialla tuotetaan vesihöyryä, joka pyörittää sähkögeneraattoria. Fuusioreaktoreissa käytetään vedyn raskaita isotooppeja, deuteriumia ja tritiumia.
>
> (4 p.)
>
> Fuusio on vaikea saada aikaan, koska positiivisesti varautuneet atomiytimet hylkivät toisiaan sähköisen vuorovaikutuksen takia. Jotta ytimet saataisiin riittävän lähelle toisiaan, täytyy vedyn isotoopit kuumentaa hyvin korkeaan lämpötilaan, jolloin niistä muodostuu plasmaa. Plasma pidetään koossa magneettikenttien avulla, jotka estävät sitä törmäämästä reaktorin seiniin.
>
> (5 p.)

8.2 Oletetaan, että tulevaisuudessa fuusioenergialla voidaan korvata laajamittaisesti fissioenergia. Pohdi perustellen, koskevatko seuraavat fissiovoimaloista esitetyt väittämät myös fuusiovoimaloita.

- Voimalalle sopivan sijoituspaikan löytäminen on vaikeaa.
- Voimalan synnyttämän jätteen sijoittaminen on ongelmallista.
- Joillekin valtioille reaktorin hankkiminen on poliittisesti vaikeaa niiden kansainvälisten suhteiden takia.

6 p.

> - Fuusioreaktio ei voi synnyttää hallitsematonta ketjureaktiota, ja suuronnettomuuden vaara on olematon. Fuusiovoimalan sijoittaminen on siis helpompaa kuin fissiovoimalan.
> - Fuusioreaktorissa ei synny radioaktiivista jätettä, joten jätteen sijoituksesta ei tule ongelmaa.
> - Fuusioreaktori ei käytä eikä tuota fissiokelpoista materiaalia. Näin ollen sen avulla ei voi rakentaa ydinasetta ja kaikki valtiot voivat hankkia fuusioreaktorin.

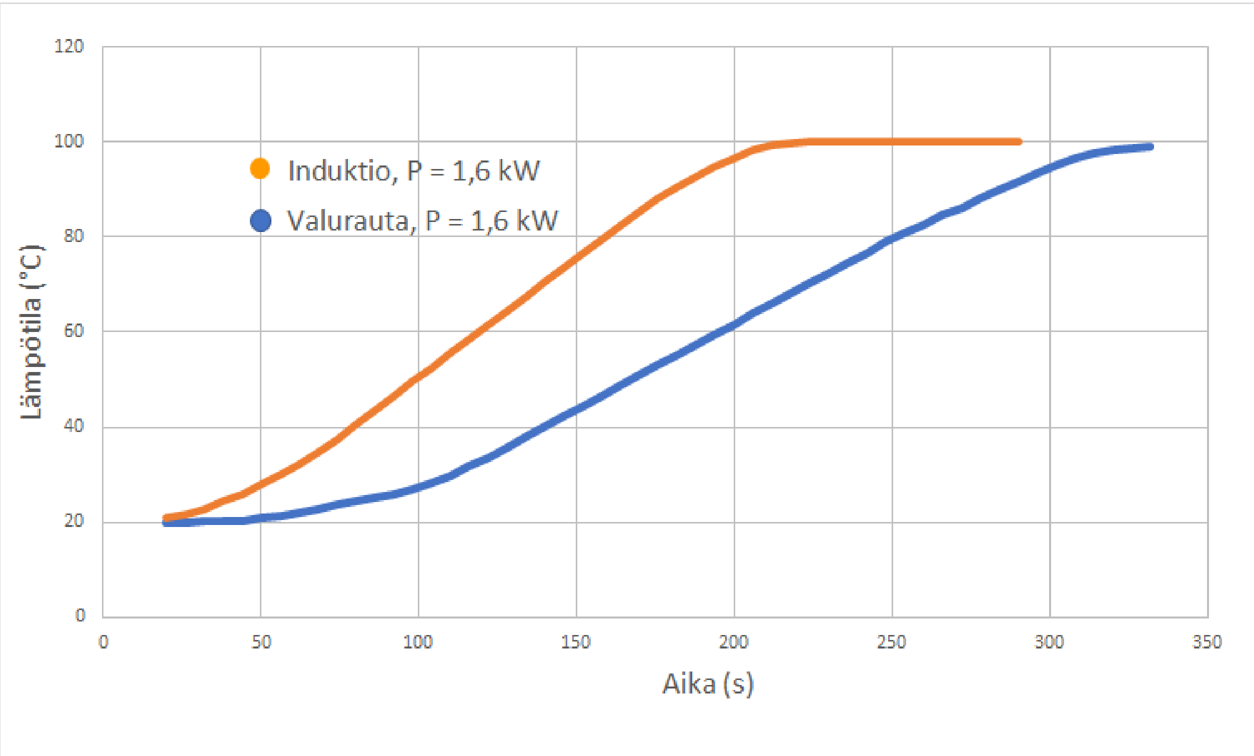
Osa 3: 20 pisteen tehtävät

9. Keittolevyt 20 p.

9.1 Kuvaile pääpiirteissään, miten vertailet keittolevyjen energiatehokkuutta. Mitä ja miten mittaat tai määrität? Erittele mitä tekijöitä tulee ottaa huomioon, jotta tulokset olisivat mahdollisimman luotettavia. **10 p.**

> Kummallakin liedellä lämmitetään vettä ja mitataan kuinka nopeasti vesi lämpenee suhteessa käytettyyn sähkötehoon. Mitattavat asiat ovat veden lämpötila ajan funktiona sekä keittolevyn sähkövirta, josta voidaan edelleen määrittää syöttöteho, kun tiedetään verkkojännitteen arvo. Sekä sähkövirran suuruus että lämpötila voidaan mitata esimerkiksi yleismittarilla, toimivia tapoja on lukuisia.
>
> (5 p.)
>
> Mittauksissa tulee vakioida (tai kontrolloida) kokeen alkutila, johon kuuluvat ainakin veden määrä sekä veden, lämmitysastian ja lieden alkulämpötila. Ulkoisten olosuhteiden tulee myös olla vastaavat kaikissa mittauksissa, ja kokeissa täytyy käyttää samaa tai samanlaista kattilaa.
>
> (5 p.)

9.2 Hahmottele graafinen esitys siitä, millaista mittausdataa oletat mittauksista saatavan. Halutessasi voit käyttää tulosten esittämisen apuna aineiston 9.B piirrospohjaa. **6 p.**



> Induktiokeittolevyllä veden lämpötila alkaa nousta nopeammin ja nousu on koko ajan nopeampaa kuin valurautakeittolevyllä. Siten induktiokeittolevyllä saavutetaan veden kiehumispiste (tai muu haluttu loppulämpötila) nopeammin kuin valurautaisella keittolevyllä.

9.3 Tutkimuksessa osoittautuu, että toinen keittolevyistä on energiatehokkaampi. Mistä fysikaalisista syistä ero energiatehokkuudessa johtuu? **4 p.**

> Induktiokeittolevy on energiatehokkaampi. Se lämmittää suoraan keittoastiaa eikä suurta rautakappaletta, kuten valurautainen keittolevy, joten lämmitettävien kappaleiden (keittolevy + kattila + vesi) kokonaislämpökapasiteetti on pienempi. Induktiokeittolevyn keraaminen pinta on huono lämmönjohde, joten kattilasta siirtyy siihen vain vähän lämpöenergiaa. Induktiokeittolevy ei myöskään lämpene veden kiehumispistettä kuumemmaksi. Valurautalevyn sen sijaan tulee olla huomattavasti yli 100-asteinen, jotta

> lämpöä siirtyisi keittoastiaan riittävän nopeasti. Mitä viileämpänä keittolevy pysyy vettä keitettäessä, sitä vähemmän siitä säteilee ja johtuu energiaa hukkaan ympäristöön.

10. Radiometrinen mittaus **20 p.**

10.1 Kirjoita hajoamisyhtälö isotoopin Am-241 alfahajoamiselle ja selitä lyhyesti, mistä gammakvantti syntyy. **4 p.**

> $^{241}_{95}$Am $\rightarrow$ $^{237}_{93}$Np* + $^{4}_{2}\alpha$
> Alfahajoamisen yhteydessä syntyy virittynyt Np-237 ydin. Kun viritystila purkautuu, ydin emittoi osan energiastaan gammakvanttina: $^{237}_{93}$Np* $\rightarrow$ $^{237}_{93}$Np + γ (59,5409 keV).

10.2 Osoita, että nesteen ja kaasun absorptiokertoimien erotukselle $\Delta\mu = \mu_1 - \mu_2$ pätee yhtälö $\Delta\mu = \frac{1}{x}\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$. **4 p.**

> Käytetään absorptiolakia $I = I_0 e^{-\mu x}$. Kokonaisintensiteetti silloin, kun putkessa on ainoastaan nestettä, on $I_1 = I_0 e^{-\mu_1 x}$. Kokonaisintensiteetti silloin, kun putkessa on ainoastaan kaasua, on $I_2 = I_0 e^{-\mu_2 x}$. Kun yhtälöt jaetaan I_0:lla ja otetaan näin saaduista yhtälöistä logaritmi, saadaan
>
> $$\ln\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = \ln I_1 - \ln I_0 = -\mu_1 x,$$
> $$\ln\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = \ln I_2 - \ln I_0 = -\mu_2 x.$$
>
> Yhtälöiden erotuksesta saadaan puolestaan
>
> $$\ln I_2 - \ln I_1 = \ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = \mu_1 x - \mu_2 x = x(\mu_1 - \mu_2) = x\Delta\mu.$$
>
> Jakamalla keskimääräisellä paksuudella saadaan tulokseksi
>
> $$\Delta\mu = \frac{1}{x}\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right),$$
>
> jolloin voidaan todeta, että tehtävässä absorptiokertoimien erotukselle annettu yhtälö pätee.

10.3 Neste-kaasuseokselle voidaan esittää niin sanottu efektiivinen absorptiokerroin $\mu = \mu_1 - \alpha(\mu_1 - \mu_2)$, jossa α on kaasun suhteellinen osuus neste-kaasuseoksen tilavuudesta. Oleta, että virtausnopeus on vakio ja että mittausarvot on saatu tasaisin aikavälein. Putken geometria ei vaikuta intensiteettimittauksiin. Määritä prosentteina kaasun keskimääräinen osuus putkessa virtaavasta materiaalista koko mittauksen aikana (kuva 10.B ja mittausaineisto 10.C). Anna vastaus kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella. **8 p.**

> Lähtökohdat: $\mu = \mu_1 - \alpha(\mu_1 - \mu_2)$ ja kohdassa 10.2 saatu $\Delta\mu$:n lauseke. Ero mittauksien aikana mitatun maksimiabsorptiokertoimen ja putkessa virtaavan materiaalin hetkellisen efektiivisen absorptiokertoimen välillä voidaan laskea käyttäen hetkellistä intensiteettiä ja mittauksien aikana mitattua minimi-intensiteettiä. Kun käytetään edellisestä osatehtävästä absorptiokertoimien erotukselle johdettua yhtälöä, saadaan
>
> $$(\mu_1 - \mu) = \frac{1}{x}\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right).$$
>
> Sijoittamalla tähän efektiivisen absorptiokertoimen yhtälö, saadaan
>
> $$(\mu_1 - \mu) = \mu_1 - \mu_1 + \alpha(\mu_1 - \mu_2) = \alpha(\mu_1 - \mu_2) = \frac{1}{x}\ln\left(\frac{I}{I_1}\right).$$
>
> Saadaan yhtälö
>
> $$\alpha\frac{1}{x}\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = \frac{1}{x}\ln\left(\frac{I}{I_1}\right)$$
>
> eli

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{I}{I_1}\right)}{\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right)}.$$

(4 p.)

Jokaiselle mittauspisteelle erikseen voidaan laskea kaasun suhteellinen osuus kokonaisainemäärästä α_i.

Virtausnopeus ja mittausaikaväli ovat vakioita, joten kaasun suhteellinen osuus kokonaisainemäärästä koko mittauksen aikana on kaikkien α_i-arvojen keskiarvo eli

$$\alpha_{\mathrm{ka}} = \frac{1}{N}\sum \alpha_i = \frac{\ln\left(\frac{I_i}{I_1}\right)}{\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right)}.$$

Taulukko-ohjelman avulla voidaan arvioida intensiteettien maksimi- ja minimiarvot. Minimi-intensiteetti voidaan arvioida laskemalla intensiteetin keskiarvo aikavälillä 1 870 ms – 2 030 ms:

$$I_1 = 37{,}992251\,\mathrm{cpms} \approx 38{,}0\,\mathrm{cpms}\,(\pm 0{,}3\,\mathrm{cpms}).$$

Maksimi-intensiteetti voidaan arvioida laskemalla intensiteetin keskiarvo aikavälillä 1 440 ms – 1 710 ms:

$$I_1 = 50{,}340521\,\mathrm{cpms} \approx 50{,}3\,\mathrm{cpms}\,(\pm 0{,}4\,\mathrm{cpms}).$$

Näin saadaan kaasun keskimääräiseksi suhteelliseksi osuudeksi

$$\alpha_{\mathrm{ka}} = 0{,}378235 \approx 37{,}8\%\,(\pm 0{,}4\%).$$

(4 p.)

10.4 Kuinka paljon maksimi-intensiteetin ja minimi-intensiteetin välinen erotus $\Delta I_0 = I_1 - I_2$ muuttuu kymmenessä vuodessa? **4 p.**

Hajoamislaki: $I = I_0 e^{-\lambda t}$, jossa $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$ ja $T_{1/2} = 432{,}2$ vuotta.

Intensiteettierotus $\Delta I_0 = I_2 - I_1 = 50{,}340521\ \mathrm{cpms} - 37{,}992251\ \mathrm{cpms} = 12{,}348270\ \mathrm{cpms}$. Intensiteettiero kymmenen vuoden jälkeen on

$$\Delta I_{10} = \Delta I_0 e^{\ln 2/T_{1/2}} = 12{,}348270\ \ \mathrm{cpms}\cdot e^{(\ln 2/432{,}2\,\mathrm{a})10\mathrm{a}} = 12{,}151812\ \ \mathrm{cpms}.$$

Tästä saadaan, että maksimi- ja minimi-intensiteetin erotus muuttuu kymmenessä vuodessa määrällä

$$\Delta I_0 - \Delta I_{10} = 12{,}348270\,\mathrm{cpms} - 12{,}151812\,\mathrm{cpms} = 0{,}196458\,\mathrm{cpms} \approx 0{,}20\,\mathrm{cpms}.$$

11. Gravitaatiokentän voimakkuuden mittaaminen **20 p.**

11.1 Miksi ja miten maapallon paikalliset massanmuutokset vaikuttavat satelliitin liikkeeseen? Miksi satelliitteja tarvitaan kaksi? **4 p.**

Alueilla, joihin on keskittynyt paljon massaa, satelliitteihin kohdistuu suurempi gravitaatiovoima kuin muualla. Kun satelliitti lähestyy tällaista aluetta, sen nopeus kasvaa, ja kun se poistuu sieltä, sen vauhti puolestaan pienenee.

(2 p.)

Satelliitteja tarvitaan kaksi, sillä satelliittien vauhdin muutokset päätellään satelliittien välisen etäisyyden muutoksista.

(2 p.)

11.2 Miksi esimerkiksi vuoristot ja muut maanpinnan muodot eivät näy aineiston 11.B kuvissa? **3 p.**

Kuvaajassa on esitetty gravitaatiokentän voimakkuuden muutos verrattuna kolmen vuoden ajalta keskiarvoistettuun kentän voimakkuuteen. Vuoret ja muut maastonmuodot ovat tällä aikaskaalalla muuttumattomia, joten ne eivät näy kuvaajassa.

11.3 Kuinka suuren suhteellisen muutoksen satelliitin putoamiskiihtyvyydessä GRACE-järjestelmä pystyy aineiston mukaan havaitsemaan? **8 p.**

Aineistossa kerrottiin, että järjestelmä pystyy havaitsemaan halkaisijaltaan $d = 300$ km ja paksuudeltaan $h = 1$ cm vesimassan vaikutuksen gravitaatiokentän voimakkuuteen. Tämän kiekon massa on

$$M = \frac{\pi d^2}{4} h\rho,$$

jossa ρ on veden tiheys. Vesimassa ei ole pistemäinen, mutta arvioidaan silti sen aiheuttamaa gravitaatiovoimaa yhtälöllä

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2},$$

jossa γ on Newtonin gravitaatiovakio, m satelliitin massa ja r satelliitin kiertokorkeus.

(4 p.)

Vesimassan aiheuttama putoamiskiihtyvyyden muutos on Newtonin 2. lain perusteella

$$\Delta a = \frac{F}{m} = \gamma \frac{M}{r^2}.$$

Putoamiskiihtyvyyden suhteellinen muutos verrattuna maapallon aiheuttamaan putoamiskiihtyvyyteen on

$$\frac{\Delta a}{g} = \gamma \frac{M}{gr^2} = \gamma \frac{\frac{\pi d^2}{4} h\rho}{gr^2} \approx 1{,}9 \times 10^{-11}.$$

(4 p.)

11.4 Mitä sellaista tietoa gravitaatiokentän mittauksella saadaan, jota on vaikea saada muilla mittaustavoilla? **5 p.**

Gravitaatiokentän muutokset ovat massan aiheuttamia, joten gravitaatiokentän mittauksella saadaan määritettyä maapallon massajakaumaa. Massan siirtymät liittyvät voimakkaiden maanjäristysten ohella erityisesti veden ja jään siirtymiin. Muilla tavoin on vaikea mitata sellaisia veden ja jään siirtymiä, jotka ovat näkymättömiä. Sellaisia ovat esimerkiksi maanalaiset vesivarastot tai laajalle alueelle jakautuneet vesi- tai jäämäärät.