



FYSIIKAN KOE 26.9.2019 HYVÄN VASTAUKSEN PIIRTEITÄ

Alustavat hyvän vastauksen piirteet on suuntaa-antava kuvaus kokeen tehtäviin odotetuista vastauksista ja tarkoitettu ensisijaisesti tueksi alustavaa arvostelua varten. Alustavat hyvän vastauksen piirteet eivät välttämättä sisällä ja kuvaa tehtävien kaikkia hyväksytyjä vastauksia. Alustavat hyvän vastauksen piirteet eivät ole osa Ylioppilastutkintolautakunnan yleisissä määräyksissä ja ohjeissa tarkoitettua tietoa siitä, miten arvosteluperusteita on sovellettu yksittäisen kokelaan koesuoritukseen. Alustavat hyvän vastauksen piirteet eivät sido Ylioppilastutkintolautakuntaa lopullisen arvostelun perusteiden laadinnassa.

Fysiikka pyrkii ymmärtämään luonnon perusrakennetta, luonnonilmiöiden perusmekanismeja ja niiden säännönmukaisuuksia. Fysiikassa käsitteellinen tieto ja tietorakenteet pyritään ilmaisemaan mahdollisimman kattavina ja yleisinä. Kokeellinen menetelmä on fysiikan tiedon perusta, ja saavutettu tieto esitetään usein matemaattisina teoriarakenteina ja malleina. Malleilla on keskeinen asema myös kehitettäessä, sovellettaessa ja käytettäessä näin saavutettua tietoa. Fysiikan tiedonhankinnalle, tiedon esittämiselle ja sen soveltamiselle on tyypillistä teorian ja kokeellisuuden nivoutuminen toisiinsa.

Fysiikan kokeessa arvioinnin kohteita ovat sekä fysikaalisen tiedon ymmärtäminen että tiedon soveltamisen taito lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaisesti. Kokeessa arvioidaan myös kokelaan kokeellisen tiedonhankinnan ja -käsittelyn taitoja. Näitä ovat muun muassa kokeensuunnittelu, yleisimpien mittavälineiden käytön hallinta, tulosten esittäminen ja tulkitseminen sekä johtopäätösten tekeminen. Luonnontieteiden ja teknologian alaan liittyviä ongelmia ratkaistaan käyttäen ja soveltaen fysiikan käsitteitä ja käsite rakenteita. Luovuutta ja kekseliäisyyttä osoittavat ratkaisut katsotaan erityisen ansiokkaiksi. Arviointiin vaikuttavat myös kokelaan vastausten selkeys, asiasisällön johdonmukaisuus ja jäsenyntyneisyys.

Fysiikan tehtävän vastaus sisältää vastauksen perustelut, ellei tehtävänannossa ole toisin mainittu. Kokelas osaa yhdistellä tietoa ja soveltaa oppimaansa. Vastaus osoittaa, että kokelas on tunnistanut oikein fysikaalisen ilmiön ja tarkastelee tilannetta fysikaalisesti mielekkäällä tavalla. Kokelas osaa kuvata sovellettavan fysikaalisen mallin ja perustella, miksi mallia voidaan käyttää kyseisessä tehtävässä. Usein vastauksessa tarvitaan tilannekuvioita, voimakuvioita, kytkeäntäkaavioita tai graafista esitystä. Kuviot, kaaviot ja graafiset esitykset ovat selkeitä ja oppiaineen yleisten periaatteiden mukaisia. Voimakuviossa todelliset voimat erotetaan vektorikomponenteista selkeästi.

Matemaattista käsittelyä edellyttävissä tehtävissä suureyhtälöt ja kaavat on perusteltu tavalla, joka osoittaa kokelaan hahmottaneen tilanteen, esimerkiksi lähtien jostain fysiikan pe-

ruslaista tai -periaatteesta. Vastauksessa on esitetty tarvittavat laskut sekä muut riittävät perustelut ja lopputulos. Suureiden arvojen sijoituksia yhtälöön ei digitaalisessa kokeessa tarvitse kirjoittaa näkyviin, jos vastauksessa on selkeästi esitetty, mitä lukuarvoa ja yksikköä kullekin suuresymbolille käytetään. Fysiikan kokeessa kaikki funktio-, graafiset ja symboliset laskimet ovat sallittuja. Symbolisen laskimen avulla tehdyt ratkaisut hyväksytään, kunhan ratkaisusta käy ilmi, mihin tilanteeseen ja yhtälöihin ratkaisu symboleineen perustuu. Laskimen avulla voidaan ratkaista yhtälöitä ja tehdä päätelmiä kuvaajista tehtävänannon edellyttämällä tavalla.

OSA I

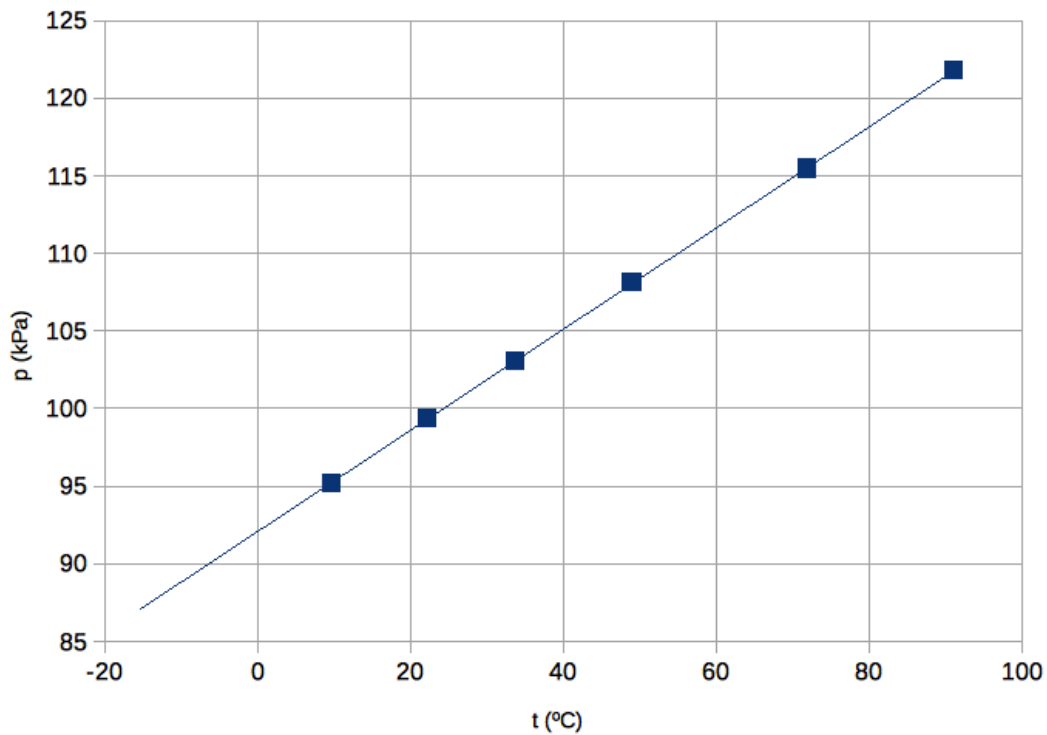
1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

- 1.1. Vaunu A saa pienemmän liike-energian kuin vaunu B. (2 p.)
- 1.2. Vaunujen liikemäärien summa on nolla. (2 p.)
- 1.3. Jousivoiman potentiaalienergia muuttuu jaksollisesti. (2 p.)
- 1.4. systeemin massakeskipiste pysyy paikallaan (2 p.)
- 1.5. suuntautuu kuvassa ylös (2 p.)
- 1.6. suuntautuu kuvassa oikealle (2 p.)
- 1.7. 30 °C (2 p.)
- 1.8. Kappaleesta A on siirtynyt enemmän energiaa kuin kappaleesta B. (2 p.)
- 1.9. Astiassa A vesi jäähtyy aluksi nopeammin kuin astiassa B. (2 p.)
- 1.10. Lämpötilan mittauksen mukaan astian B vesi saavuttaa 30 °C:n lämpötilan ensin eli ennen astian A vettä. (2 p.)

OSA II

2. Kaasulämpömittari (15 p.)

2.1. (5 p.)



(5 p.)

2.2. (5 p.)

Tutkitulla lämpötila-alueella ilmaa voidaan pitää ideaalikaasuna. Tällöin vakiotilavuudessa

$\frac{p}{T} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \text{vakio}$, joten pisteisiin voidaan sovittaa suora.

Suoran sovituksella saadaan

$$p(t) = 0,326083 \frac{\text{kPa}}{^\circ\text{C}} \cdot t + 92,1404 \text{ kPa},$$

joten

$$t(p) = \frac{p - 92,1404 \text{ kPa}}{0,326083 \frac{\text{kPa}}{^\circ\text{C}}}.$$

Lasketaan lämpötila, kun paine $p = 88,2 \text{ kPa}$.

Vastaukseksi saadaan $t = -12,0841 \text{ }^\circ\text{C} \approx -12,1 \text{ }^\circ\text{C}$.

(5 p.)

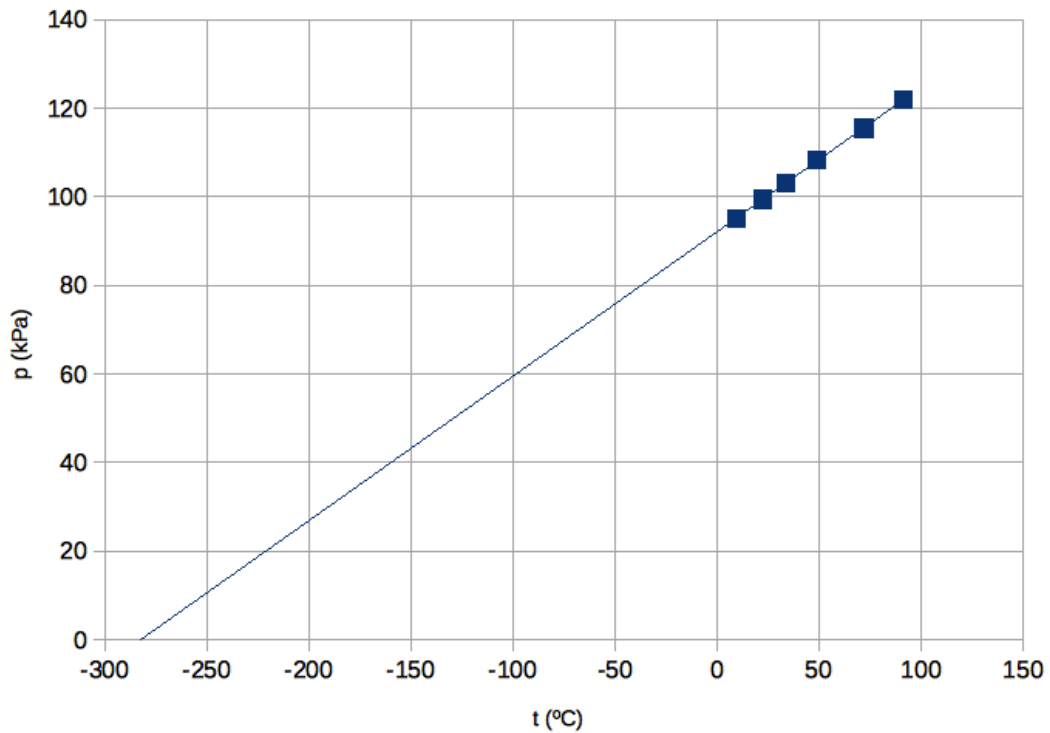
2.3. (5 p.)

Ekstrapoloidaan, miten ideaalikaasu käyttäytyisi lämpötilan laskiessa.

Lasketaan kaasun lämpötila käyttäen kohdan 2.2. yhtälöä, kun paine $p = 0$ kPa. $t(0 \text{ kPa}) =$

$$\frac{-92,1404 \text{ kPa}}{0,326083 \frac{\text{kPa}}{^\circ\text{C}}} = -282,567 \text{ }^\circ\text{C} \approx -283 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Kaasun lämpötila olisi siis $-283 \text{ }^\circ\text{C}$ absoluuttisessa nolapisteessä.



(5 p.)

3. Ledilamppu autossa (15 p.)

3.1. (6 p.)

Lähteen jännite $U = 14,4 \text{ V}$

Ledin kynnysjännite $U_L = 1,7 \text{ V}$

Sähkövirta $I = 0,0200 \text{ A}$

Etuvastuksen resistanssi $R = ?$

Etuvastuksen resistanssin alaraja vastaa tapausta, jossa ledin jännitehäviö on sen kynnysjännitteen suuruinen. Kaikki komponentit ovat sarjassa, joten etuvastuksen ja ledin läpi kulkee sama sähkövirta I .

Sovelletaan Kirchhoffin II lakia:

$$U - U_L - RI = 0$$
$$R = \frac{U - U_L}{I} = 640 \Omega$$

Etuvastuksen resistanssin on siis oltava vähintään 640Ω .

3.2. (3 p.)

Lähteen jännite $U = ?$

Etuvastuksen resistanssi $R = 830 \Omega$

Sähkövirta $I = 0,0300 \text{ A}$

Ledin kynnysjännite $U_L = 1,7 \text{ V}$, sillä ledin jännite ei muutu, kun sähkövirta kasvaa $0,020 \text{ ampeerista}$ $0,030 \text{ ampeeriin}$.

Lasketaan Kirchhoffin II lain avulla suurin jännite, jonka ledi kestää rikkoutumatta:

$$U - U_L - RI = 0$$
$$U = U_L + RI = 26,6 \text{ V} \approx 27 \text{ V}$$

3.3. (6 p.)

Etuvastuksen ja lediyhdistelmien yli oleva jännite on 14,4 V. Tällöin etuvastuksen jännite on $U_R = U - U_L = 14,4 \text{ V} - 1,7 \text{ V} = 12,7 \text{ V}$.

Molempien ledien sähkövirta on 20,0 mA, joten etuvastuksen sähkövirta on $I_R = 2 \cdot I_L = 40,0 \text{ mA}$.

Etuvastuksen resistanssi on $R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{12,7 \text{ V}}{0,0400 \text{ A}} = 317,5 \Omega \approx 320 \Omega$.

4. Mäenlaskua (15 p.)

4.1. (7 p.)

Käytetään seuraavia merkintöjä:

mäen kaltevuus $\alpha = 14^\circ$

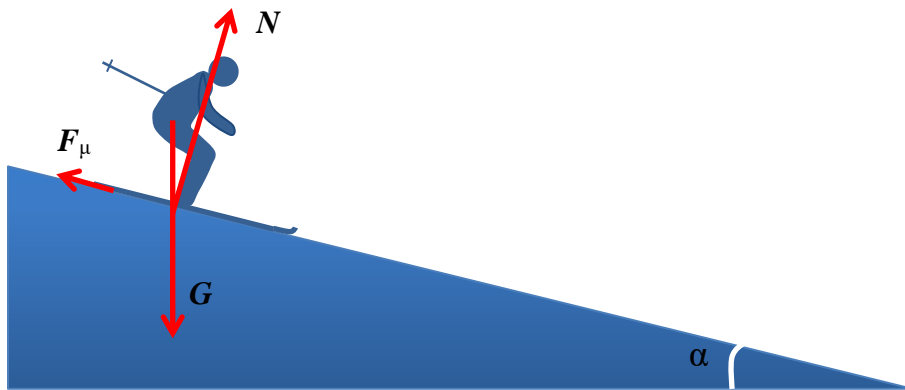
mäen korkeus $h = 7,5 \text{ m}$

mäen pituus $s = \frac{h}{\sin \alpha}$

hiihtäjän massa m

liukukitkakerroin $\mu = 0,11$

Hiihtäjään vaikuttavat voimat ovat painovoima G , mäen tukivoima N sekä suksien ja lumen välinen liikekitka F_μ . (Ilmanvastusta ei huomioida.)



Hiihtäjän laskiessa mäkeä hiihtäjän potentiaalienergian ja liike-energian muutosten summa on mekaniikan energiaperiaatteen mukaan yhtä suuri kuin liikekitkan tekemä työ:

$$\Delta E_p + \Delta E_k = W_\mu,$$

jossa $\Delta E_p = -mgh$, $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ja $W_\mu = -F_\mu s$.

Hiihtäjä on tasapainossa mäenrinnettä vastaan kohtisuorassa suunnassa, joten pinnan tukivoima $N = G_y = mg \cos \alpha$. Liikekitka on $F_\mu = \mu N = \mu mg \cos \alpha$.

Näin saadaan

$$-mgh + \frac{1}{2}mv^2 = \mu mg \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha}.$$

Ratkaistaan nopeus:

$$v = \pm \sqrt{2gh \left(1 - \mu \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right)} = \pm 9,068047994 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \pm 9,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Hiihtäjän nopeus mäen lopussa on 9,1 m/s.

4.2. (8 p.)

Tasamaalla hiihtäjään kohdistuu tukivoima $N = mg$, jolloin häneen vaikuttava liikekitka on $F_\mu = \mu mg$.

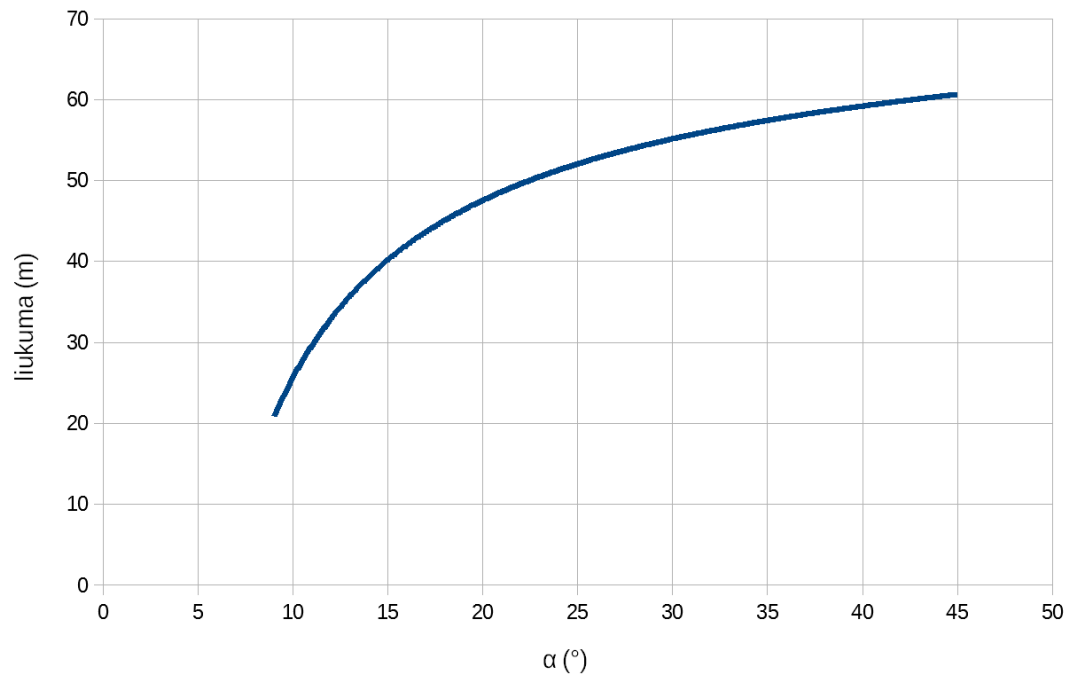
Hiihtäjällä on tasamaan alussa liike-energia $mv^2/2$, jossa v on edellä laskettu nopeus. Liikekitka hidastaa hiihtäjää, ja liu'uttuaan matkan d hiihtäjä pysähtyy. Liikekitkan tekemä työ on $W_\mu = \mu mgd$. Työ-energiaperiaatteen avulla voidaan ratkaista hiihtäjän liukuma matka d :

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= W_\mu, \\ d &= \frac{-\frac{1}{2}mv^2}{-\mu mg} = \frac{v^2}{2\mu g}. \end{aligned}$$

Sijoitetaan kohdasta 4.1. saatu nopeuden lauseke $v = \pm \sqrt{2gh \left(1 - \mu \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right)}$:

$$d = \frac{h}{\mu} \left(1 - \mu \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right)$$

Liukumimatka on funktion $d = \frac{h}{\mu} \left(1 - \mu \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right)$ kuvaaja, kun kulma on $9^\circ \dots 45^\circ$.



5. Kitaran kieli (15 p.)

5.1. (5 p.)

Alin taajuus vastaa värähtelyä, jonka aallonpituus $\lambda = 2L$, jossa $L = 0,655$ m on kielen soivan osan pituus.

Kuvaajalta luettuna alin taajuus $f = 110$ Hz.

Aallon nopeus on $v = \lambda f = 144,1$ m/s ≈ 144 m/s.

5.2. (4 p.)

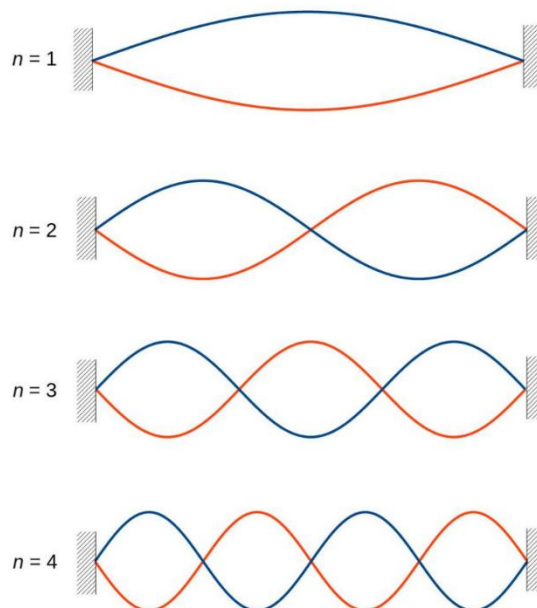
Kun kieltä kiristetään ja kielen pituus pysyy samana, värähtelyn taajuus kasvaa. Lain $v = \lambda f$ perusteella kieltä kiristettäessä myös aallon nopeus kasvaa.

5.3. (6 p.)

Kun kitaran kieli soi, siinä esiintyy yhtä aikaa useita erilaisia seisovia aaltoja ja tämän takia useita eri värähtelytaajuuksia, kuten kuva osoittaa. Perustaajuutta korkeammat taajuudet vastaavat seisovia aaltoja, joissa on päässä olevien solmujen lisäksi yksi, kaksi tai kolme solmua. Seisovien aaltojen aallonpituudet ovat $\frac{2L}{n}$, jossa $n = 1, 2, 3, \dots$, ja vastaavien värähtelyjen taajuudet ovat

$$f_n = \frac{v}{2L/n} = n \frac{v}{2L} = n f_1.$$

Taajuudet ovat siis alimman taajuuden f_1 kokonaislukukerrannaisia.



6. Heiluri magneettikentässä (15 p.)

6.1. (5 p.)

Kokeessa 1 käytetään telineestä roikkuvaa alumiinilevystä valmistettua heiluria. Kokeessa 2 on heilurin lisäksi kestopagneetti. (1 p.)

Kokeessa 1 heiluria poikkeutetaan tasapainoasemastaan ja päästetään irti. Heiluri heilahtelee tasapainoasemansa molemmilla puolilla. Heilahtelu vaimenee ja lopulta pysähtyy. (2 p.)

Kokeessa 2 heiluri asetetaan kestopagneetin päiden väliin. Koe toistetaan. Tässä tapauksessa heiluri pysähtyy nopeasti kestopagneetin päiden väliin. (2 p.)

6.2. (5 p.)

Kyseessä on pyörrevirtojen syntyminen muuttuvassa magneettikentässä, mikä hidastaa heilurin liikettä. Koska alumiini on johde, siihen syntyy pyörrevirtoja. (2 p.)

Itse heilurin heiluminen johtuu painovoimasta ja telineen heiluriin kohdistamasta tukivoimasta, joiden yhteisvaikutuksesta heiluri pyrkii palaamaan tasapainoasemaan. (1 p.)

Jos heiluri olisi valmistettu eristeestä, kuten muovista, ei siihen syntyisi pyörrevirtoja. Tällöin heiluri ei pysähtyisi nopeasti magneettikentässä, vaan heilahtelu olisi samankaltaista kuin ensimmäisessä koejärjestelyssä eli vaimenisi hitaasti kitkan vaikutuksesta. (2 p.)

6.3. (5 p.)

Pyörrevirrat ovat johdekappaleen vapaiden elektronien liikettä. (2 p.) Elektroneihin kohdistuu magneettinen Lorentzin voima. (2 p.) Magneettisten voimien yhteisvaikutus saa heilurin liikkeen vaimenemaan. (1 p.)

TAI

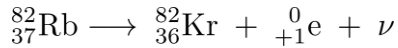
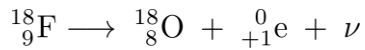
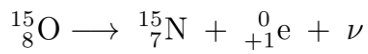
Lenzin lain mukaan levyn indusoituvien pyörrevirtojen synnyttämät magneettikentät pyrkivät vastustamaan magneettikentän muutosta. (2 p.) Kestopagneetin leukojen väliin tulossa olevan levyn osan kohdalla magneettikenttä voimistuu, joten pyörrevirran kenttä pyrkii heikentämään sitä. (1 p.) Tällöin pyörrevirran synnyttämän sähkömagneetin ja kestopagneetin samanlaiset navat ovat vastakkain. Magneetit hylkivät toisiaan ja jarruttavat siten heilurin liikettä. (1 p.) Vastaavasti kestopagneetin leukojen välistä poistuvaan levyn osaan syntyy pyörrevirran muodostama sähkömagneetti, joka pyrkii pitämään yllä heikkenevää kenttää. Tällöin sähkömagneetin ja kestopagneetin erilaiset navat ovat vastakkain. Ne vetävät toisiaan puoleensa ja jarruttavat näin heilurin liikettä. (1 p.)

TAI

Alumiinilevy on johde, mutta kuitenkin se vastustaa sähkövirran kulkua, ja sähkövirran energiaa muuttuu materiaalissa lämmöksi. (1 p.) Tästä syystä pyörrevirtojen ylläpito vaatii energiaa, joka otetaan heilurin liikkeestä. (3 p.) Energia siirtyy induktioilmiöön liittyvän sähkömagneettisen vuorovaikutuksen kautta. (1 p.)

7. Beetahajoaminen (15 p.)

7.1. (4 p.)



7.2. (7 p.)

Massavajeet:

$$\begin{aligned}\Delta m &= [m({}^{15}_8\text{O}) - 8m(e)] - [m({}^{15}_7\text{N}) - 7(e) + m(e)] = m({}^{15}_8\text{O}) - m({}^{15}_7\text{N}) - 2m(e) \\ &= 15,003065 \text{ u} - 15,000108 \text{ u} - 2 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} \approx 0,00185984 \text{ u}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta m &= [m({}^{18}_9\text{F}) - 9m(e)] - [m({}^{18}_8\text{O}) - 8(e) + m(e)] = m({}^{18}_9\text{F}) - m({}^{18}_8\text{O}) - 2m(e) \\ &= 18,000937 \text{ u} - 17,9991594 \text{ u} - 2 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} \approx 0,000680440 \text{ u}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta m &= [m({}^{82}_{37}\text{Rb}) - 37m(e)] - [m({}^{82}_{36}\text{Kr}) - 36m(e) + m(e)] = m({}^{82}_{37}\text{Rb}) - m({}^{82}_{36}\text{Kr}) - 2m(e) \\ &= 81,918209 \text{ u} - 81,913482 \text{ u} - 2 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} = 0,00362984 \text{ u}\end{aligned}$$

(3 p.)

Vapautuva energia:

$$Q = 0,00185984 \text{ u} \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \approx 1,732 \text{ MeV}$$

$$Q = 0,000680440 \text{ u} \cdot c^2 \approx 0,6338 \text{ MeV}$$

$$Q = 0,00362984 \text{ u} \cdot c^2 \approx 3,381 \text{ MeV}$$

(2 p.)

Hajoamisenergiat vastaavat havaittujen spektrien maksimiarvoja tai jopa hieman ylittävät ne spektrien mittaustarkkuuden rajoissa.

(2 p.)

7.3. (4 p.)

Säteily-spektrit ovat jatkuvia, koska vapautuva hajoamisenergia jakaantuu kolmen hiukkasen eli tytärytimen, positronin ja neutriinon kesken. Valtaosa liike-energiasta jakaantuu positronille ja neutriinolle, ja tämä jakosuhte vaihtelee hajoamisissa. Tällöin positronin liike-energia voi olla mitä tahansa nollan ja havaitun maksimiarvon välillä. (4 p.)

8. Rehun radioaktiivisuus (15 p.)

8.1. (6 p.)

Hajoavia ytimiä on pellolla $N = n N_A = \frac{m}{M} N_A$, jossa n on ainemäärä, m kokonaismassa ja M moolimassa. Tästä saadaan pellolla olevien isotooppien kokonaismassaksi $m = \frac{N}{N_A} M$.

Mitatus aktiivisuuden perusteella saadaan $N = \frac{1}{\lambda} A$, jossa $A = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{Bq}}{\text{m}^2} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ m}^2$. Hajoamisvakio on $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$, jossa ^{60}Co -isotoopin puoliintumisaika on 5,27 vuotta = $5,27 \cdot 31,536 \cdot 10^6 \text{ s}$.

^{60}Co -isotoopin moolimassa on $M = 59,933819 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$. Kokonaismassaksi saadaan

$$m = \frac{AMT_{1/2}}{N_A \ln 2}$$

johon sijoittamalla saadaan massaksi $2,38623505 \cdot 10^{-5} \text{ g} \approx 20 \mu\text{g}$.

8.2. (4 p.)

Aluksi pellon kokonaisaktiivisuus pinta-alayksikköä kohti on $A_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ Bq/m}^2$.

Hajoamisvakio on $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$, jossa ^{60}Co -isotoopin puoliintumisaika on 5,27 vuotta.

Vuoden ($t = 1 \text{ a}$) kuluessa kobolttipellon aktiivisuus on vähentynyt arvoon

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = 4,383778103 \cdot 10^4 \frac{\text{Bq}}{\text{m}^2}$$

Kasvisto kantaa tästä 30 %:n osuuden. Kun koko pelto niitetään, on saatavan rehun aktiivisuus

$$A_{\text{rehu}} = 0,3 \cdot 4,383778103 \cdot 10^4 \frac{\text{Bq}}{\text{m}^2} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ m}^2 = 2,6302686 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

Aktiivinen koboltti on jakautunut tasaisesti rehuun, jonka tilavuus on 10 m^3 . Siten 3 litran annoksen aktiivisuus on $3 \cdot 10^{-4} \cdot 2,6302686 \cdot 10^8 \text{ Bq} = 7,8908058 \cdot 10^4 \text{ Bq} \approx 80 \text{ kBq}$.

8.3. (5 p.)

Aktiivisuuden fysikaalinen puoliintumisaika on $T_f = 5,27 \text{ a} = 1923,55 \text{ d}$ ja biologinen puoliintumisaika $T_b = 10 \text{ d}$. Lasketaan efektiivinen puoliintumisaika:

$$T_e = \frac{T_f T_b}{T_f + T_b} = 9,94828 \text{ d}$$

Efektiiivinen hajoamisvakio on $\lambda_e = \frac{\ln(2)}{T_e}$.

Ratkaistaan hajoamislaista, kuinka pitkän ajan kuluttua aktiivisuus on $A = \frac{A_0}{100} = A_0 e^{-\lambda_e t}$:

$$t = -\ln(0,01) \cdot \frac{T_e}{\ln(2)} = 66,09494166 \text{ d} \approx 70 \text{ d.}$$

Lampaan saaman koboltin aktiivisuus on siis vähentynyt sadasosaan 70 vuorokauden kuluttua.

OSA III

9. Tuulivoimala (20 p.)

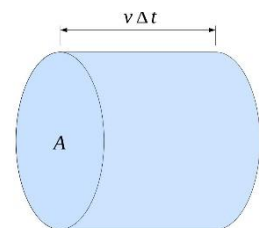
9.1. (5 p.)

Tuulivoimalassa tuuli pyörittää turbiinia, johon on kytketty sähköä tuottava generaattori. Energian muuttumiset: tuulen liike-energia → turbiinin pyörimisliikkeen energia → generaattorin roottorin pyörimisliikkeen energia → sähkövirran energia. (5 p.)

9.2. (4 p.)

Pinta-alan A läpi ajassa Δt nopeudella v kulkeneen ilman tilavuus on $V = Av \cdot \Delta t$ ja massa $m = \rho V = \rho Av \cdot \Delta t$. Näin ollen ilmavirran liike-energian teho on

$$P_K = \frac{E_K}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}\rho Av\Delta t \cdot v^2}{\Delta t} = \frac{1}{2}\rho Av^3.$$



(4 p.)

9.3. (3 p.)

Betzin lain mukaan suurin teho saavutetaan, kun $v_2 = \frac{1}{3}v_1$. Tällöin

$$P_B = \frac{1}{4}\rho A \left(v_1 + \frac{1}{3}v_1\right) \left(v_1^2 - \left(\frac{1}{3}v_1\right)^2\right),$$

$$P_B = \frac{1}{4}\rho A \left(v_1 + \frac{1}{3}v_1\right) \left(v_1 + \frac{1}{3}v_1\right) \left(v_1 - \frac{1}{3}v_1\right),$$

$$P_B = \frac{1}{4}\rho A \frac{4}{3}v_1 \cdot \frac{4}{3}v_1 \cdot \frac{2}{3}v_1 = \frac{16}{27} \cdot \frac{1}{2} \rho Av_1^3.$$

Silloin

$$\frac{P_B}{P_K} = \frac{16}{27} \approx 0,59.$$

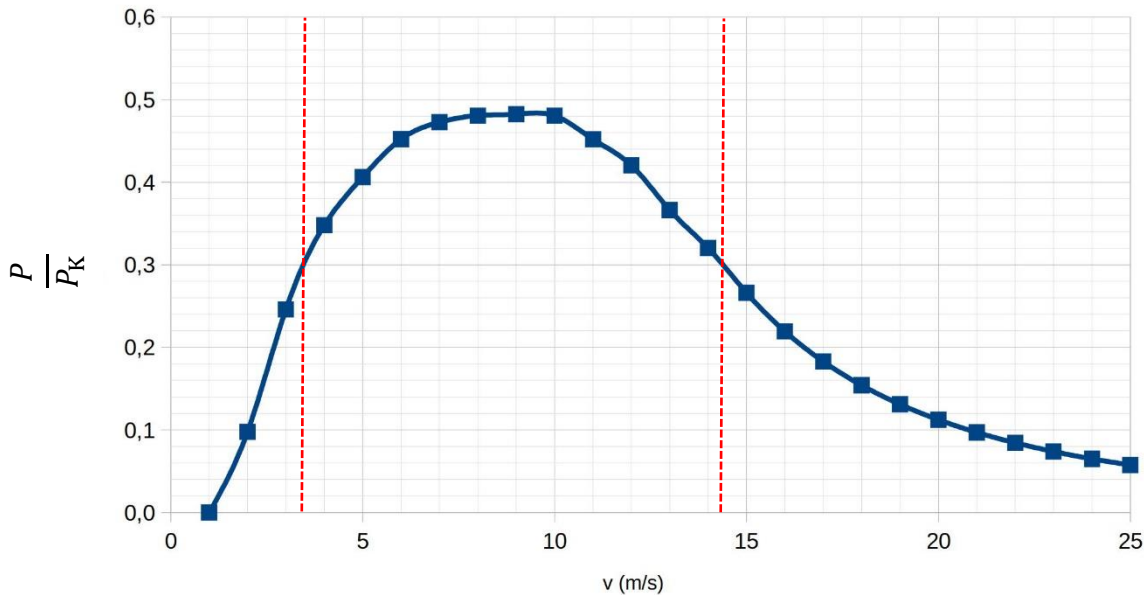
(3 p.)

9.4. (8 p.)

Turbiinin pyyhkäisemä pinta-ala on $A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{71}{2} \text{ m}\right)^2 = 3959,19 \text{ m}^2$.

Ilman tiheys on $\rho = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Lasketaan näiden avulla ilmavirran tehot $P_K = \frac{1}{2} \rho A v^3$ eri nopeuksilla, luetaan todellisen sähkötehon P arvot annetusta tiedostosta, ja piirretään kuvaaja $\left(v, \frac{P}{P_K}\right)$.



(datan käsittely ja kuvaajan tuotto 6 p.)

Luetaan kuvaajasta, millä tuulen nopeuksilla todellinen hyötysuhde on 0,3 tai sitä suurempi. Kun tuulen nopeus on välillä 3,5 – 14,4 m/s, todellinen hyötysuhde on yhtä suuri tai parempi kuin 30 %.

(2 p.)

10. Grafeeni (20 p.)

10.1. (4 p.)

Kuvassa on määritelty neljästä hiiliatomista koostuva yksikkökoppi, jota kopioimalla voidaan kattaa koko pinta. Pintatiheys on näin ollen

$$\rho = \frac{m_{\text{koppi}}}{A_{\text{koppi}}} = \frac{4 \cdot 12 \text{ u}}{3a_0 \cdot \sqrt{3}a_0} = \frac{16 \text{ u}}{\sqrt{3}a_0^2}$$

Yksi gramma grafeenia peittää pinta-alan

$$A = \frac{m}{\rho} = \frac{0,001 \text{ kg}}{16 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \cdot \sqrt{3}(0,142 \cdot 10^{-9} \text{ m})^2 \approx 1300 \text{ m}^2.$$

(4 p.)

10.2. (8 p.)

Tausta-aineiston mukaan grafeeni kestää 20 %:n venymisen alkuperäisestä pituudestaan, jolloin maksimaalisesti venyneen grafeenimatton pituus on $1,20 \cdot 4,0 \text{ m} = 4,8 \text{ m}$. Tällöin matton pituus telineestä 1 tankoon on kuvan mukaisesti 2,4 m.

Grafeenin maksimaalinen vetolujuus eli maksimaalinen voima poikkileikkauksen pinta-alaa kohden on $P = 130 \text{ GPa}$, jolloin maksimaalinen jännitysvoima on

$$T_1 = T_2 = PA.$$

Maton poikkileikkauksen pinta-ala on $A = 1,0 \text{ m} \cdot 0,33 \text{ nm} = 3,3 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$.

Kuvan perusteella voidaan määrittää kulma α .

$$\cos \alpha = \frac{b}{a} \rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{b}{a}\right) = \arccos\left(\frac{2,0 \text{ m}}{2,4 \text{ m}}\right) = 33,5573^\circ$$

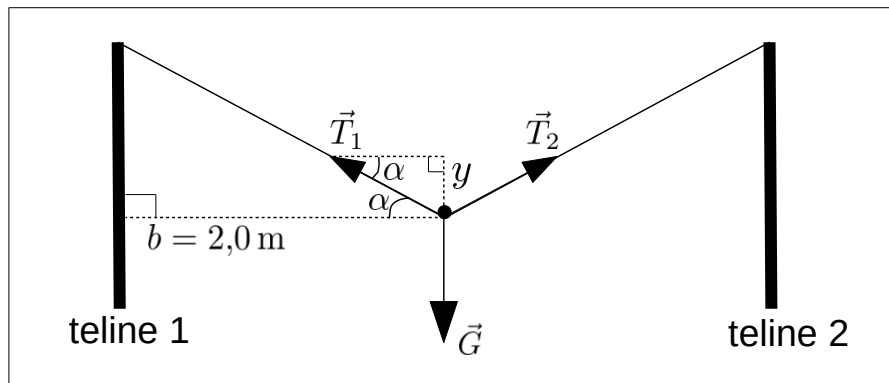
Tangon kohdalla grafeenimattoon vaikuttavien voimien tasapainon perusteella saadaan ehto

$$G = T_{1y} + T_{2y} = 2T_{1y} = 2T_1 \sin \alpha = 2PA \sin \alpha,$$

jossa $G = mg$.

Yhdistämällä tulokset saadaan

$$m = \frac{2PA \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 130 \cdot 10^9 \text{ Pa} \cdot 3,3 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \sin 33,5573^\circ}{9,81 \text{ m/s}^2} = 4,83463 \text{ kg} \approx 4,8 \text{ kg}.$$



(8 p.)

10.3. (8 p.)

Vastauksessa voi keskittyä mm. seuraaviin ominaisuuksiin ja niistä seuraaviin sovelluksiin:

(1) Erinomaiset sähkön- ja lämmönjohtavuusominaisuudet

→ elektroniikan komponentit, transistorit, paristot, polttokennot, akut, biosensorit.

(2) Läpinäkyvyys, joustavuus ja venyvyys yhdistettynä edelliseen

→ optoelektronikan komponentit, ohuet ja taivuteltavat (kosketus)näytöt, nestekidenäytöt, OLED-näytöt, älyvaatteet.

(3) Erinomainen kestävyys suhteessa ohuuteen

→ nanopinnoitteet, rakennusmateriaalit, käyttö sidosaineena rakenteiden vahvistamiseksi.

(4) Läpäisemättömyys (tiiviyys)

→ suodattimet (esim. vedenpuhdistus, kemikaalien puhdistaminen), diffuusion estäminen materiaalitekniikassa.

Vastauksessa voi huomioida grafeenin myrkyttömyyden yllä mainittujen sovellusten kannalta.

Vastauksessa voi käsitellä myös grafeenin johdannaisista ja hybridimateriaaleista kehitteillä olevia moderneja sovelluksia kuten topologisia kvanttiaineita (kvanttilaskenta) sekä uusia suprajohteita. Huom.: puhdas grafeeni ei ole suprajohde.

(8 p.)

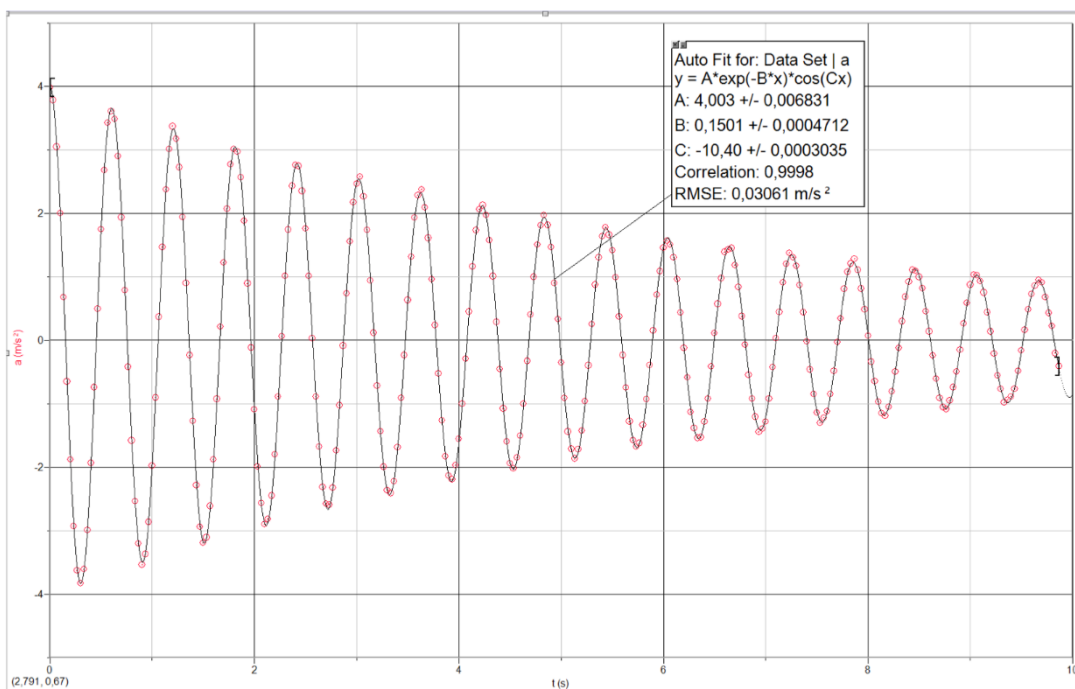
11. Vaimeneva värähtely (20 p.)

11.1. (5 p.)

Tekemällä sovite saadaan tulokseksi, että malli sopii mittaustuloksiin parhaiten, kun parametrit ovat $A = 4,003 \text{ m/s}^2$, $B = 0,1501 \text{ 1/s}$ ja $C = 10,40 \text{ 1/s}$. Parametreista C on värähtelyn kulmataajuus, joten värähtelyn taajuus on $f = \frac{C}{2\pi} = 1,655 \text{ Hz} \approx 1,7 \text{ Hz}$.

(5 p.)

TAI

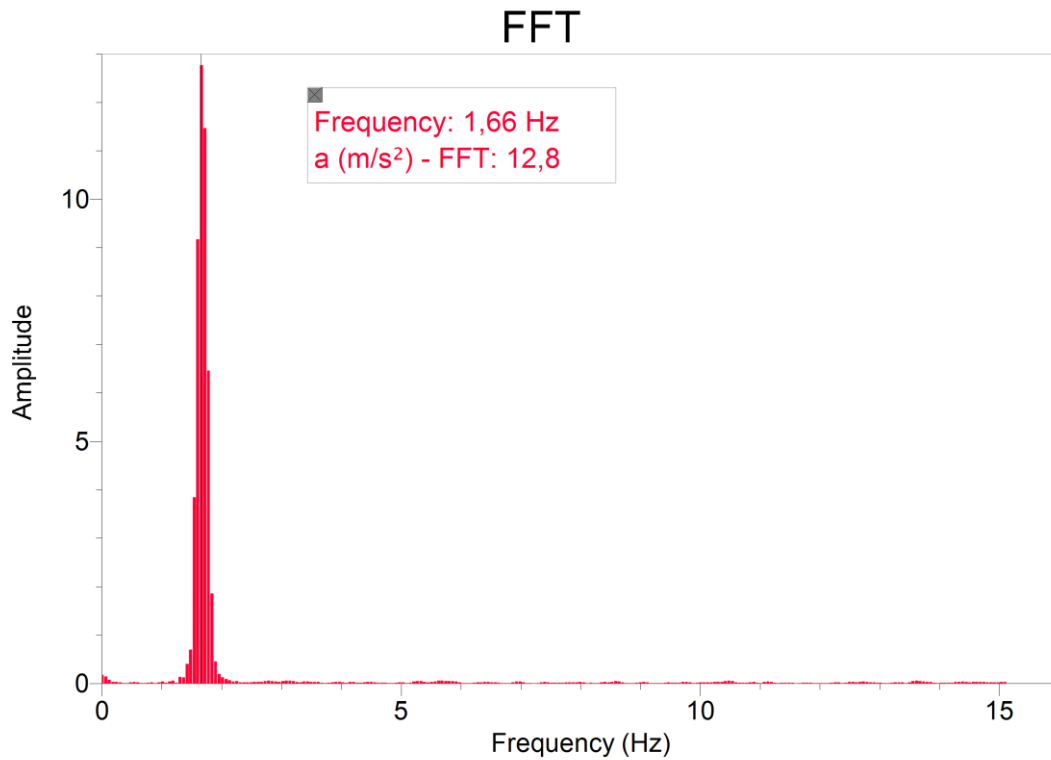


Piirretään värähtelyn kuvaaja. Kuvaajasta nähdään, että ajanhetkien 5 s ja 8 s välillä tapahtuu 5 värähdystä. Värähtelyn jaksonaika on siis $T = \frac{8 \text{ s} - 5 \text{ s}}{5} = 0,6 \text{ s}$ ja taajuus $f = \frac{1}{T} = 1,666667 \text{ Hz} \approx 1,7 \text{ Hz}$.

(5 p.)

TAI

Tehdään LoggerPro:ssa FFT ja luetaan taajuuspiikin maksimi kuvaajalta tai taulukosta.



Kuvaajalta luettu taajuus on 1,66 Hz \approx 1,7 Hz.

(5 p.)

11.2. (10 p.)

Jotta kivi pysyisi paikoillaan eikä lähtisi liukumaan, on siihen kohdistuttava Newtonin II lain mukaan kitkavoima $F_{\mu} = ma$.

Suurin mahdollinen kiveen kohdistuva lepokitkavoima on $F_{\mu,max} = \mu N = \mu mg$.

Ehto $F_{\mu} < F_{\mu,max}$ on yhtäpitävä ehdon $a_{max} < \mu g$ kanssa.

(5 p.)

Kiveen vaikuttava suurin kiihtyvyys on juuri värähtelyn alussa noin 4,0 m/s².

Kiven ja puun välinen lepokitkeron on 0,7, joten $\mu g = 6,867 \text{ m/s}^2 > a_{max}$.

(3 p.)

Kivi pysyy siis paikoillaan koko värähtelyn ajan.

(2 p.)

11.3. (5 p.)

Mallin avulla voidaan määrittää hetki, jolloin kiihtyvyyden suurin arvo on pienentynyt kahdeksasosaan:

$$\frac{A}{8} = Ae^{-Bt_x}, \text{ jossa } A = 4,003 \frac{m}{s^2} \text{ ja } B = 0,1501 \frac{1}{s}. \text{ Tästä saadaan}$$

$$t_x = -\frac{\ln(1/8)}{B} = 13,85370781 \text{ s} \approx 14 \text{ s}.$$

(5 p.)

TAI

Värähtelyn alussa kiihtyvyyden suurin arvo on noin $4,0 \text{ m/s}^2$. Kuvaajaa tutkimalla havaitaan, että arvo on puolittunut arvoon $2,0 \text{ m/s}^2$ hetkellä $4,5 \text{ s}$. Kiihtyvyyden arvo $1,0 \text{ m/s}^2$ taas saavutetaan hetkellä $9,1 \text{ s}$. Tästä voidaan päätellä, että värähtelyn amplitudin puoliintumisaika on $4,5 \text{ s}$.

Värähtelyn amplitudi on pienentynyt kahdeksasosaan, kun se on puoliintunut kolme kertaa. Aikaa on siis kulunut $13,5 \text{ s} \approx 14 \text{ s}$.

(5 p.)