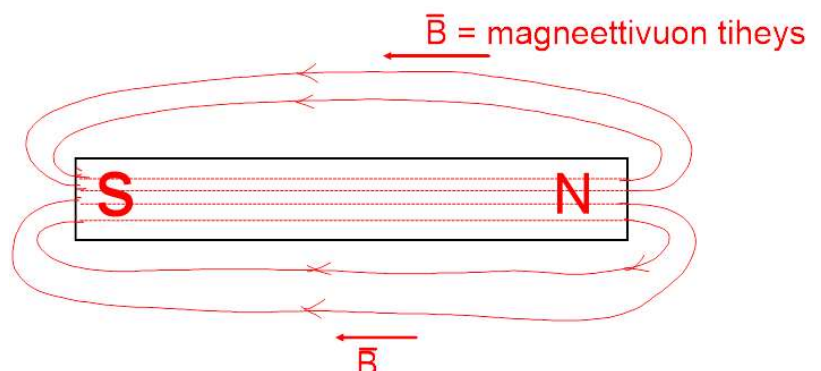


1 Magneettikenttää kuvataan kenttäviivoilla

- etävuorovaikutus, kosketuskontaktia ei tarvita
- voi olla vetovoima tai hylkivä voima
- samassa esineessä on kaksi eri tavalla käyttäytyvää kohtiota: POHJOIS- JA ETELÄKOHTIO

Miten magneetit toimivat?



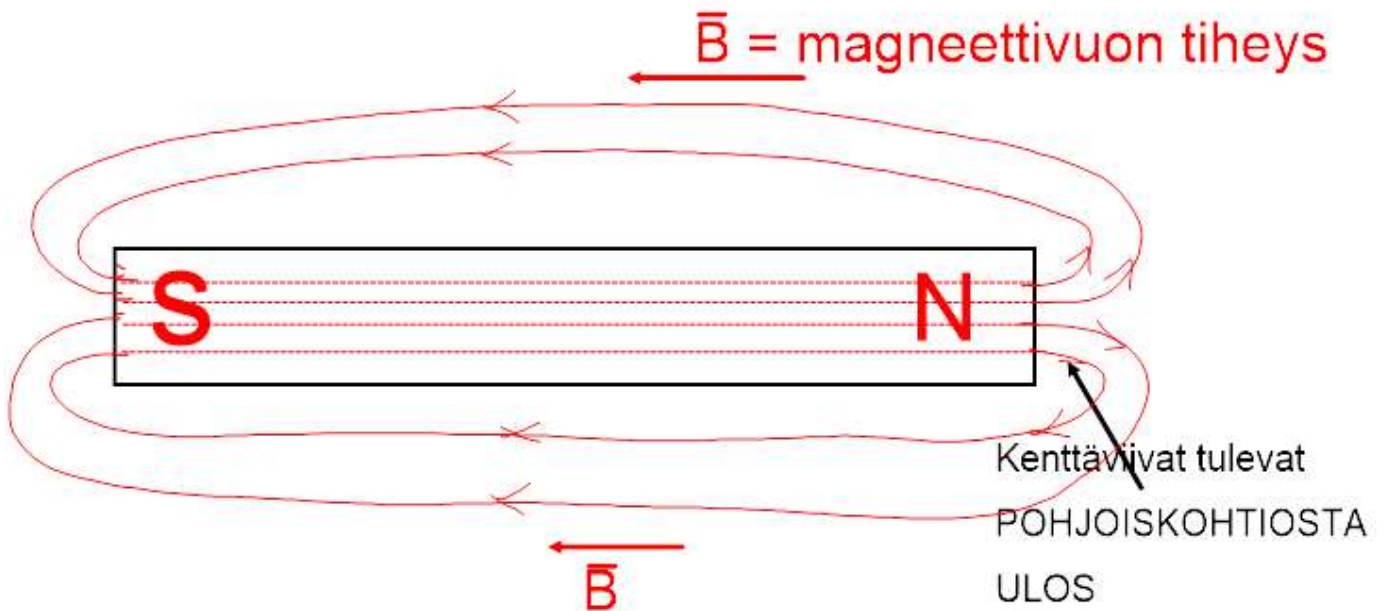
Historiaa:

H.C. Orsted: Sähkövirtajohdin vuorovaikuttaa kompassineulan kanssa
Johtimen kenttäviivat

M. Faraday: Magneettikentän muutokset synnyttävät suljettuun virtapiiriin sähkövirran

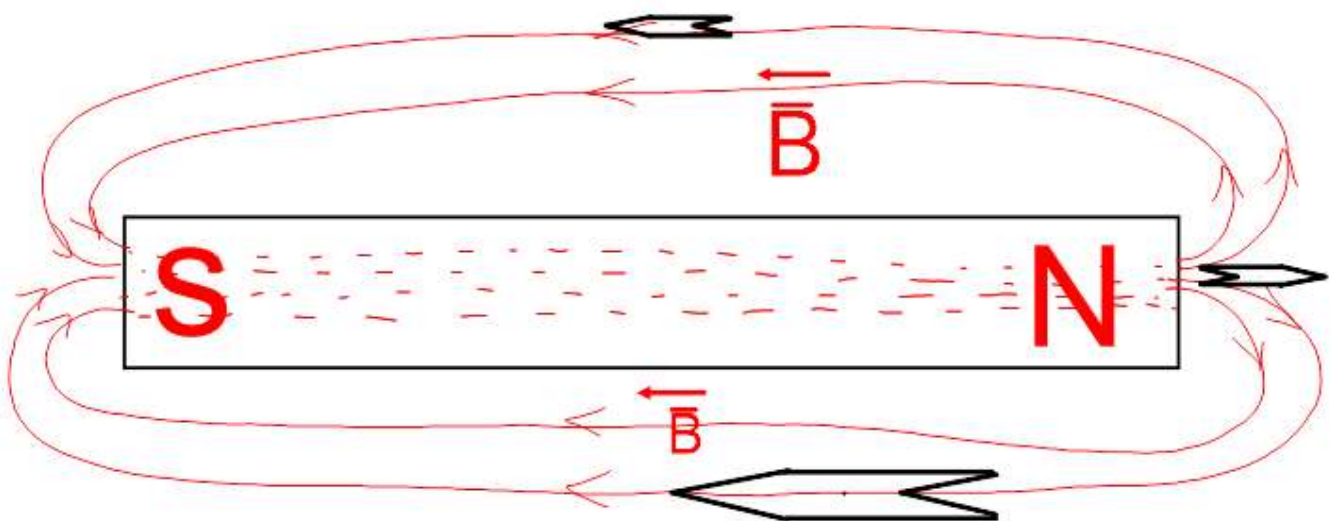
2 Magneettikenttää mallinnetaan kenttäviivoilla

- magneetti esiintyy aina kaksipolaisena eli DIPOLINA:



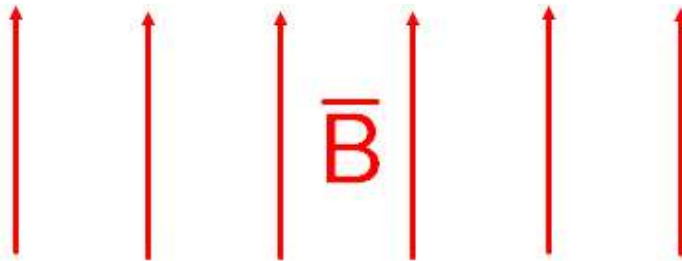
Kompassineula asettuu aina kenttäviivan suuntaiseksi:

Katso livenä



Magneettikentän voimakkuus

- magneettikenttä on HOMOGEENINEN, jos kenttäviivat ovat yhdensuuntaisia eli suunta ja tiheys ovat yhtä suuria
- magneettikentän voimakkuutta kuvaava suure on MAGNEETTIVUON TIHEYYS \vec{B} (vektorisuure)



Magneettivuon tiheyden yksikkö:

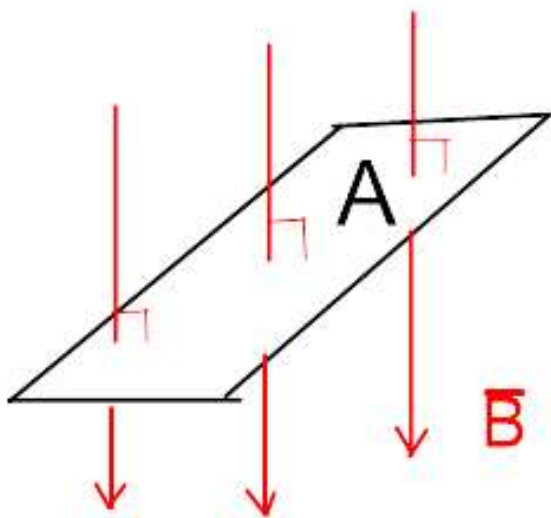
$$[B] = 1\text{T (tesla)}, \quad 1\text{T} = 1\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$$

$$1\text{ gaussi} = 1\text{G} = 0,0001\text{T}$$

$$\text{eli } 1\text{T} = 10000\text{G}$$

Yksi tesla on paljon...

Magneettivuo

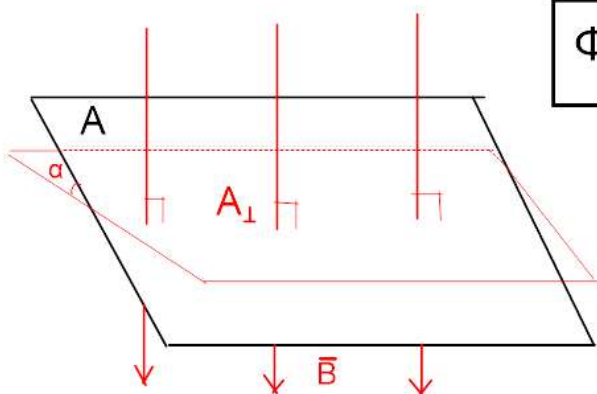


Kun magneetti-
kentän \vec{B} kenttä-
viivat ovat tason
A normaalin
suuntaisia,
magneettivuo

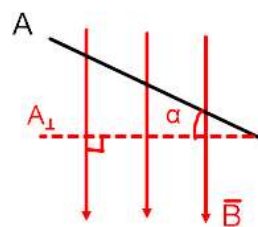
"Fii"

$$\Phi = BA$$

Jos tasopinta ei ole kohtisuorassa
kenttäviivoihin nähden...



$$\Phi = BA_{\perp} = BA \cos \alpha$$



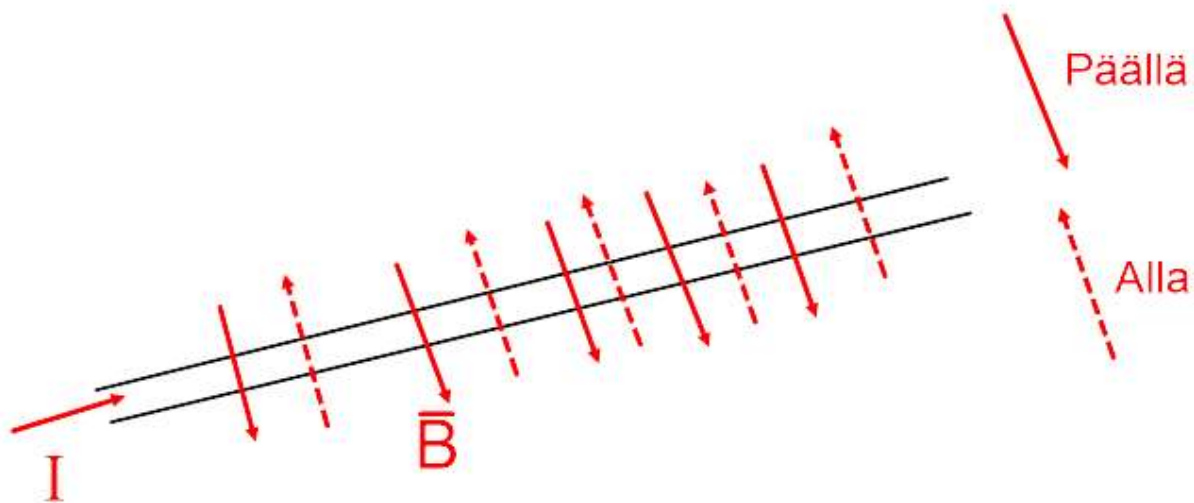
Magneettivuon yksikkö:

$$[\Phi] = [B][A] = 1\text{T} \cdot 1\text{m}^2$$

$$= 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 1\text{m}^2 = 1\text{Vs} = 1\text{Wb (weber)}$$

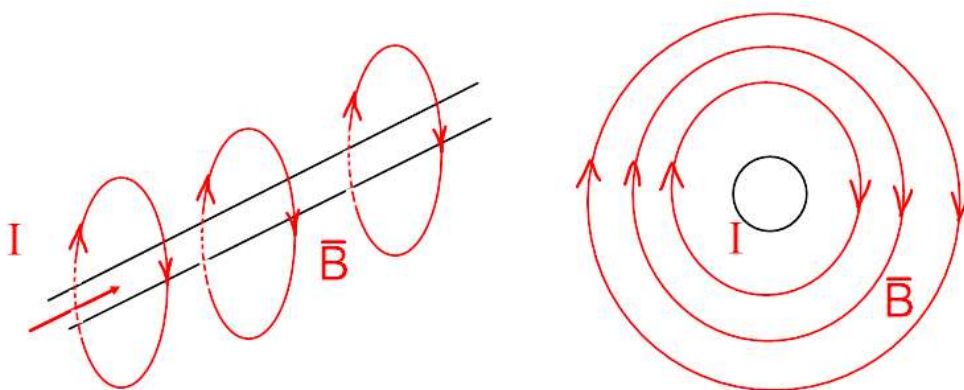
Suoran virtajohtimen magneettikenttä

Kokeellinen havainto: kompassineula kääntyy poikittain virtajohtimeen nähden:



Toisaalta kompassineula kääntyy aina kenttäviivan suuntaan...

Johtopäätös: kenttäviivat ovat johdin-keskeisiä renkaita:

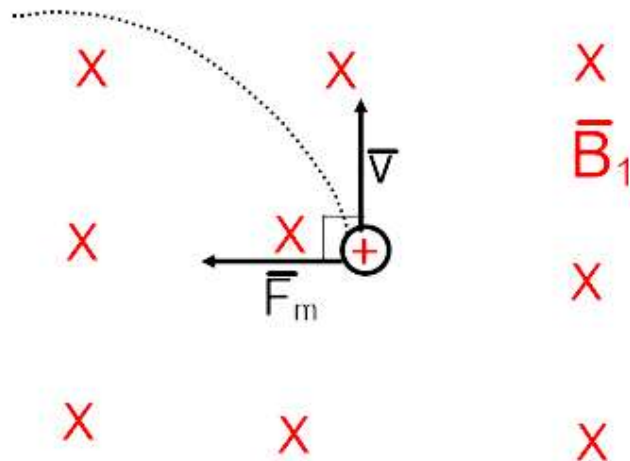


Kenttäviivat ovat renkaita

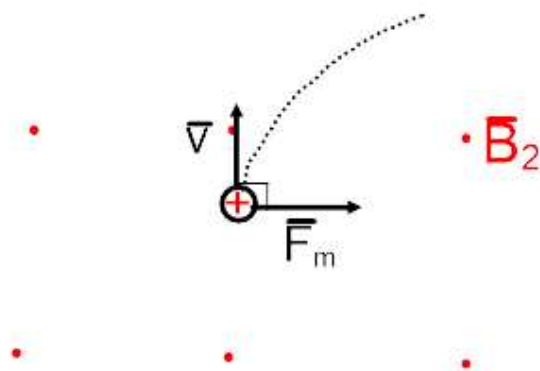
Kenttäviivojen suunta saadaan johtimen oikean käden säännöstä.

Magneettikentän kenttäviivojen suunnan havainnollistaminen

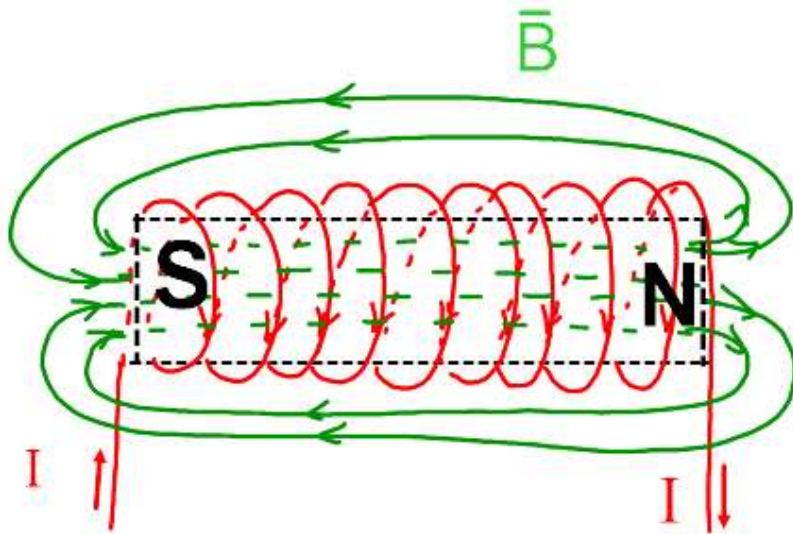
1. Kenttäviivat \times kulkevat kohtisuorasti tasosta sisään päin:



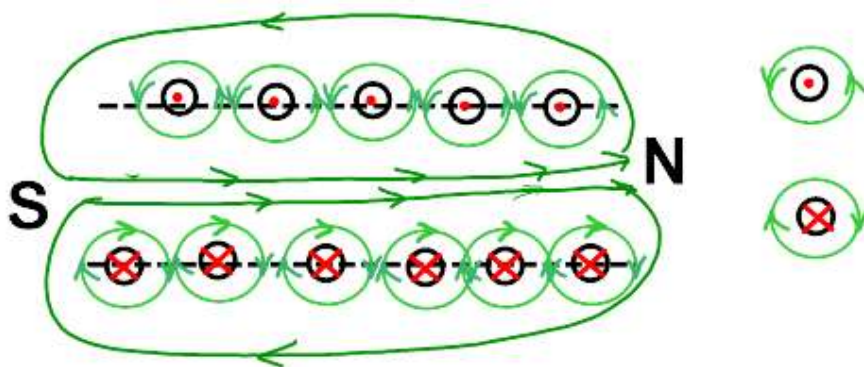
2. Kenttäviivat \cdot kulkevat kohtisuoraan tasosta ulos:



Silmukan ja käämin magneettikenttä



Kenttäviivojen suunta saadaan käämin oikean käden säännöstä.



Käämin keskiakselilla magneettivuon tiheys on likimain homogeeninen. Magneettivuon tiheys keskiakselilla keskellä käämiä on

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l}$$

μ_0 = tyhjiön permeabiliteetti = $4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

N = käämin kerrosmäärä

l = käämin pituus

I = sähkövirta

MAOL s. 132

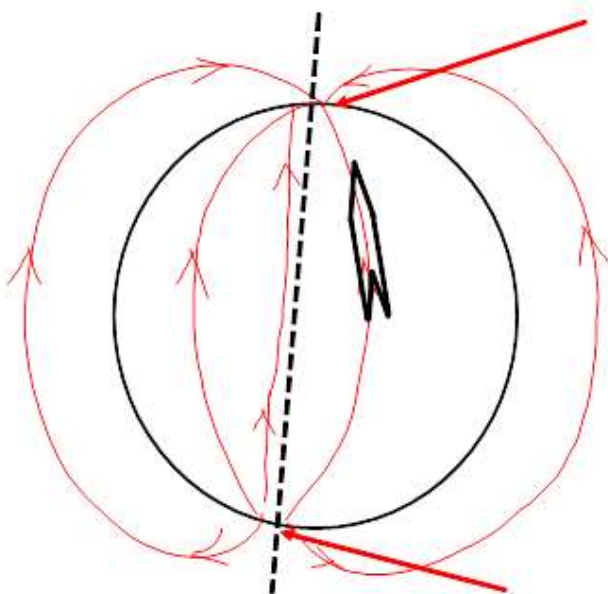
Oppilastyökäämi: $N = 1200$,

$l = 0,065\text{m}$ ja $I = 0,50\text{A}$, jolloin

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{4\pi 10^{-7} \text{Vs/Am} \cdot 1200 \cdot 0,50\text{A}}{0,065 \text{ m}}$$
$$\approx 0,011599 \text{ Vs/m}^2 \approx 11,6 \text{ mT.}$$

Kokeellinen havainto: $B_{\text{kok}} \approx 7,5 \text{ mT.}$

Maapallon magneettikenttä



Magneettinen etelänapa

Maantieteellinen pohjoisnapa
= magneettinen etelänapa
ja päinvastoin...

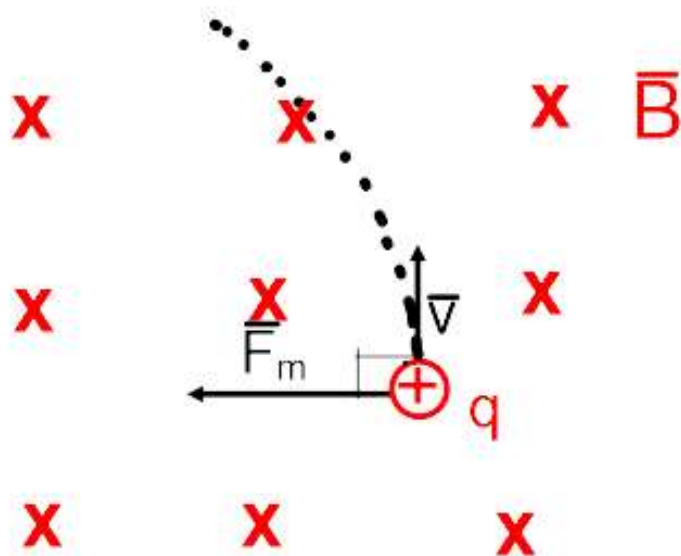
Magneettinen pohjoisnapa

3 Magneettinen voima

Lähtökohta: Magneettisessa voimassa on kyse liikkuvien varattujen hiukkasten välisestä vuorovaikutuksesta eli tarvitaan

- varattuja hiukkasia
- hiukkaset liikkuvat (voiman mittaajana nähdessä)
- liikesuunta ei saa olla kenttäviivan kanssa yhdensuuntainen

Magneettisen voiman suunta ja suuruus homogeenisessä magneettikentässä



Ympyrärata

Kun varattu hiukkanen liikkuu homogeenisessa magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheys on \vec{B} ja kappaleen nopeus on \vec{v} ja nopeus on kohtisuorassa kenttäviivoihin nähden eli $\vec{v} \perp \vec{B}$, hiukkaseen vaikuttaa MAGNEETTINEN VOIMA

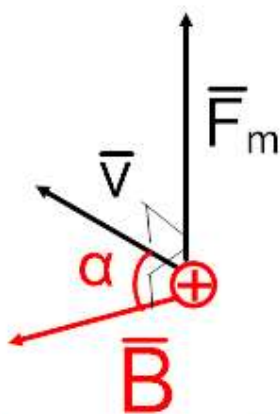
$$F_m = qvB$$

q = hiukkasen sähkövaraus

Jos $\sphericalangle(\vec{v}, \vec{B}) = \alpha$, niin

$$F_m = qvB \sin \alpha$$

Pos. varaus:



Oikean käden sääntö

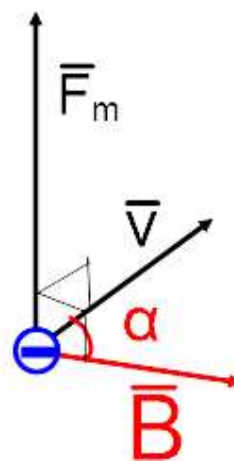
Huom!

$$\vec{F}_m \perp \vec{v}$$

ja

$$\vec{F}_m \perp \vec{B}$$

Neg. varaus:



Vasemman käden sääntö

Magneettivuon tiheyden yksikkö:

$$F_m = qvB \sin \alpha \quad \text{eli} \quad B = \frac{F_m}{qv \sin \alpha}$$

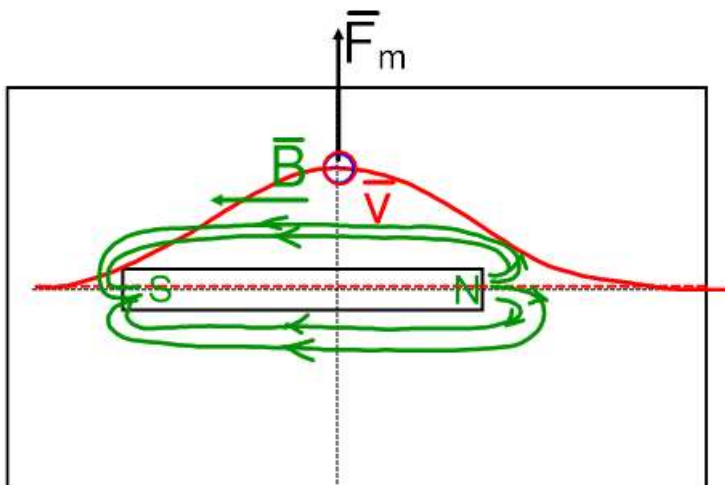
$$[B] = \frac{[F_m]}{[q][v]} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ C} \cdot 1 \text{ m/s}} = \frac{1 \text{ Ns}}{1 \text{ Cm}} = 1 \text{ T (tesla)}$$

Toisaalta

$$\begin{aligned} [B] = 1 \text{ T} &= \frac{1 \text{ Ns}}{1 \text{ Cm}} = \frac{1 \text{ Nms}}{1 \text{ Cm}^2} = \frac{1 \text{ Js}}{1 \text{ Asm}^2} \\ &= \frac{1 \cancel{\text{As}} \text{Vs}}{1 \cancel{\text{As}} \text{m}^2} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \quad \text{eli} \quad 1 \text{ T} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} . \end{aligned}$$

Magneettisen voiman suunnan tarkastelu:

Oskilloskoopin piirtämä viiva kaareutuu YLÖSPÄIN kestmagneetin vaikutuksesta. Kumpi magneetin pää on pohjoiskohtio?



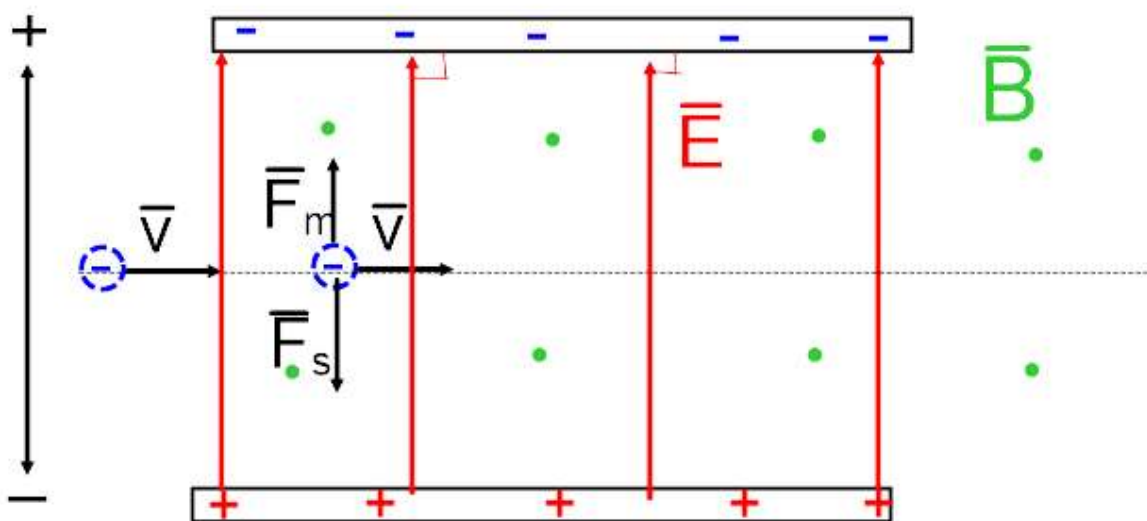
- \vec{F}_m suuntautuu YLÖSPÄIN.
- \vec{v} : n suunta: Tasosta ULOS.
- Vasemman käden sääntö:
- \vec{B} : n suunta on VASEMMALLE.
- Pohjoiskohtio on siis kuvassa OIKEALLA.

ESIMERKKI 3 s. 33

Nopeusvalitsin

$$B = 150 \text{ mT}$$

$$E = 330 \text{ kV/m}$$



Millä nopeudella varattu hiukkanen pääsee suoraan eteenpäin?

Nopeusvalitsimen simulaatio

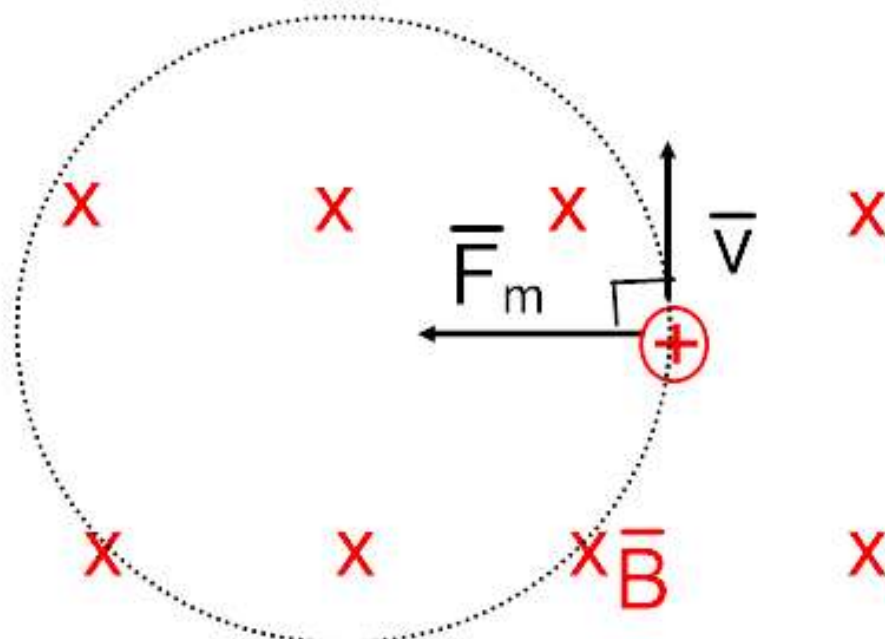
Voimatasapaino: $\vec{F}_m + \vec{F}_s = \vec{0}$.

Suuntasopimuksen mukaan

$$F_m - F_s = 0 \quad \text{eli} \quad \cancel{qvB} = \cancel{qE} \quad | :q$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{330000 \text{ V/m}}{0,15 \text{ Vs/m}^2} \approx 2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

Varatun hiukkasen ympyräliike magneettikentässä



Oletus:

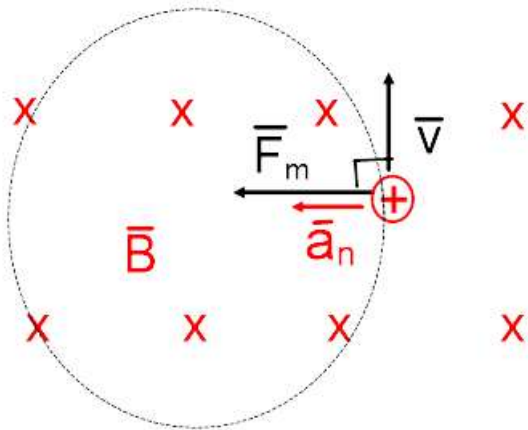
$$\vec{v} \perp \vec{B}$$

Silloin
 $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ ja

$$\vec{F}_m \perp \vec{B}$$

Varattu hiukkanen joutuu ympyräradalle

Liikkeyhtälö: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ eli $\vec{F}_m = m\vec{a}_n$.



Skalaariyhtälö

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad | :v$$

$$qB = \frac{mv}{r} \quad | v = \omega r$$

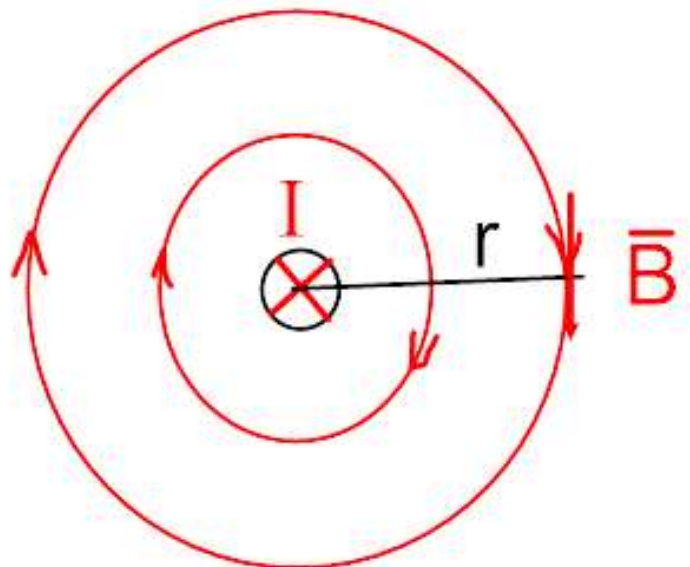
$$qB = \frac{m\omega}{r} \quad | :m$$

$$\omega = \omega_0 = \frac{qB}{m}$$

Varatun hiukkasen ominaiskulmanopeus

4 Magneettikenttä kohdistaa virtajohtimeen voiman

Pitkän ja suoran virtajohtimen tuottama magneettivuon tiheys voidaan laskea Biot-Savartin lain avulla:



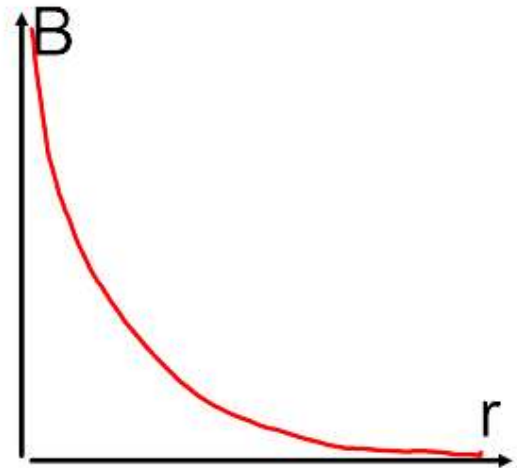
$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

MAOL
s. 132

μ_0 = tyhjiön
permeabiliteetti

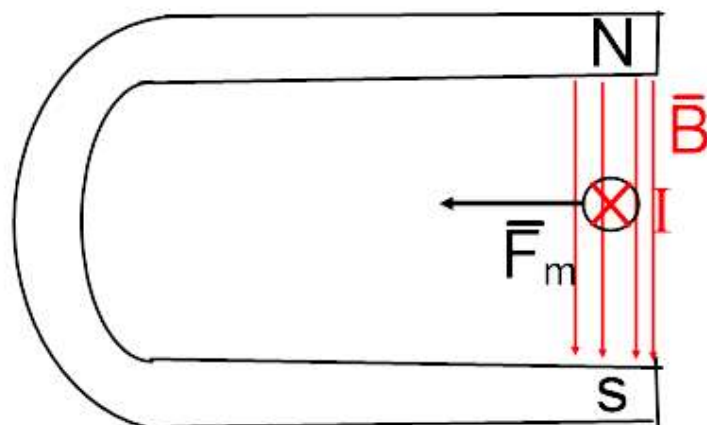
$$= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

MAOL s.70

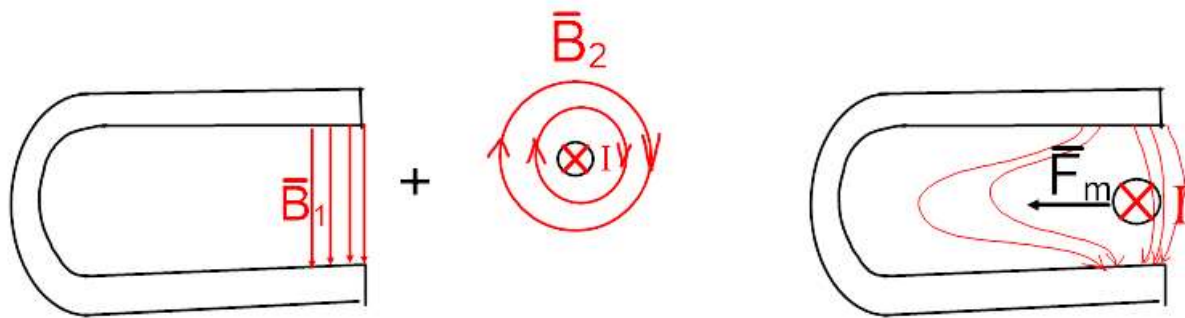


Virtajohdin ulkoisessa magneettikentässä

Johtimeen kohdistuvan magneettisen voiman suunta voidaan päätellä kuvitteellisten positiivisten varausten avulla.

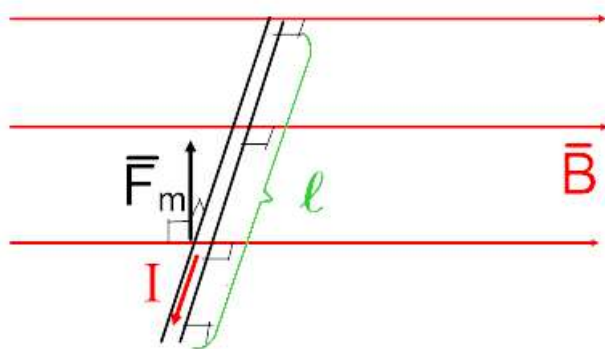


Voiman suunta voidaan päätellä myös magneettikenttien kokonaisvaikutuksen avulla:



Magneettisen voiman suunta on kokonaiskentän tihentymästä harventumaan päin.

Virtajohtimeen kohdistuva magneettinen voima



Magneettisen voiman suunta on tasosta ulospäin.

$$F_m = IlB$$

kun johdin on kohtisuorassa kenttäviivoihin nähden.

5 Varatun hiukkasen liike homogeenisessä sähkö- ja magneettikentässä

Lähtökohta: Magneettisessa voimassa on kyse liikkuvien varattujen hiukkasten välisestä vuorovaikutuksesta eli tarvitaan

- varattuja hiukkasia
- hiukkaset liikkuvat (voiman mittaajaan nähden)
- liikesuunta ei saa olla kenttäviivan kanssa yhdensuuntainen

Varattu hiukkanen homogeenisessä sähkökentässä

Oletus: $\vec{E} = \text{vakio}$, jolloin $\vec{F}_s = q\vec{E} = \text{vakio}$ ja

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_s}{m} = \text{vakio}$$

eli kyseessä on **TASAISESTI KIIHTYVÄ LIIKE**. Liikkeyhtälöt ovat yksinkertaiset!

Mekaanisen energian säilymlaki sähkökentässä

Lähtökohta: $E_p + E_k = \text{vakio}$

eli $E_{p,a} + E_{k,a} = E_{p,l} + E_{k,l}$ a = alku, l = loppu

Varatulle hiukkaselle $E_p = qV$

q = sähkövaraus, [Q] = 1C

V = sähkökentän potentiaali [V]=1V

Varatun hiukkasen energian säilymlaki on siis

$$qV_a + \frac{1}{2}mv_a^2 = qV_l + \frac{1}{2}mv_l^2$$

Usein $v_a \approx 0$ m/s, jolloin $E_{k,a} \approx 0$ J. Silloin

$$qV_a = qV_l + \frac{1}{2}mv_l^2$$

$$q\underbrace{(V_a - V_l)}_U = \frac{1}{2}mv_l^2$$

eli siis

$$qU = \frac{1}{2}mv_l^2$$

Schusterin kaava

Varatun hiukkasen liikkeen vertailu sähkö- ja magneettikentässä

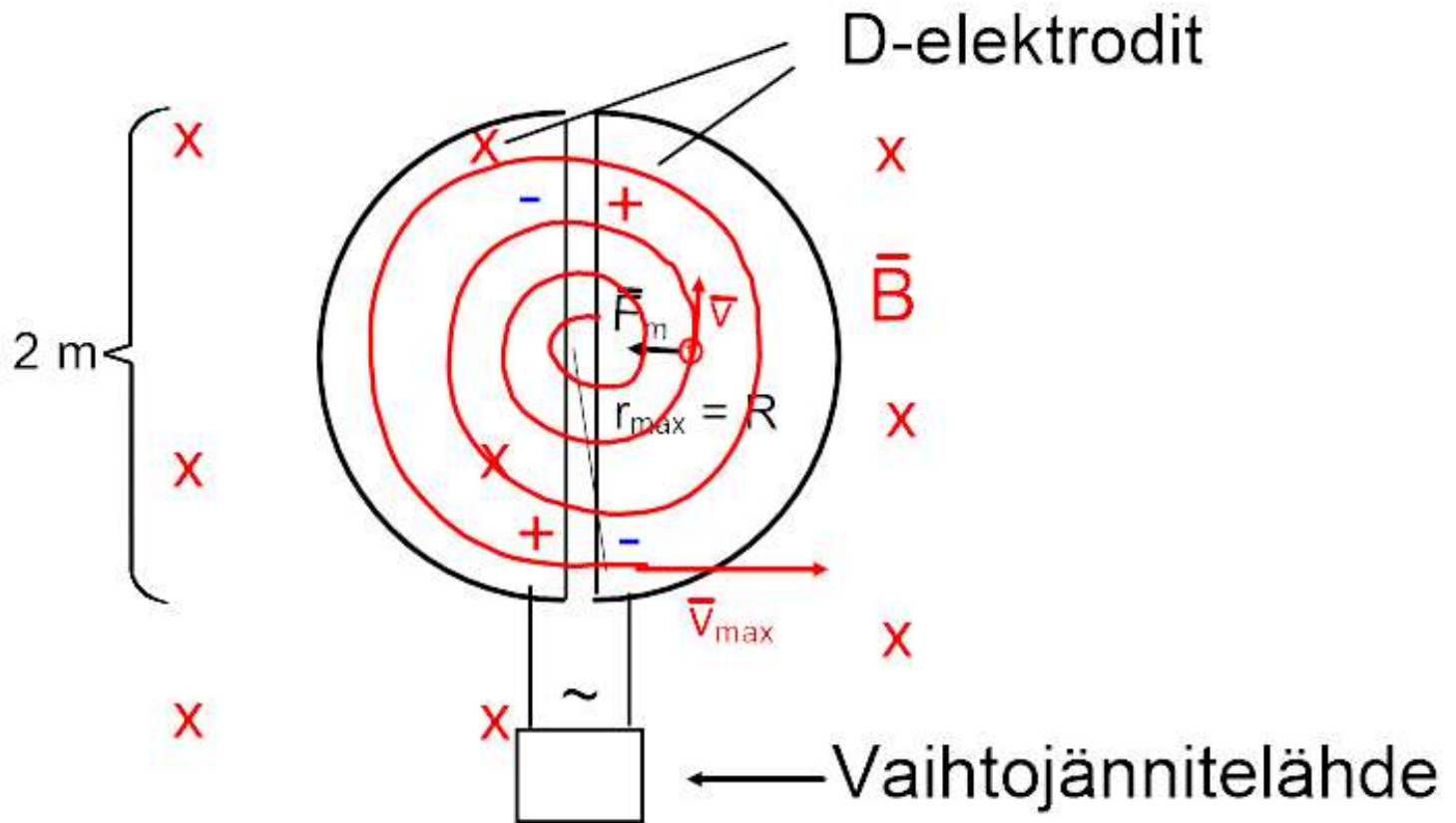
Sähkökenttä

- Coulombin voima $\bar{F}_s = q\bar{E}$ on olemassa AINA riippumatta varatun hiukkasen nopeudesta ja liikesuunnasta
- $\bar{F}_s \parallel \bar{E}$
- Coulombin voima voi muuttaa varatun hiukkasen vauhtia ja samalla liikesuuntaa (ja myös liike-energiaa)

Magneettikenttä

- magneettinen voima on olemassa, jos varatun hiukkasen liikesuunta ei ole täysin kenttäviivojen suuntainen ja $\bar{v} \neq \bar{0}$
- $\bar{F}_m \perp \bar{v}$ ja $\bar{F}_m \perp \bar{B}$
- magneettinen voima pystyy ohjailemaan tehokkaasti nopeasti liikkuvia varattuja hiukkasia
- magneettinen voima ei tee työtä, joten se ei voi muuttaa hiukkasen vauhtia eikä liike-energiaa vaan ainoastaan liikesuuntaa

Syklotroni = syklinen hiukkaskiihdytin



- kierrätetään ioneja homogeenisessa magneettikentässä \vec{B}
- ionit kiertävät aina puoli kierrosta vakionopeudella
- liikeyhtälö $qvB = \frac{mv^2}{r}$
- elektrodien välissä ionien nopeutta lisätään sopivasti tahdistetulla vaihtojännitteellä
- kun hiukkasten nopeus kasvaa, radan säde kasvaa, jolloin seurauksena on spiraalirata

- ionit toteuttavat ominaiskulmanopeuden ehdon

$$\omega = \omega_0 = \frac{qB}{m}$$

- silloin $v_{\max} = \omega_0 R = \frac{qBR}{m}$
- suurin liike-energia

$$E_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{qBR}{m} \right)^2 =$$

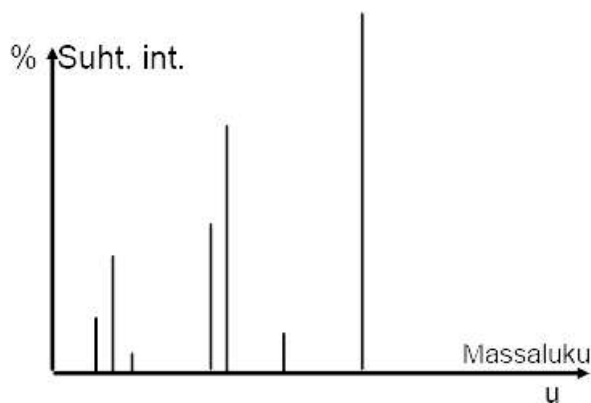
$$= \frac{1}{2} \cancel{m} \frac{q^2 B^2 R^2}{\cancel{m^2}} = \frac{1}{2} B^2 R^2 \frac{q^2}{m}$$

Tärkeää: Jos ionien varausaste kasvaa, liike-energia kasvaa varausasteen toiseen potenssiin verrannollisena eli se kasvaa hyvin voimakkaasti .

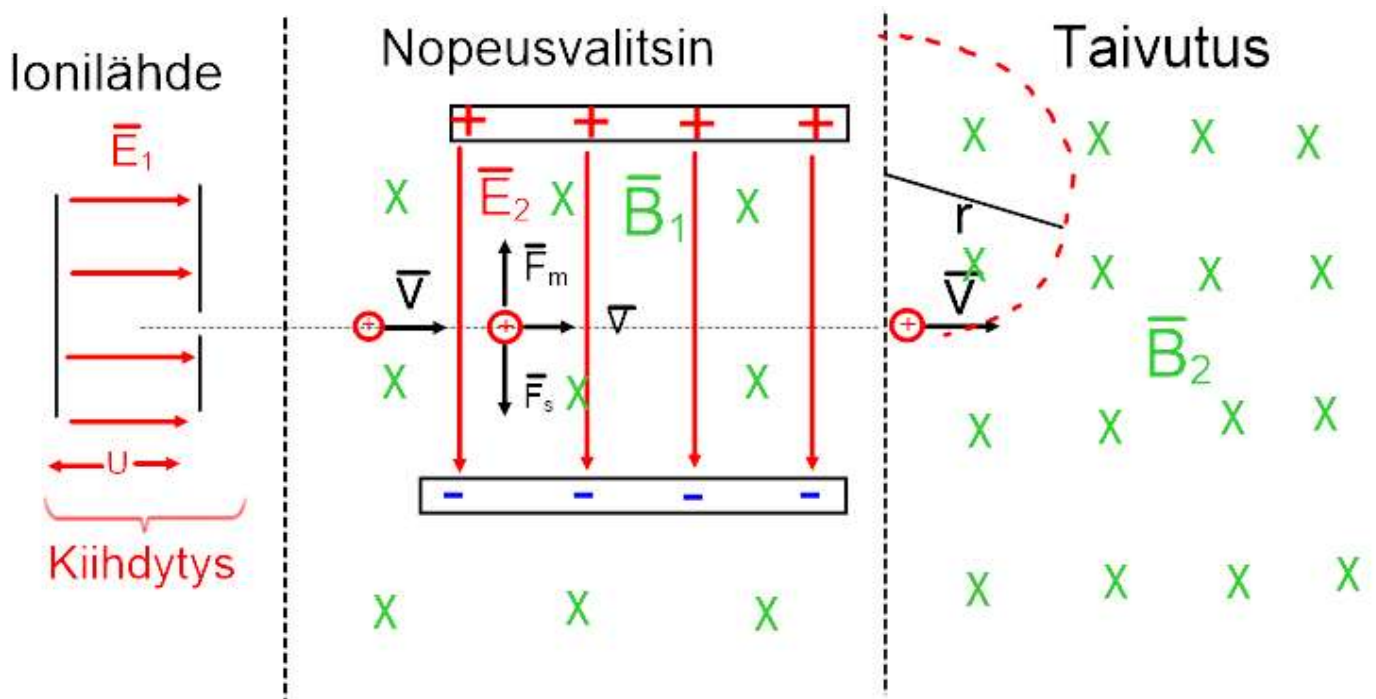
Syklotronia käytettäessä ionien varausasteet pitäisi saada hyvin suuriksi.

Massaspektrometri

- määritetään atomien tai molekyylien massoja
- massaspektrometria tarvitaan mm. orgaanisten yhdisteiden analytiikassa ja tyhjiötekniologiassa



MASSASPEKTROMETRIN OSAT



IONILÄHDE

- tekee atomeista tai molekyyleistä yleensä POSITIIVISIA ioneja, yleensä varaus $q = +e$
- joskus ioni voi olla moninkertaisesti varattu, ts. $q = +ne$, $n = 1, 2, 3, \dots$
- kiihdytyksessä potentiaalienergia muuttuu liike-energiaksi:

$$qU = \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{eli } v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

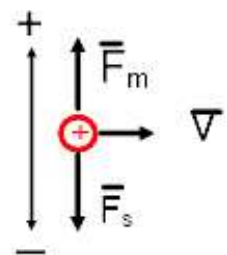
- moninkertaisesti varatut ionit saavat "liian suuren" nopeuden

NOPEUSVALITSIN

Voimatasapaino: $\vec{F}_m + \vec{F}_s = \vec{0}$

eli skalaarimuodossa $F_m - F_s = 0$

eli $qvB_1 = qE_2$, jolloin $vB_1 = E_2$ ja



$$v = \frac{E_2}{B_1}$$

Vain tällä nopeudella päästään suoraan eteenpäin.

TAIVUTUS

tasainen ympyräliike: $F_m = ma_n$, eli skalaariyhtälönä

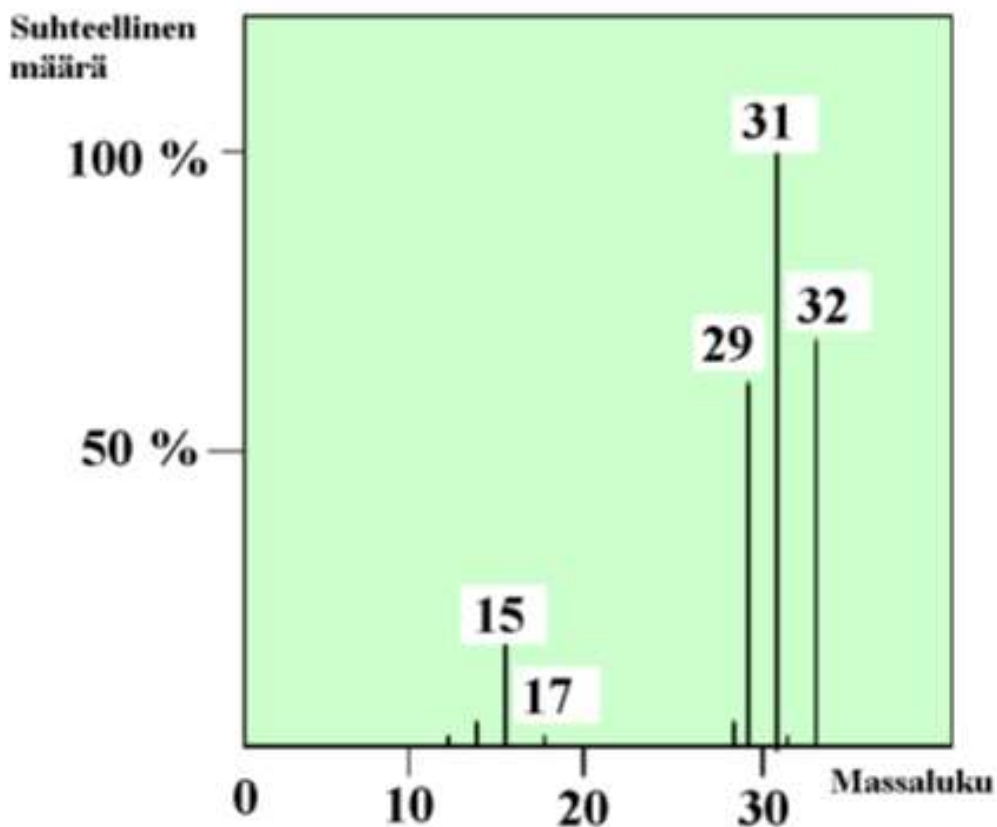
$$qvB_2 = \frac{mv^2}{r}$$

josta saadaan kaarevuussäteeksi

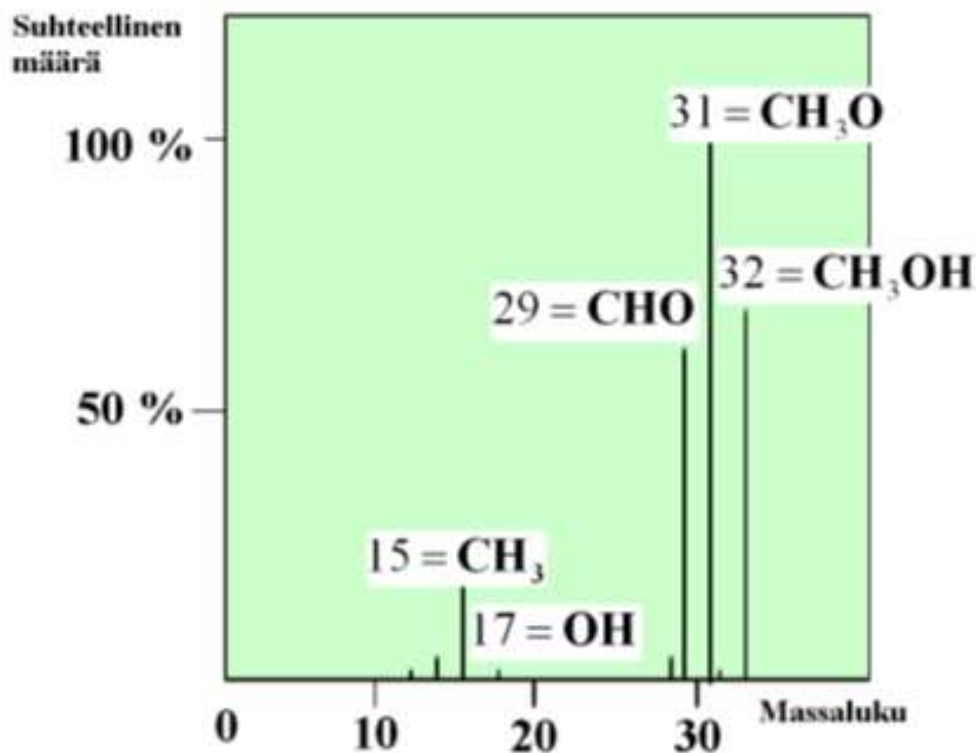
$$r = \frac{mv}{qB_2}$$

v, q ja B₂ ovat vakioita. Mitä suurempi massa, sitä suurempi säde.

Erään happea sisältävän orgaanisen aineen massaspektri



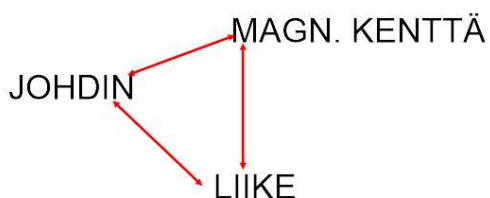
Tulkinta: Kyseessä on metanoli



6 Magneettivuon muutos aiheuttaa induktion

Kun johdinjärjestelmä on MUUTTUVASSA MAGNEETTIKENTÄSSÄ, johtimen päiden välille muodostuu potentiaaliero eli jännite.

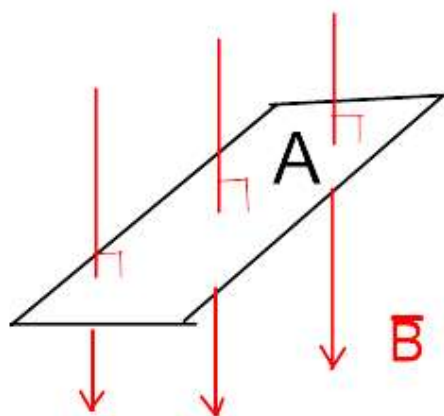
Tämä jännite aiheuttaa suljetussa virtapiirissä sähkövirran.



Simulaatio

Magneettivuon muutos induktioilmiön syynä

Magneettivuo



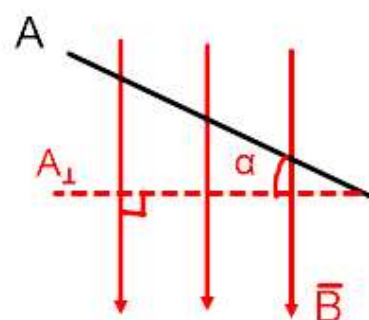
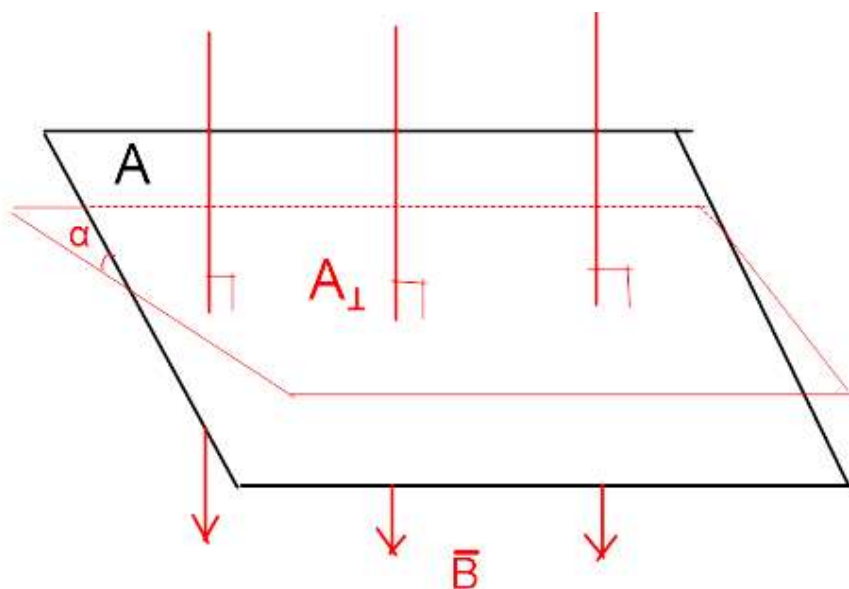
Kun kenttäviivat ovat tason normaalin suuntaisia, magneettivuo

"Fii"

$$\Phi = BA$$

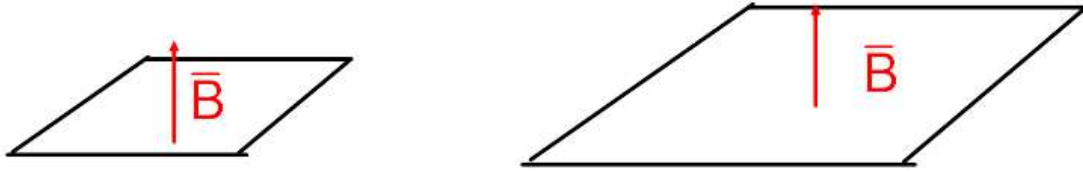
Jos pinta ei ole kohtisuorassa kenttäviivoihin nähden...

$$\Phi = BA_{\perp} = BA \cos \alpha$$



Muutetaan magneettivuota...

Muutetaan pinta-alaa



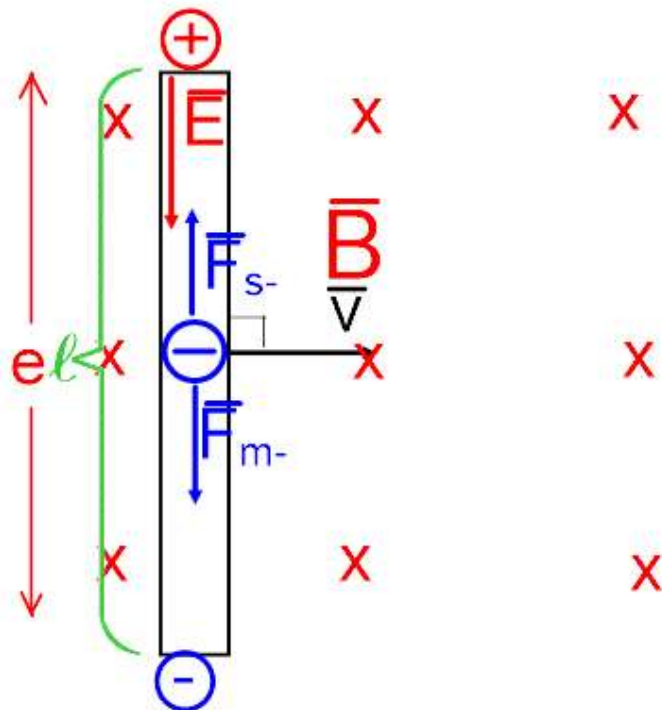
Muutetaan vuontiheyttä



Muutetaan kulmaa



7 Liikkuvaan suoraan johtimeen voi indusoitua jännite



Simulaatio

- tasapainotilassa $\bar{F}_{m-} + \bar{F}_{s-} = \bar{0}$
 eli $F_{m-} = F_{s-}$ eli
 $qvB = qE \mid E = e/l$

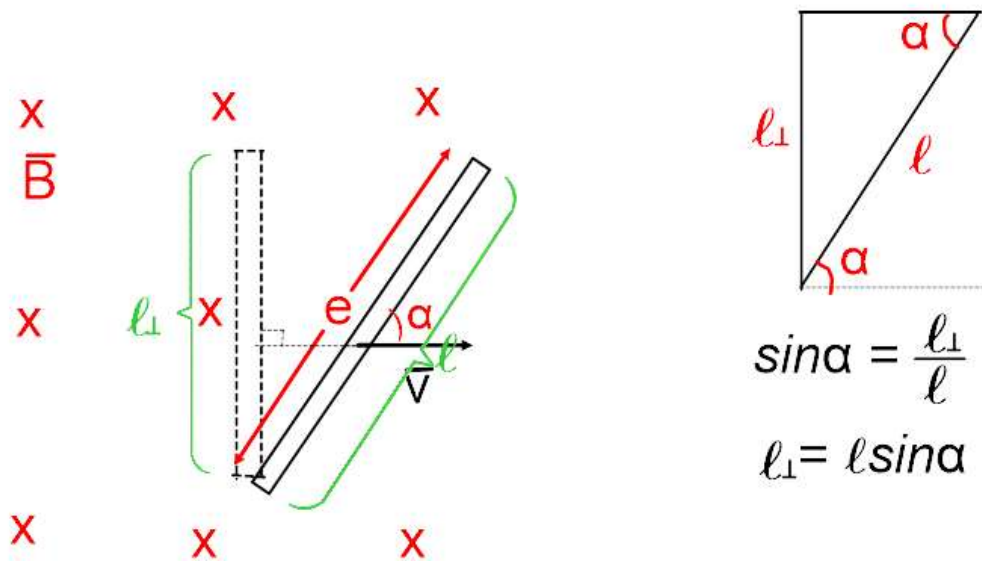
$$e = lvB$$

$$l \perp \bar{v} \perp \bar{B}$$

MAOL s.132

Tangon päiden välinen JÄNNITE

Jos tanko on vinossa liikesuuntaan nähden



Tangon päiden välille indusoituu jännite

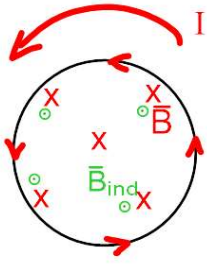
$$e = l_{\perp} v B = l \sin \alpha v B = \underline{l v B \sin \alpha} \quad \text{MAOL s.132}$$

Lenzin laki:

Induktiovirran suunta on sellainen, että sen vaikutukset vastustavat sitä magneettikentän muutosta, joka aiheutti induktion.

Mitä se tarkoittaa?????

ESIMERKKI



Kestomagneetti lähestyy pyöreän johdinsilmukan tasoa pohjoiskohtio edellä. Määritä induktiovirran suunta silmukassa.

Kun kestopagneetti lähestyy, \vec{B} :n suunta silmukan sisällä on TASOSTA SISÄÄN. Samalla \vec{B} KASVAA ja magneettivuo kasvaa.

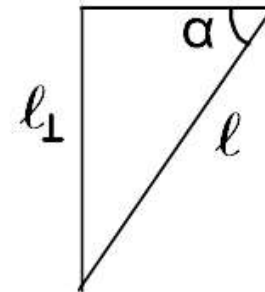
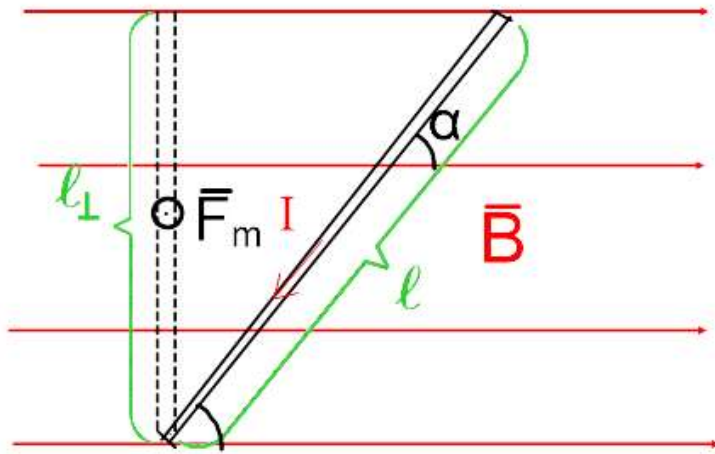
Induktiovirta tuottaa magneetti kentän \vec{B}_{ind} , joka vastustaa \vec{B} :n muutoksia.

Tämän induktiokentän suunta on TASOSTA ULOS.

Johtimen oikean käden sääntö:

Induktiovirta kulkee VASTAPÄIVÄÄN.

Jos johdin on vinossa kenttäviivoihin nähden, (ks. MAOL s.132)



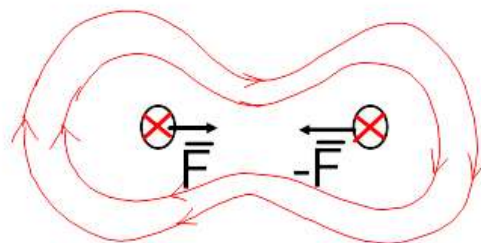
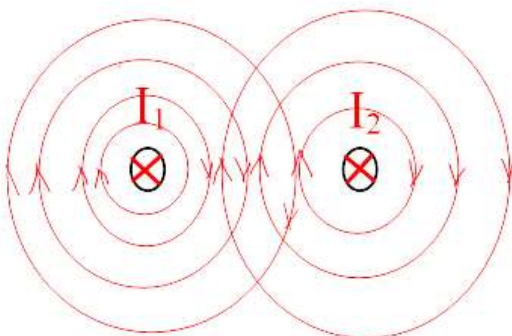
$$\sin \alpha = \frac{l_{\perp}}{l}$$

eli $l_{\perp} = l \sin \alpha$

$$F_m = I l B = I l B \sin \alpha$$

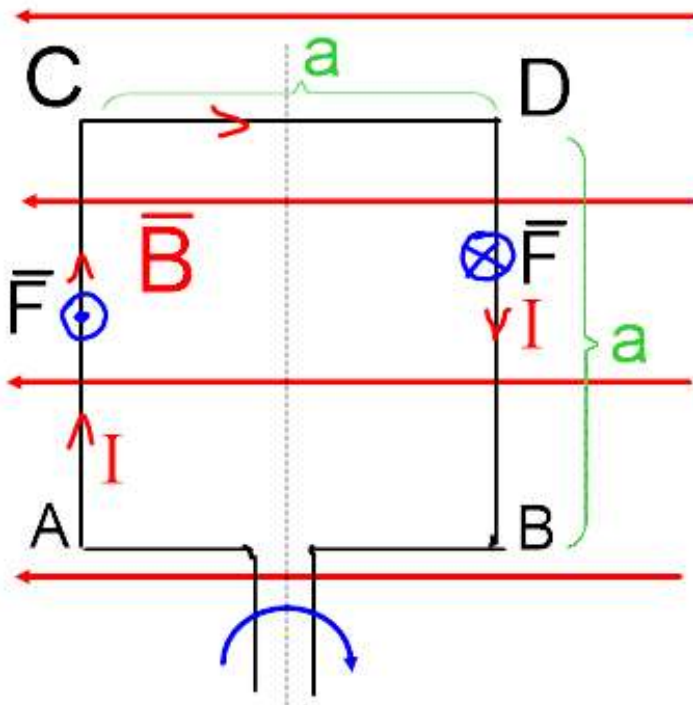
Yhdensuuntaista virtajohtimien välinen vuorovaikutus

Kaksi yhdensuuntaista johdinta tuntevat VETOVOIMAN, jos virrat kulkevat samaan suuntaan:

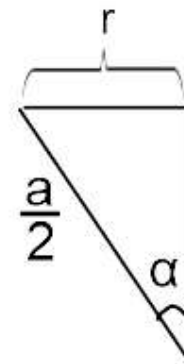
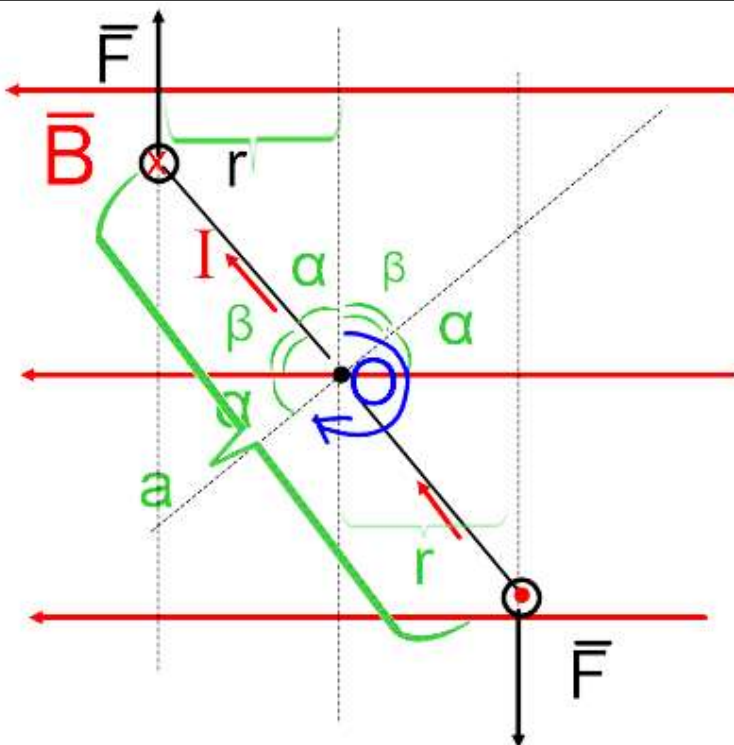


Voima on hylkivä, jos sähkövirrat kulkevat vastakkaisesti suuntiin.

Käämi ulkoisessa magneettikentässä



Silmukan
pinta-ala
 $A = a \cdot a = a^2$



$$\sin \alpha = \frac{r}{\frac{a}{2}} \quad r = \frac{a}{2} \sin \alpha$$

Käämiin kohdistuva voiman momentti on

$$M_o = 2Fr = 2 F \frac{a}{2} \sin \alpha = Fasina \quad |F = IaB$$

$$= IaBasina = IBa^2 \sin \alpha = IBAsina$$

$\underbrace{a^2}_{= A}$

Jos silmukoita on N kpl, kokonaismomentti on

$$M = NIBA \sin \alpha \quad \text{MAOL s. 132}$$

Momentti on suurin, kun $\sin \alpha = 1$ eli $\alpha = 90^\circ$. Silloin silmukan taso on kenttäviivojen suuntainen.

Vastaavasti momentti on nolla, kun $\sin \alpha = 0$ eli $\alpha = 0^\circ$, jolloin silmukan taso on kohtisuorassa kenttäviivoihin nähden.

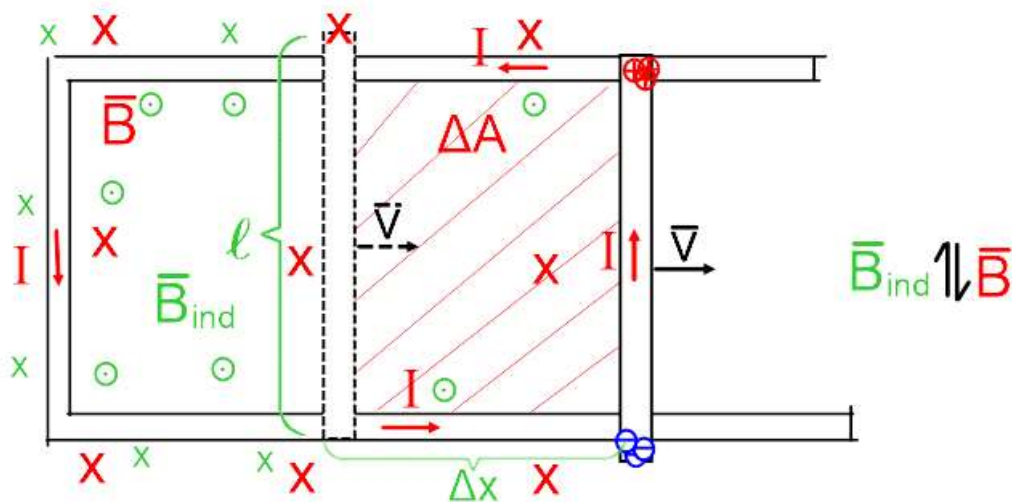
Magneettinen voima siis pyörittää!
Sovellukset:

- kiertokäämimittarit
- **tasavirtamoottorit**

8 Induktiolaki määrää lähdejännitteen

Simulaatio

Induktiolaki ja induktiojännite



- tankoa hinataan vakionopeudella \bar{v}
- kuljettu matka $\Delta x = v\Delta t$

pinta-alan muutos $\Delta A = l\Delta x = lv\Delta t$
magneettivuon muutos $\Delta\Phi = B\Delta A$ eli

$$\Delta\Phi = Bl\Delta x = Blv\Delta t = \underline{lvB\Delta t = e\Delta t}$$

= e = jännite

Siis $\Delta\Phi = e\Delta t$ eli $e = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

Merkkisopimus: $e = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

Lenzin laki: Induktiovirta vastustaa magneettivuon muutosta.

Tämä antaa KESKIMÄÄRÄISEN INDUKTIOJÄNNITTEEN.

Hetkellinen jännite saadaan erotus-
osamäärän raja-arvona eli aika-
derivaattana:

$$e(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Siis

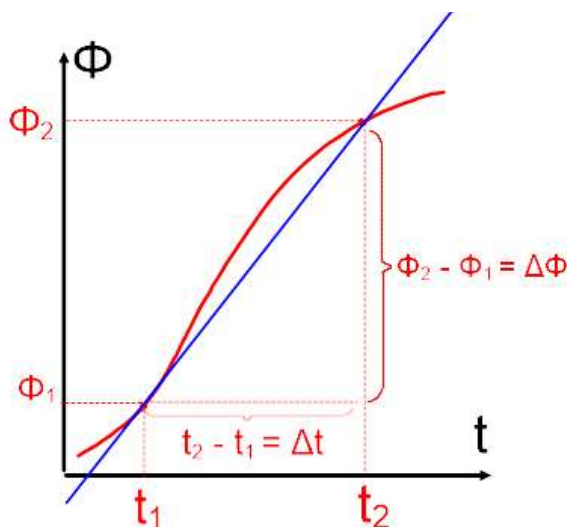
$$e_k = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} , \quad e(t) = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Keskimääräinen jännite

Hetkellinen jännite

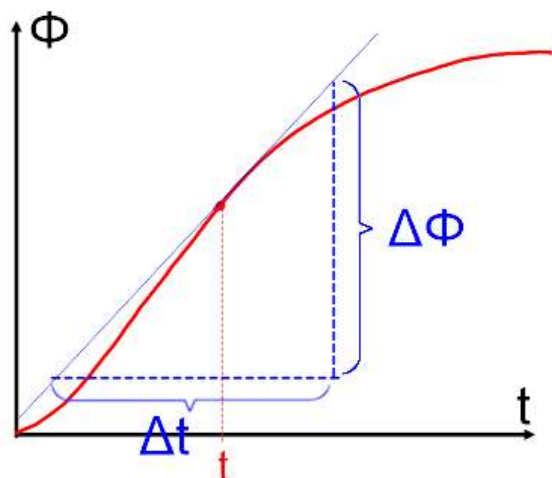
Induktiojännitteen graafinen määrittäminen

Keskimääräinen
jännite



$$e_k = - \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Hetkellinen
jännite

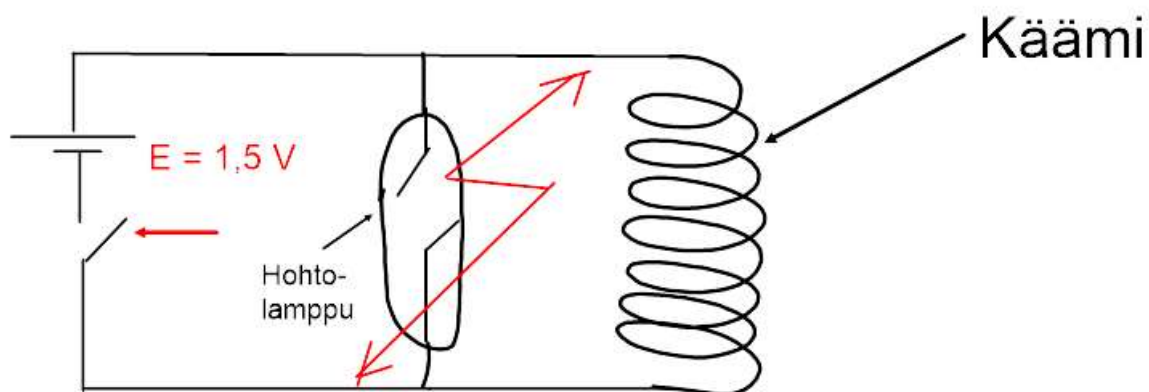


$$e(t) = - \frac{d\Phi}{dt}$$

9 Muuttuva magneettivuo synnyttää pyörrevirtoja

Jos johdekappale liikkuu muuttuvassa magneettikentässä, siihen indusoituu pyörrevirtoja. Pyörrevirrat pyrkivät Lentzin lain mukaisesti HIDASTAMAAN kappaleen liikettä. Samalla johdekappale lämpiää.

9+ Itseinduktio ja magneettikentän energia



Käämin sähkövirran vaihtelu aiheuttaa jännitepiikkejä. MIKSI?

- Selitys:
- käämi aiheuttaa magneettikentän
- kenttäviivat kulkevat käämin omien silmukoiden läpi
- muodostuu MAGNEETTIVUO $\Phi = BA_{\perp}$
- sähkövirran muuttuessa magneettivuo muuttuu
- syntyy induktiojännite

$$e_k = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Käämin magneettivuo on yleensä suoraan verrannollinen sähkövirtaan I eli

$$\Phi = LI,$$

missä L = käämin INDUKTANSSI eli käämin rakenteesta riippuva vakio Silloin

$$\Delta \Phi = \Delta(LI) = L\Delta I, \quad \text{sillä } L = \text{vakio ja}$$

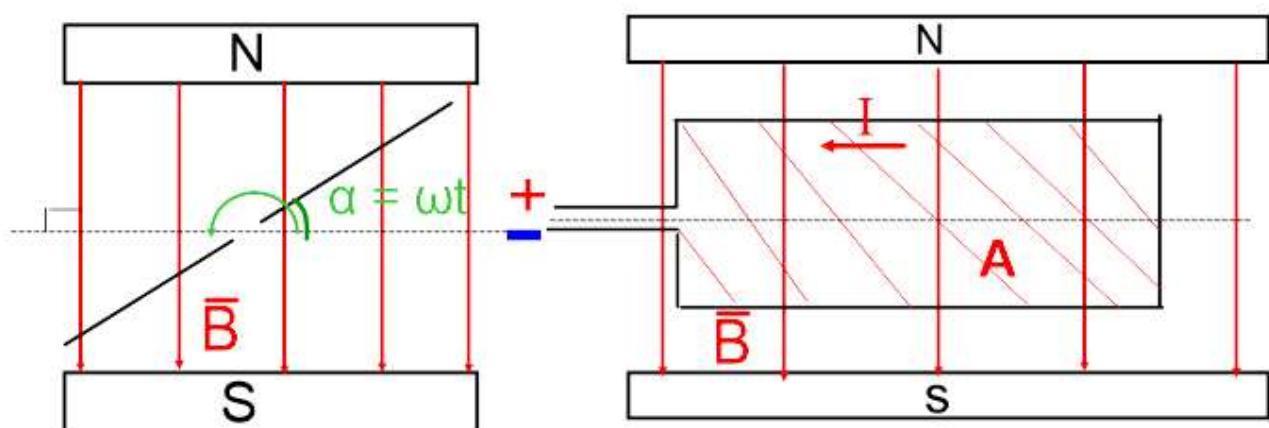
$$e_k = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{L\Delta I}{\Delta t} = - L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Induktanssin yksikkö:

$$e_k = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad L = -\frac{e_k \Delta t}{\Delta I}$$

Silloin $[L] = \frac{[e_k][\Delta t]}{[\Delta I]} = \frac{1V \cdot 1s}{1A} = 1 \frac{Vs}{A} = 1H$
(henry)

10 Generaattori tuottaa vaihtojännitettä



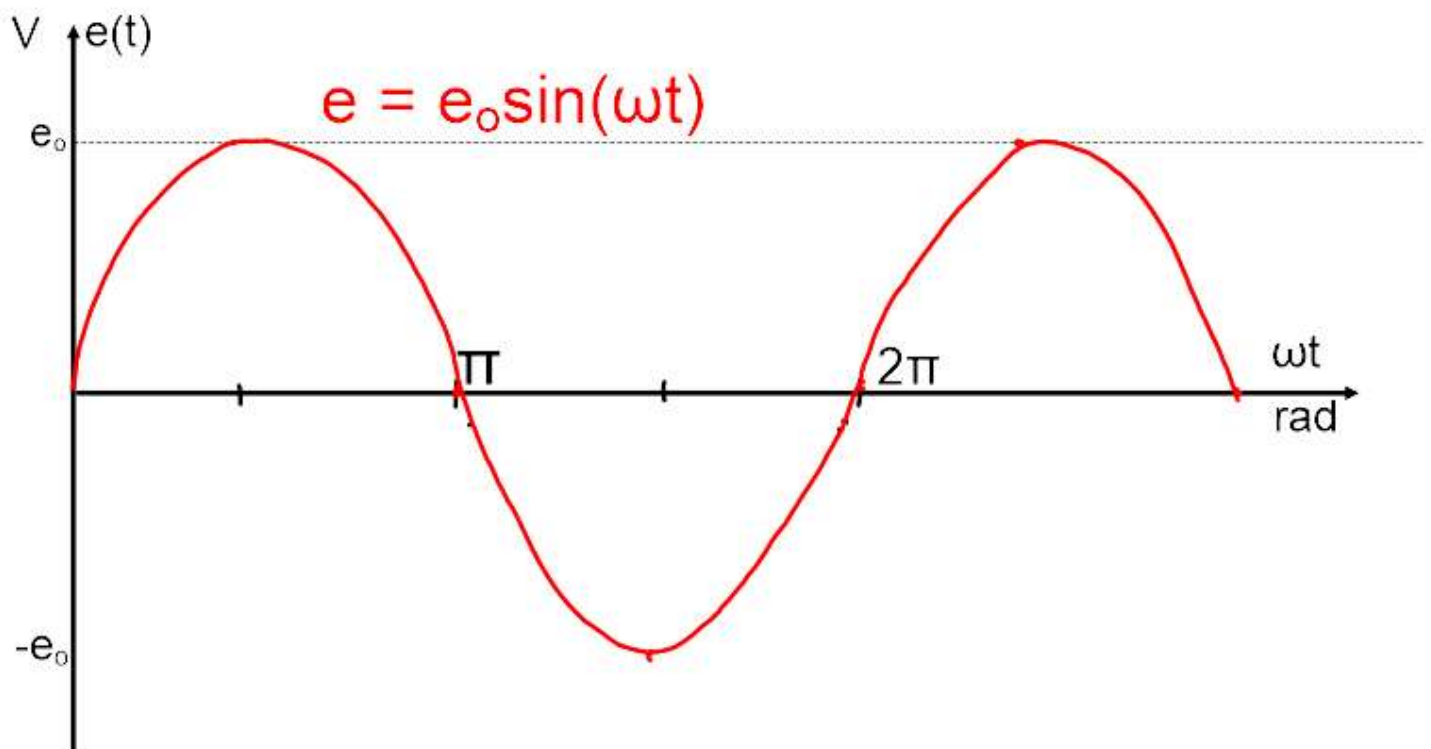
Pyöritetään johdinsilmukkaa (pinta-ala = A) vakioikulmanopeudella ω homogeenisessa magneettikentässä \vec{B}

Silmukkaa pyörittämällä muodostuu jaksollisesti muuttuva magneettivuo

$$\Phi = BA_{\perp} = BA \cos \alpha = BA \cos(\omega t)$$

Hetkellinen jännite

$$\begin{aligned} e(t) &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} (BA \cos(\omega t)) \\ &= -BA \frac{d(\cos(\omega t))}{dt} = -BA(-\sin(\omega t)) \cdot \omega \\ &= \underbrace{BA\omega}_{e_0} \sin(\omega t) = e_0 \sin(\omega t) \end{aligned}$$



Jos generaattorin jännite ohjataan suljettuun virtapiiriin, saadaan ajan suhteen muuttava sähkövirta (=VAIHTOVIRTA)

$$i = i(t) = \frac{e(t)}{R} = \frac{e_0 \sin(\omega t)}{R} = i_0 \sin(\omega t)$$

i_0 = sähkövirran huippuarvo, joka riippuu jännitteen huippuarvosta e_0 ja resistanssista R .

Usein kulmanopeus ω kirjoitetaan taajuuden f avulla:

$$\omega = 2\pi f$$

Silloin $e(t) = e_0 \sin(\omega t) = e_0 \sin(2\pi f t)$.

Lisäksi $f = \frac{1}{T}$, joten

$$e(t) = e_0 \sin(2\pi f t) = e_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right).$$

11 Vaihtojännite synnyttää vaihtovirran

Peruskäsitteitä:

Sinimuotoinen vaihtojännite:

$$e(t) = e_0 \sin(\omega t) = e_0 \sin(2\pi f t) = e_0 \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

e_0 = jännitteen huippuarvo

ωt = vaihekulma

T = jaksonaika

Verkkojännitteen taajuus $f = 50,00$ Hz.

(Tarkka!)

Taajuus $f = \frac{1}{T}$

Vaihtovirran ja -jännitteen huippuarvot ja teholliset arvot

Merkinnät:

u_0 = vaihtojännitteen HUIPPUARVO

U = vaihtojännitteen TEHOLLISARVO
(= tietyllä tavalla määritelty aikakeskiarvo)

Vastaavasti

i_0 = vaihtovirran huippuarvo

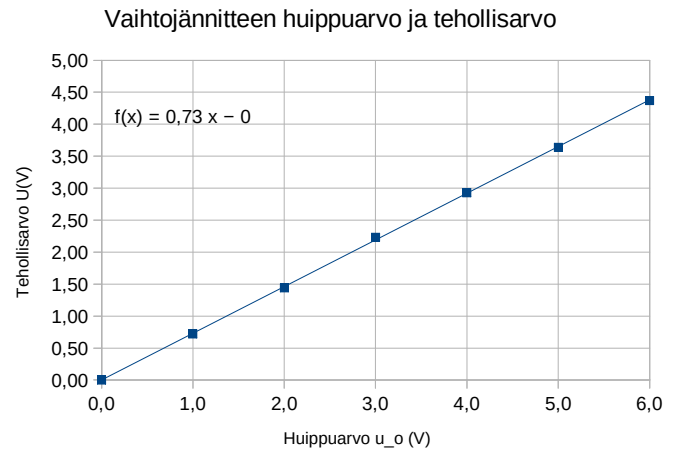
I = vaihtovirran tehollisarvo

Huippuarvo mitataan oskilloskoopilla.
Yleismittarit näyttävät yleensä suoraan tehollisia arvoja.

Jännitteen huippuarvon ja tehollisarvon yhteys

u_o = huippuarvo, U = tehollisarvo

u_o (V)	U (V)
0,0	0,00
1,0	0,72
2,0	1,44
3,0	2,23
4,0	2,93
5,0	3,64
6,0	4,37

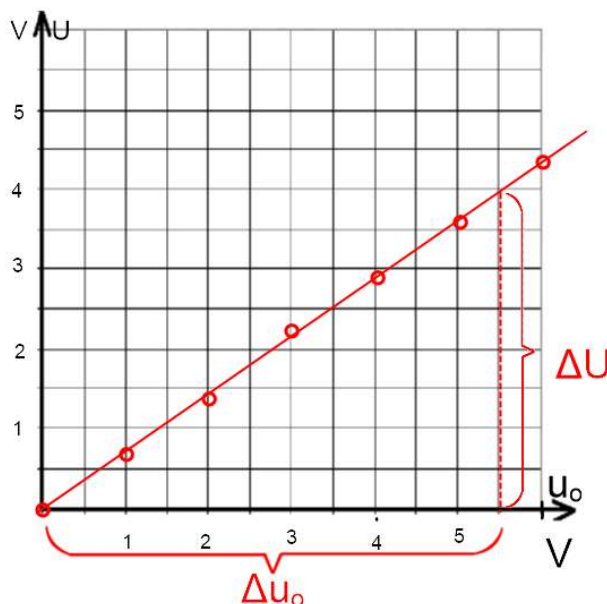


Huippuarvo mitataan oskilloskoopilla.
Yleismittarit näyttävät yleensä suoraan tehollisia arvoja.

Jännitteen huippuarvon ja tehollisarvon yhteys

u_o = huippuarvo, U = tehollisarvo

u_o (V)	U (V)
0,00	0,00
1,00	0,72
2,00	1,44
3,00	2,23
4,00	2,93
5,00	3,64
6,00	4,37



Johtopäätös: $U = ku_o$ eli verrannollisuuskerroin saadaan kulmakertoimesta

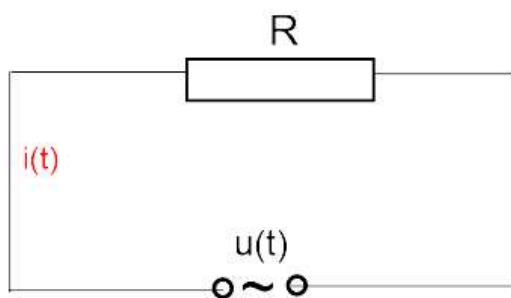
$$k = \frac{\Delta U}{\Delta u} \approx 0,73.$$

Teoriassa $k_{\text{Teor}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71.$

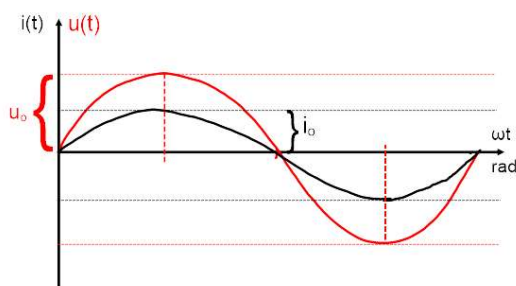
Tehollisarvojen ja huippuarvojen välinen on siis seuraava yhteys:

$$U = \frac{u_o}{\sqrt{2}}, \quad I = \frac{i_o}{\sqrt{2}}$$

Vastus vaihtovirtapiirissä



Oleellista: Virta ja jännite ovat SAMASSA VAIHEESSA:



Samalla ajanhetkellä saavutetaan

- nollakohdat
- maksimit ja
- minimiit

Määritellään vaihtovirtapiirin IMPEDANSSI

$$Z = \frac{u_o}{i_o}$$

$$\text{eli } u_o = Zi_o \cdot \sqrt{2} \quad \text{ja} \quad \frac{u_o}{\sqrt{2}} = Z \frac{i_o}{\sqrt{2}}$$

$$\text{eli } \boxed{U = ZI}$$

Jos piirissä on vain resistanssia, niin

$Z = R$ ja virtapiirille on voimassa

$$\text{ehdot } u_o = Ri_o, \quad U = RI$$

Huippuarvoja

Tehollisarvoja

Vaihtovirtapiirin impedanssi

Vaihtovirtapiireissä virtaa rajoittava ominaisuus eli IMPEDANSSI Z on resistanssia yleisempi käsite ja se toteuttaa yhtälöt

$$\boxed{u_o = Zi_o}$$

Pätee huippuarvoille ja

$$\boxed{U = ZI}$$

Pätee tehollisarvoille

Impedanssin avulla voidaan määrittää esim. kondensaattorin kapasitanssi tai käämin virranmuutosherkkyttä kuvaava ominaisuus eli INDUKTANSSI L .

Mittaus on helppo toteuttaa yleismittarien avulla 50 Hz verkkojännitettä käyttäen, jolloin $\omega = 2\pi f$ ja $f = 50,00$ 1/s.

Jos vaihtovirtapiirissä on vain resistiivinen vastus,

$$Z = Z_R = R$$

Käämi ja vaihtovirtapiiri:

$$Z = Z_L = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

L = käämin induktanssi,

R = käämilangan resistanssi

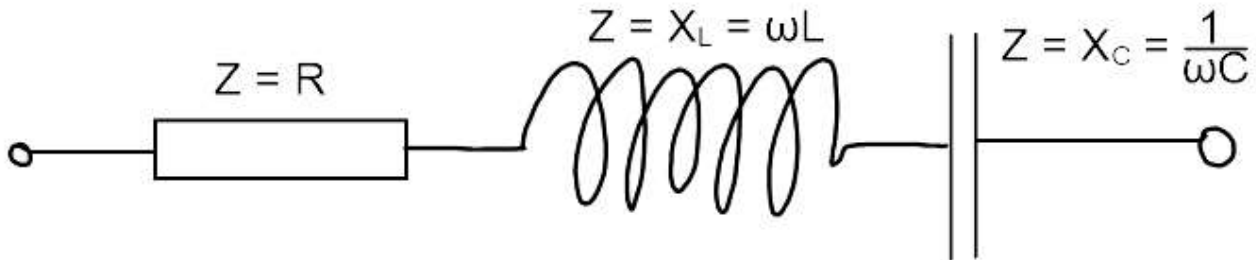
Kondensaattori ja vaihtovirtapiiri:

$$Z = Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

C = kondensaattorin kapasitanssi

Vastus, käämi ja kondensaattori sarjassa:

X = reaktiivinen impedanssi eli REAKTANSSI



$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\text{eli } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \text{MAOL s.133}$$

ESIMERKKI: Käämin resistanssi ja impedanssi

Analysointi:

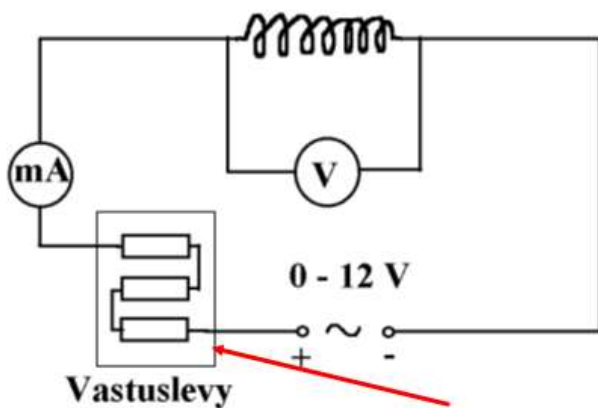
$R = 11,0 \, \Omega$

$Z = 91,0 \, \Omega$

$I_{DC} \text{ (A)}$	$U_{DC} \text{ (V)}$	$I_{AC} \text{ (A)}$	$U_{AC} \text{ (V)}$
0,010	0,114	0,010	0,945
0,020	0,226	0,020	1,850
0,030	0,338	0,030	2,71
0,040	0,450	0,040	3,65
0,050	0,565	0,050	4,57
0,060	0,676	0,060	5,51
0,070	0,790	0,070	6,43

Käämi vaihtovirtapiirissä

KytKentä:



Sähkövirran rajoitin

- mittaa käämin jännitehäviö tasavirralla (DC) käyttäen virta-aluetta (0 - 100) mA
- vaihda mittarit ja jännitelähde vaihtovirta-alueelle (AC) ja mittaa vastaavat vaihtojännitehäviöt

Taulukointi:

I_{DC} (mA)	U_{DC} (V)	I_{AC} (mA)	U_{AC} (V)
0	0,00	0	0,00
10	0,12	10	0,92
20	0,25	20	1,85
30	0,37	30	2,75
40	0,50	40	3,70
50	0,63	50	4,60
60	0,75	60	5,50
70	0,88	70	6,44
80	1,00	80	7,40
90	1,12	90	8,25
100	1,26	100	9,20

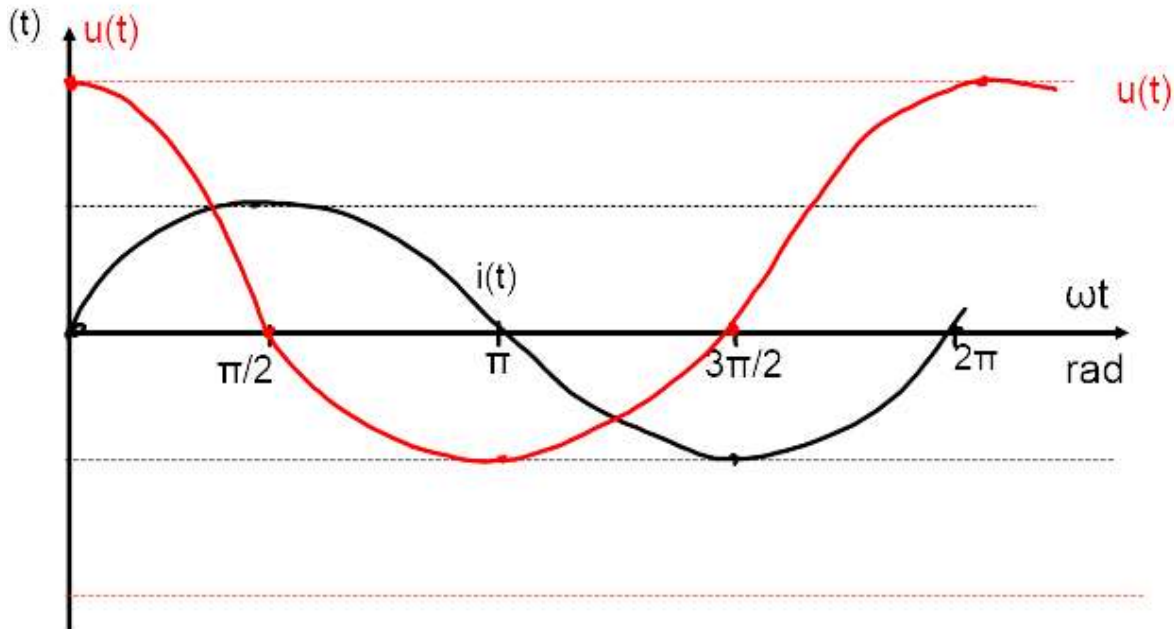
$$R = 12,56 \Omega$$

$$Z = 91,95 \Omega$$

Piirrä tulokset samaan kuvaan.

Käämi vaihtovirtapiirissä

Oleellista: Jännite on "virran edellä":



Käämin virtaa rajoittava erikoisominaisuus on
INDUKTIIVINEN REAKTANSSI

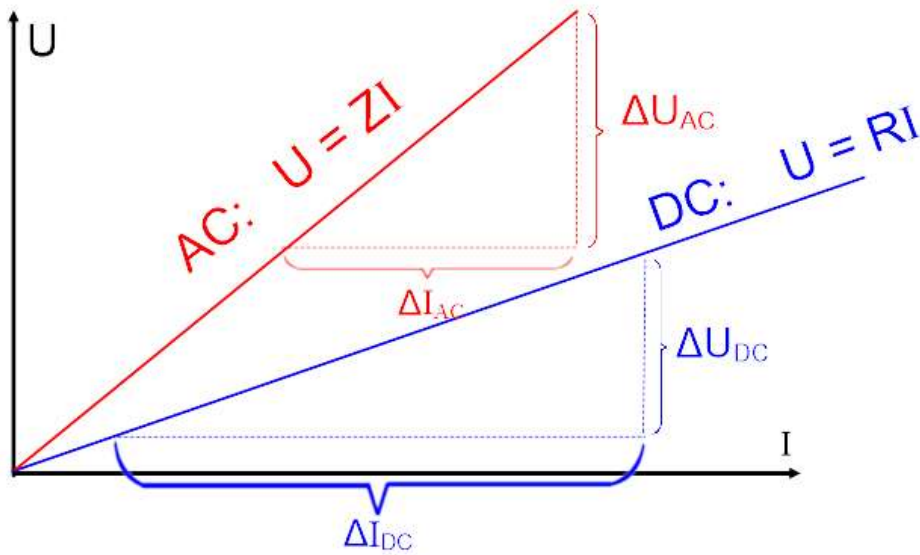
$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

$$[X_L] = [f][L] = \frac{1}{\cancel{s}} \cdot 1 \frac{Vs}{A} = 1V/A = 1\Omega \text{ (ohmi)}$$

Käämin IMPEDANSSI

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\omega = 2\pi f, f = 50 \text{ 1/s}$$



$$R = \frac{\Delta U_{DC}}{\Delta I_{DC}}$$

$$Z = \frac{\Delta U_{AC}}{\Delta I_{AC}}$$

$$f = 50,0 \text{ 1/s}, \quad \omega = 2\pi f$$

Tyypillisiä tuloksia:

$$R \approx 12,56 \, \Omega = 12,56 \text{ V/A}$$

$$Z \approx 91,95 \, \Omega = 91,95 \text{ V/A}$$

Tiedetään:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad | \quad X_L = \omega L \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad | \quad ()^2 \quad Z^2 = R^2 + \omega^2 L^2$$

$$\omega^2 L^2 = Z^2 - R^2 \quad | \sqrt{\quad} \quad \omega L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f}$$

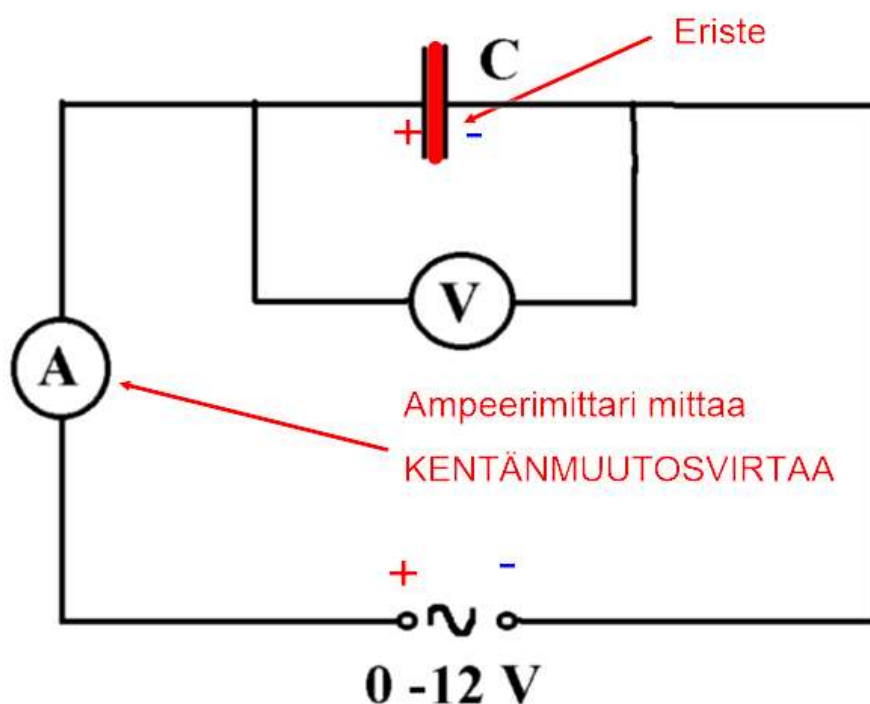
$$= \frac{\sqrt{91,95^2 \text{ V}^2/\text{A}^2 - 12,56^2 \text{ V}^2/\text{A}^2}}{2\pi \cdot 50 \text{ 1/s}}$$

$$\approx 0,2899 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \approx \underline{\underline{290 \text{ mH}}}$$

H

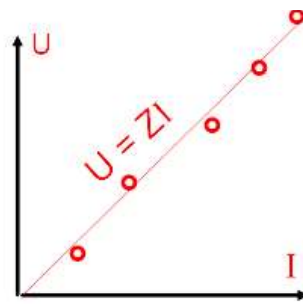
Kondensaattori vaihtovirtapiirissä

KytKentä:



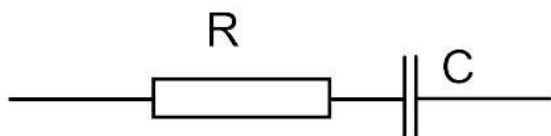
Taulukointi:

$I_{AC}(mA)$	$U_{AC}(V)$
0,00	0,00
0,50	1,50
1,00	2,98
1,50	4,40
2,00	5,85
2,50	7,29
3,00	8,73
3,50	10,14
4,00	11,54
4,50	12,90



Tulosten perusteella
 $Z \approx 2868 \text{ V/A} = 2868 \Omega$.

Kondensaattorin impedanssi



$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

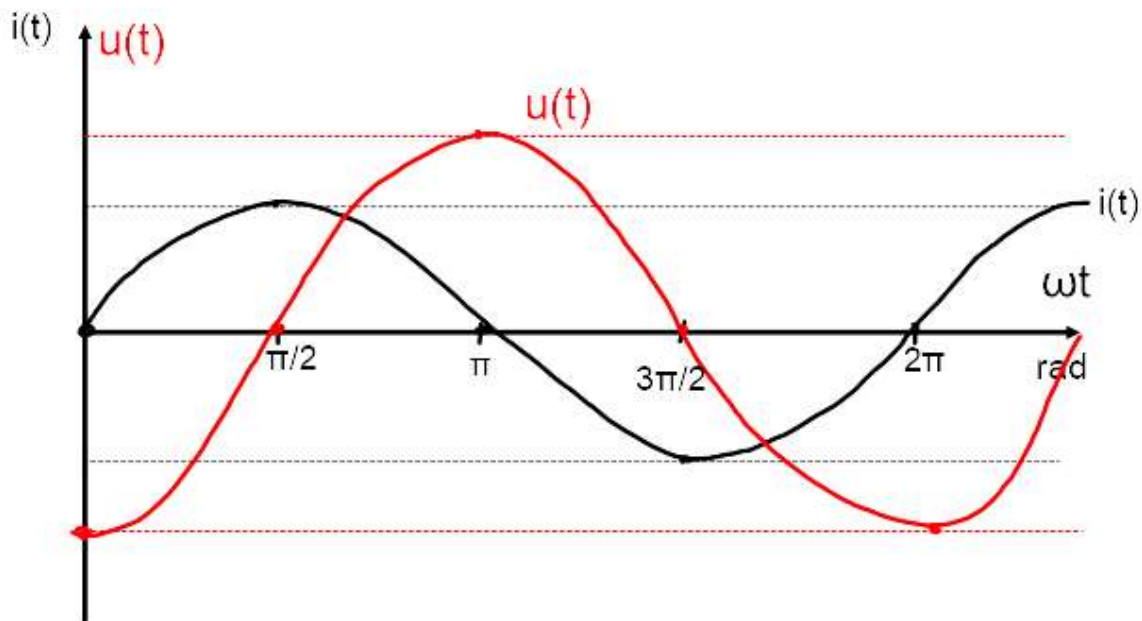
$$X_C = \text{kapasitiivinen reaktanssi} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$\text{Yleensä } R \approx 0, \text{ joten } Z = \sqrt{\frac{1}{\omega^2 C^2}} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

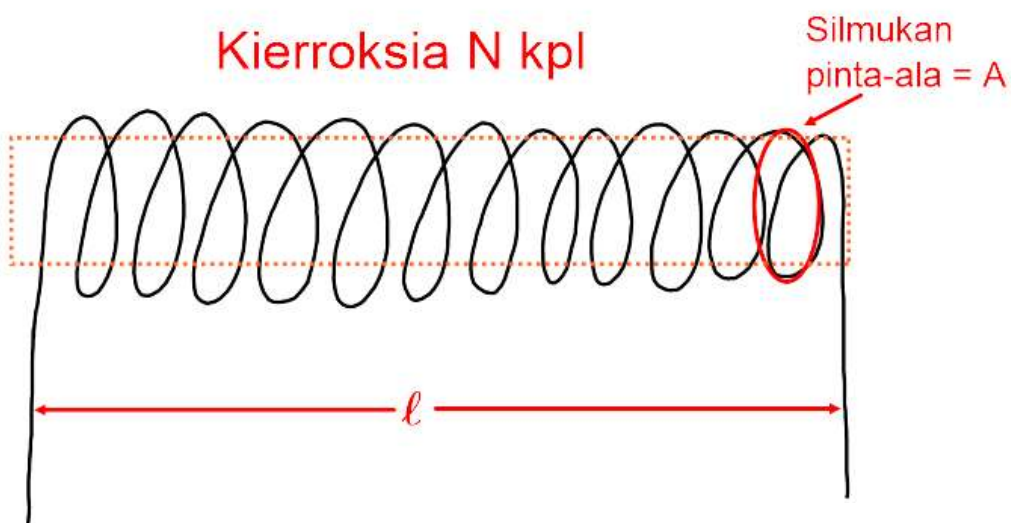
Yleismittari:
 $C = 1,02 \mu\text{F}$.

$$\begin{aligned} \text{Silloin } C &= \frac{1}{2\pi f Z} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ 1/s} \cdot 2868 \text{ V/A}} \\ &\approx 1,110 \cdot 10^{-6} \text{ As/V} \approx \underline{1,1 \mu\text{F}}. \end{aligned}$$

Kondensaattoriapiirissä "jännite on jäljessä":



Käämin induktanssin likimääräinen kaava:



$$L \approx \frac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{l}$$

MAOL s. 133

ESIMERKKI

$$\ell = 65\text{mm}$$

$$A = 9,0\text{ cm}^2 = 9,0 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2$$

$$N = 12000$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{ Vs/Am}, \mu_r = 1,0$$

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{\ell} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\text{ Vs/Am} \cdot 1,0 \cdot 12000^2 \cdot 9,0 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2}{0,065\text{ m}}$$

$$\approx 2,5055\text{ Vs/A} \approx 2,5\text{ H}$$

Yksi henry on suuri yksikkö...

11++ Magneettikentän energia

Käämi vastustaa (Lenzin lain mukaisesti) sitä, että siihen yritetään kytkeä sähkövirta. Sähkövirran kytkemiseksi on TEHTÄVÄ TYÖTÄ. Tehty työ jää talteen magneettikentän energiaksi:

$$E_B = \frac{1}{2}LI^2$$

$$\text{Vrt. } E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

12 Sähkön välityksellä siirretään energiaa

Muuntaja

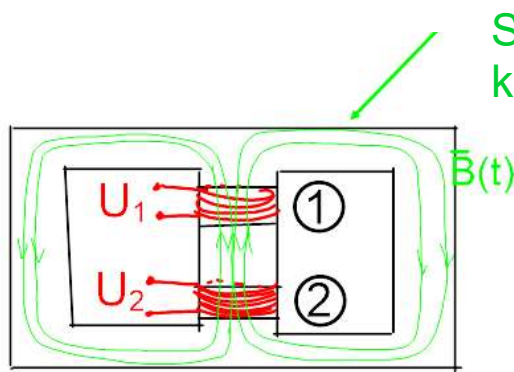
Ongelma: Miten verkkojännite muunnetaan pieneksi tasajännitteeksi?

Tarvitaan

- muuntaja
- tasasuuntaaja ja
- suodatus

Simulaatio toimintaperiaatteesta

1. Muuntaja



Sama magneettivuo kulkee kummankin käämin läpi

Käämi 1: N_1 kierrosta

Käämi 2: N_2 kierrosta

$$U_1 = N_1 \left(- \frac{d\Phi}{dt} \right) \quad U_2 = N_2 \left(- \frac{d\Phi}{dt} \right)$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1 \left(- \frac{d\Phi}{dt} \right)}{N_2 \left(- \frac{d\Phi}{dt} \right)} = \frac{N_1}{N_2},$$

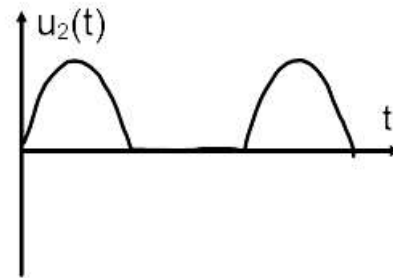
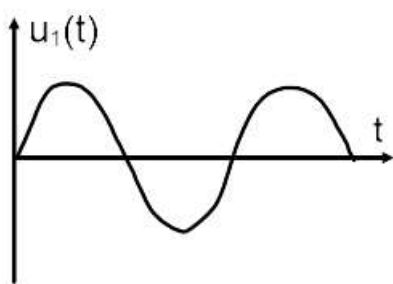
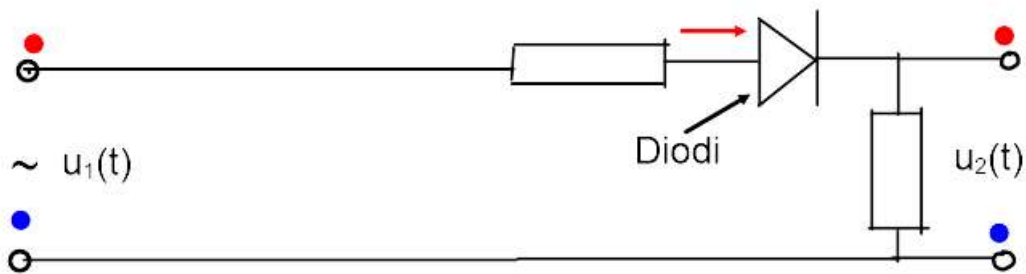
siis

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

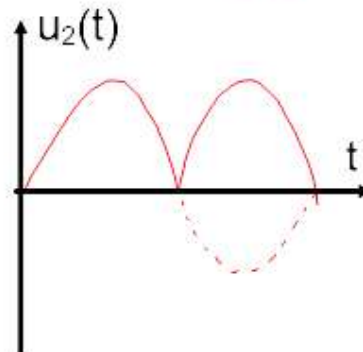
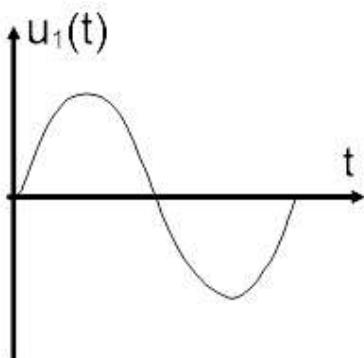
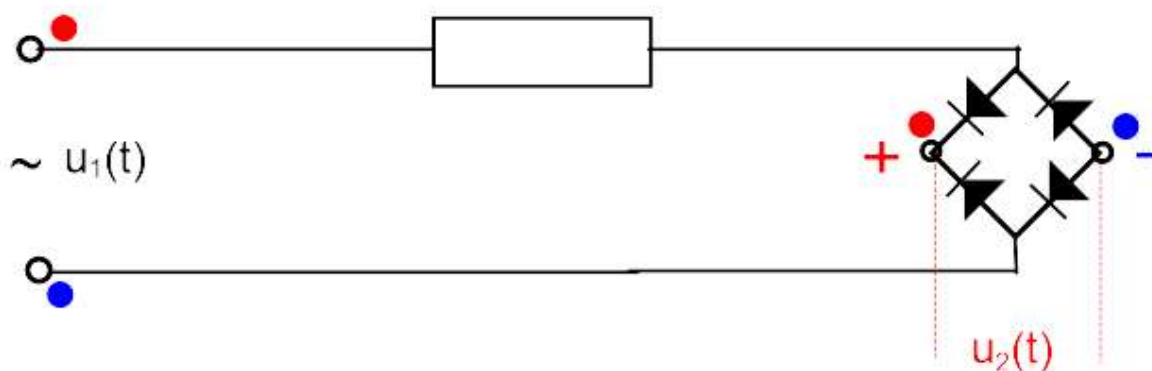
2. Tasasuuntaus

2.1 Puoliaaltotasasuuntaaja

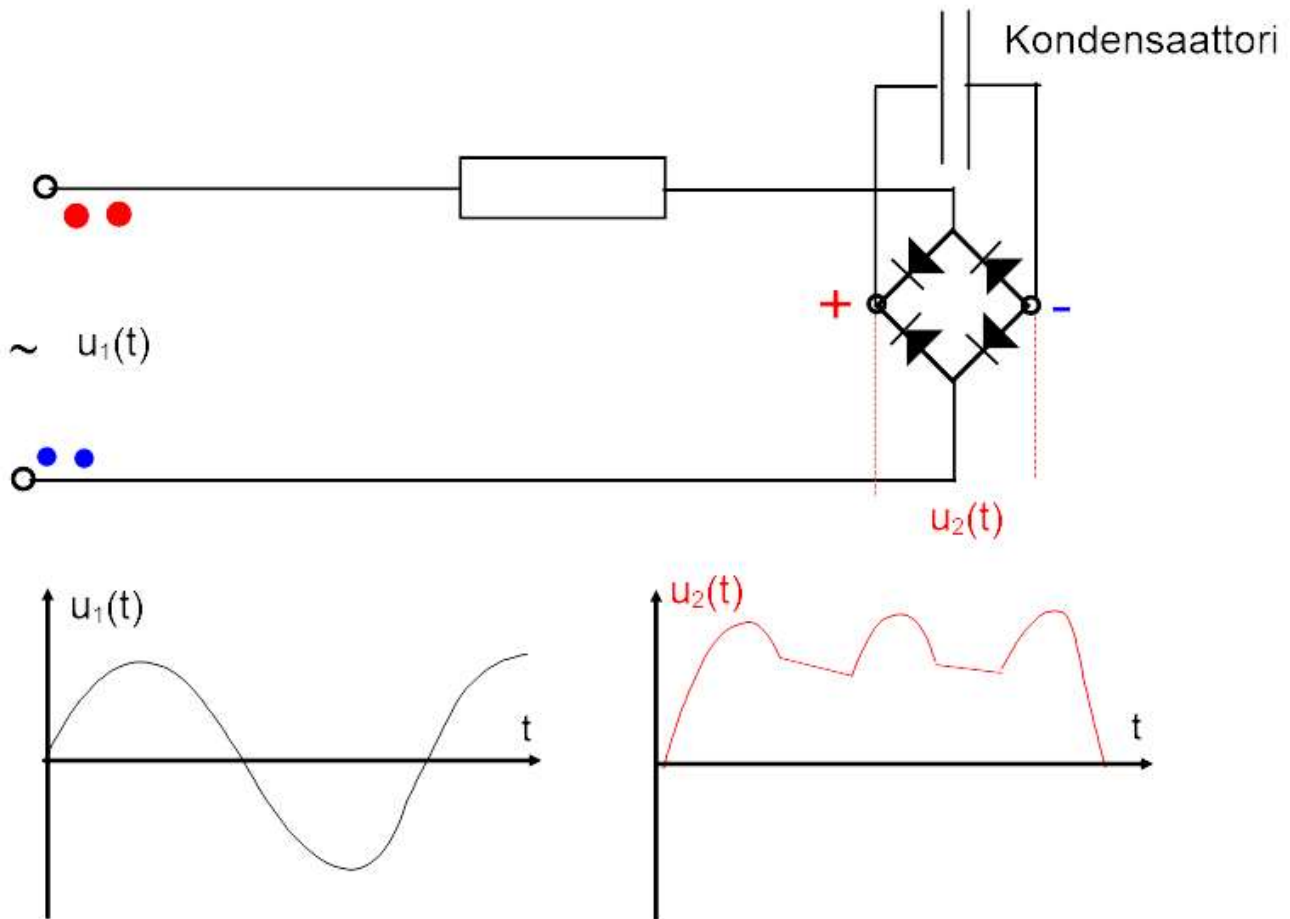
Sähkövirran ainoa mahdollinen suunta



2.2 Kokoaaltotasasuuntaaja



3. Kokoaaltotasasuuntaaja + suodatus

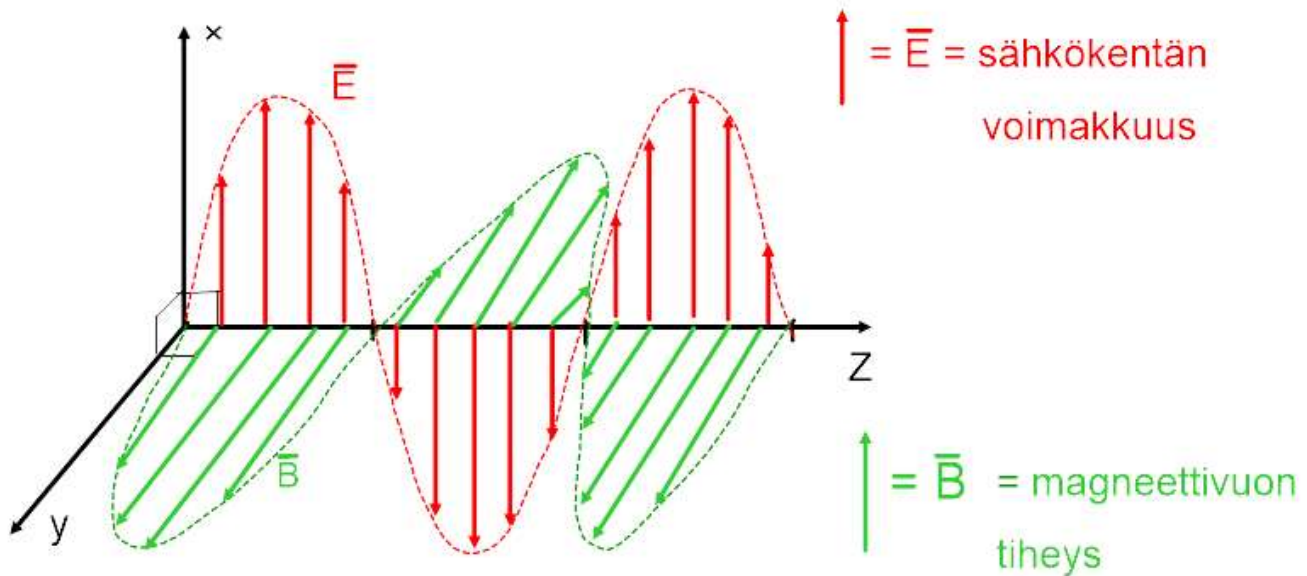


13 Sähkömagneettinen säteily

Työnjako:

- sähkövarauksiin liittyy aina Coulombin voima
- liikkuviin sähkövarauksiin (sähkövirtoihin) liittyy aina magneettinen voima (tämän kurssin uusi asia)
- kiihtyvässä tai hidastuvassa liikkeessä oleva varattu hiukkanen lähettää sähkömagneettista säteilyä, esimerkiksi valoa

- silloin sähkökenttä (\vec{E}) ja magneettikenttä (\vec{B}) kytkeytyvät toisiinsa ja muodostavat aallon etenemissuunnan kanssa ”oikeakätisen systeemin” Ks. animaatio



Säteilyn laji	Säteilyn aiheuttaja	Aallonpituusalue	Ominaisuuksia
Radioaallot	Värähtelypiirit	10 cm – 10 km	Etenevät ilman väliainetta
Mikroaallot	Pyörivät molekyylit	1 mm – 1 m	Tutka- ja kännykkäaaltoja
Lämpösäteily	Värähtelevät molekyylit	1 μm – 1 mm	Aistitaan lämpönä
Näkyvä valo	Elektronisiirtymät ¹	380 nm - 800 nm	Havaitaan näköaistin avulla
UV-säteily	Elektronisiirtymät ²	1 nm – 380 nm	Vaurioittaa mm. ihoa
Röntgensäteily	Elektronisiirtymät ³	10 pm - 1nm	Läpituokeaa säteilyä, tuhoaa eläviä soluja
Gammasäteily	Ytimen viritykset	10 fm – 10 pm	Läpituokeaa säteilyä, tuhoaa eläviä soluja

¹Keveiden alkuaineiden atomien uloimmilla elektronikuorilla

²Keskiraskaiden alkuaineiden atomien uloimmilla elektronikuorilla

³Raskaiden alkuaineiden atomien sisimmillä elektronikuorilla

14 Valo sähkömagneettisena aalto- liikkeenä

Työnjako:

- sähkövarauksiin liittyy aina Coulombin voima
- liikkuviin sähkövarauksiin (sähkövirtoihin) liittyy aina magneettinen voima (tämän kurssin uusi asia)
- kiihtyvässä tai hidastuvassa liikkeessä oleva varattu hiukkanen lähettää sähkö-
magneettista säteilyä, esimerkiksi valoa

Valkoisen valon spektri ja DISPERSIO

IDEA: Aaltoliikkeen eri aallonpituudet etenevät väliaineessa eri tavalla.

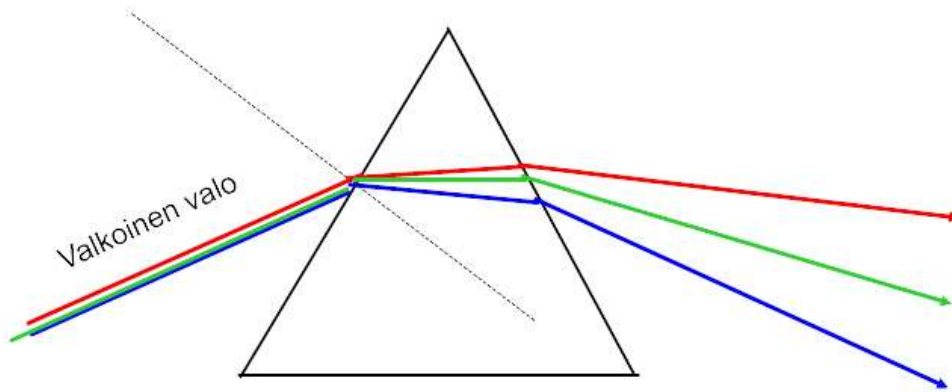
Seuraus: Monia värejä eli aallonpituuksia sisältävä VALKOINEN VALO hajaantuu eri väreihin.

Punainen valo: $\lambda \approx 700$ nm.

Violetti valo: $\lambda \approx 400$ nm.

Dispersio prismassa:

Simulaatio

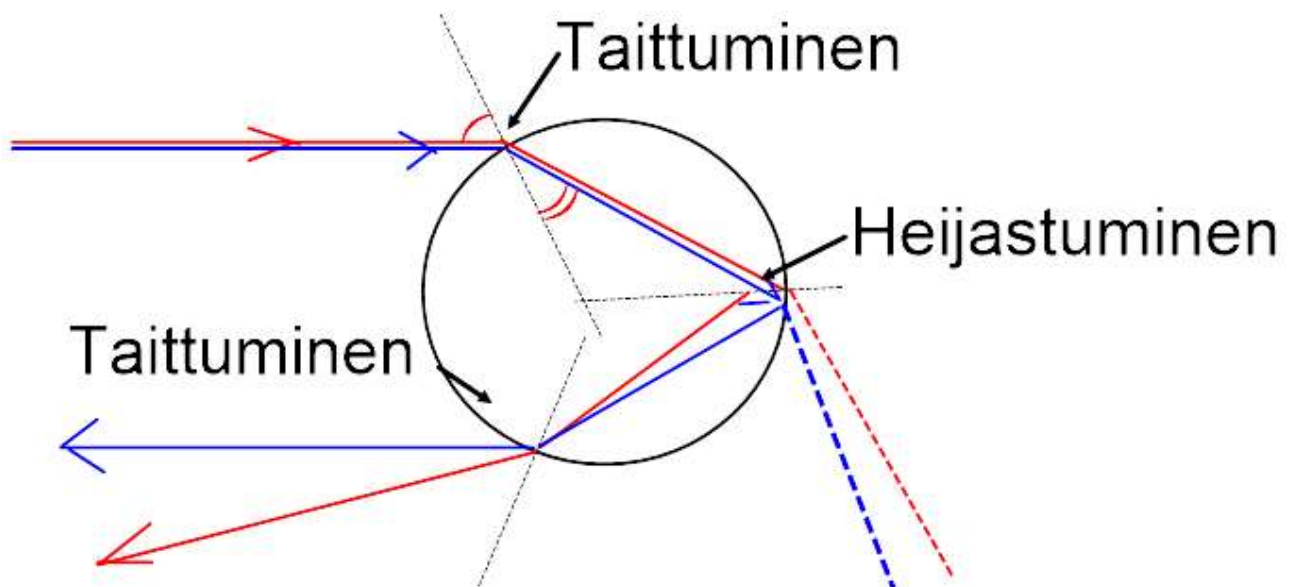


Geogebra-appletti

Lyhin aallonpituus muuttaa suuntaansa eniten.

Syy: Taitekerroin riippuu aallonpituudesta siten että pienintä aallonpituutta (= SININEN VALO) vastaa suurin taitekerroin.

Sateenkaaren syntymekanismi: Valo taittuu ja heijastuu vesipisaroissa:



Lopputulos: Eri värit erottuvat!

Valo ja muu sähkömagneettinen säteily toteuttaa aaltoliikkeen perusyhtälön

$$c = \lambda f.$$

Valon etenemisnopeus tyhjiössä

$$c_0 \approx 2,997 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\approx 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$= 300000 \text{ km/s}$$

Miten valon voimakkuutta mitataan?

VALOVIRTA Φ (= "Fii")

- mitataan valotehoa, joka suhteutetaan ihmisen silmän herkkyyteen (vrt. foniasteikko)
- $[\Phi] = 1 \text{ lm (lumen)}$

VALAISTUSVOIMAKKUUS E

$$\text{Valaistusvoimakkuus} = \frac{\text{Valovirta}}{\text{Pinta-ala}}$$

Kaava:
$$E = \frac{\Phi}{A}$$

Valaistusvoimakkuuden yksikkö:

$$[E] = \frac{[\Phi]}{[A]} = \frac{1\text{lm}}{1\text{m}^2} = 1\text{lx (luksi)}$$

Sopiva työhuoneen valaistusvoimakkuus on 500 lx -2000 lx.

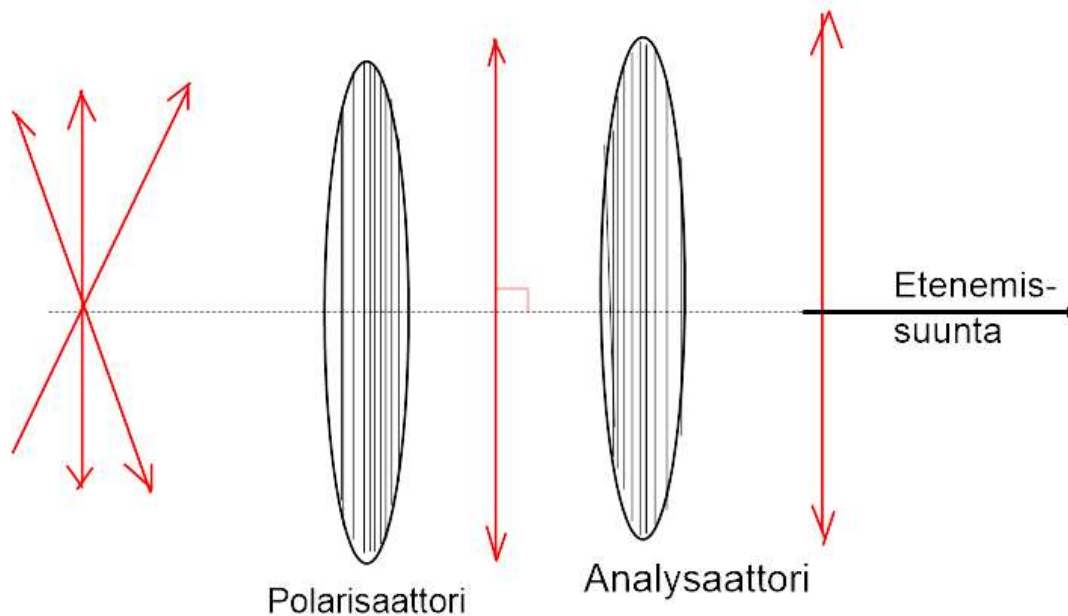
VALOVOIMA I

- SI-järjestelmän perussuure
- kuvaa valonlähteen kirkkautta

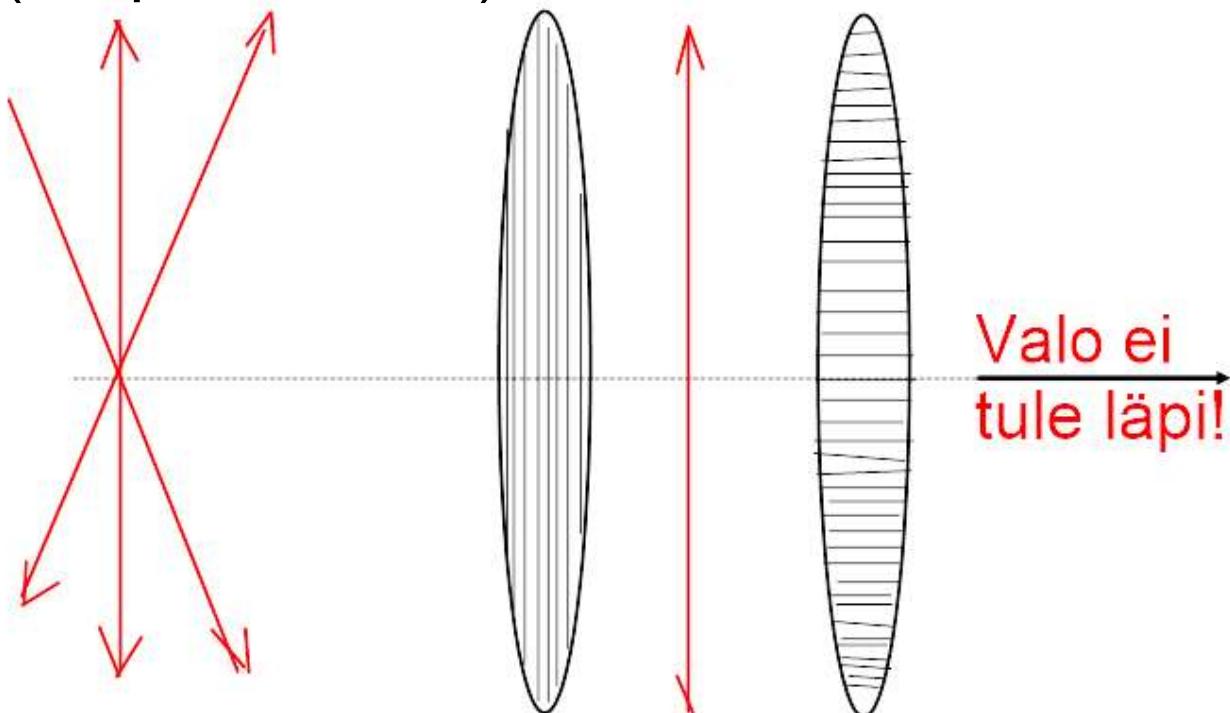
$$[I] = 1\text{cd (kandela)}$$

Polarisaatio

- Sähkö- ja magneettikentän värähdysuuntaa rajoitetaan



- jos polarisaattori ja analysaattori ovat ristikkäin, valo ei pääse läpi (ristipolarisaatio):

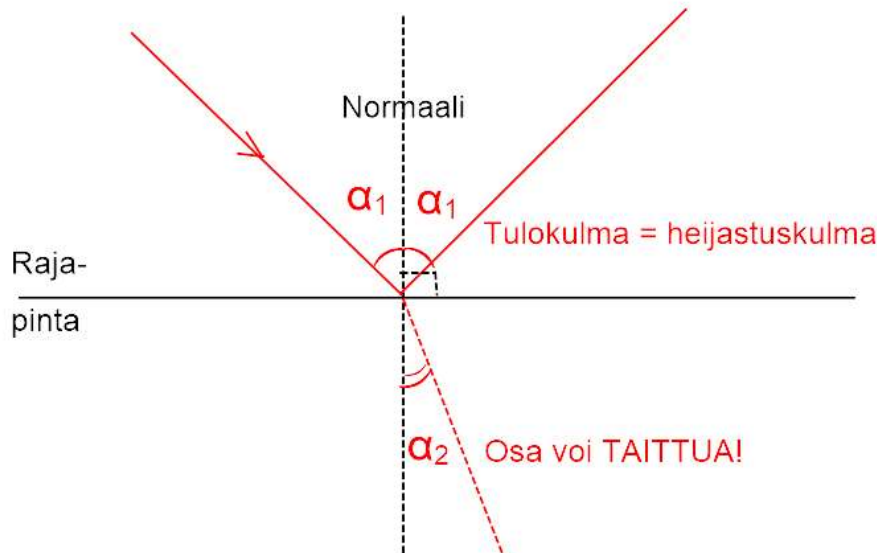


15 Valon käyttäytyminen aineiden rajapinnassa

Heijastuminen ja taittuminen(Walter Fendt)

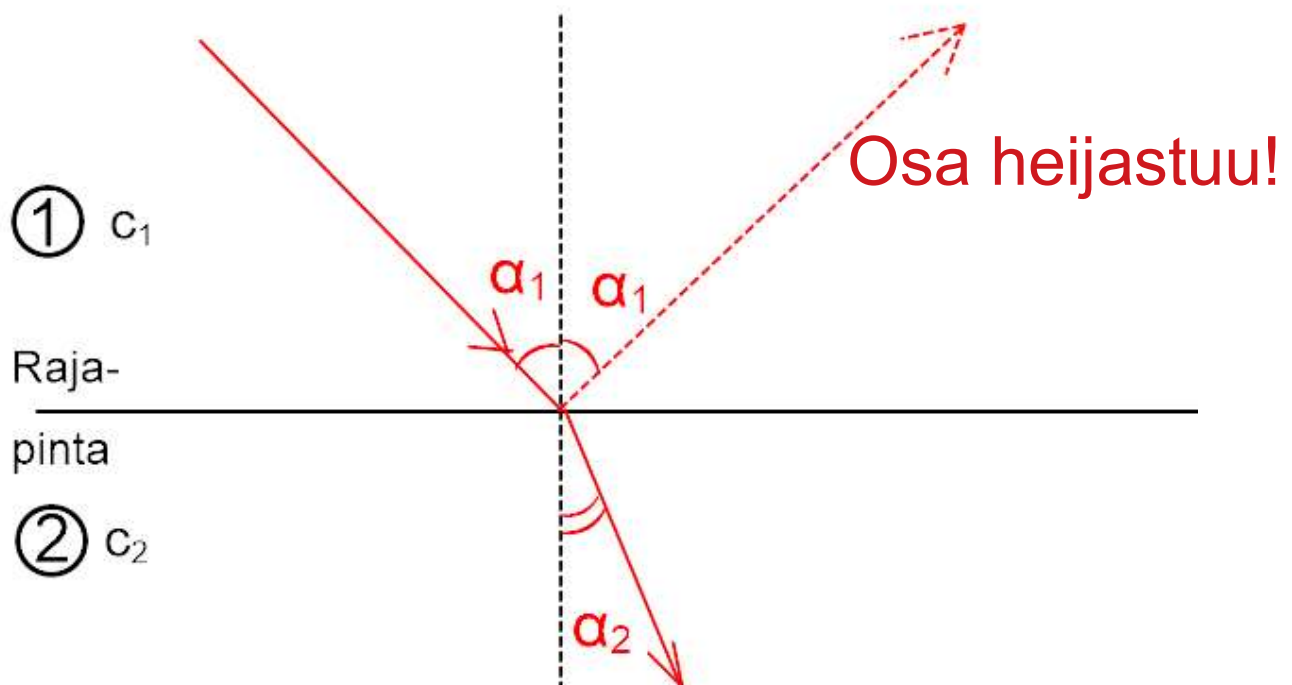
HEIJASTUMINEN (engl. Reflection)

- symmetrinen rajapintailmiö:



TAITTUMINEN (engl. Refraction)

- valo ylittää rajapinnan ja muuttaa yleensä suuntaansa
- Taittuva valo (Phet)



Taittumislaki:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Miten hallitaan valon nopeudet??!
Ne ovat hirveän suuria...

Aineen taitekerroin n kuvaa valon etenemisnopeuden suhteellista muutosta:

$$n = \frac{c}{c_{\text{aine}}}$$

Taitekerroin

Valon nopeus tyhjiössä

Valon nopeus aineessa

eli $c_{\text{aine}} = \frac{c}{n}$

Yleensä $n \geq 1$ eli valon nopeus ei voi missään väliaineessa olla suurempi kuin tyhjiössä.

Syötetään taittumislakiin ehdot

$$c_1 = \frac{c_0}{n_1} \quad \text{ja} \quad c_2 = \frac{c_0}{n_2} .$$

Sijoitetaan taantumislakiin:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\cancel{c_0}/n_1}{\cancel{c_0}/n_2} = \frac{1/n_1}{1/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

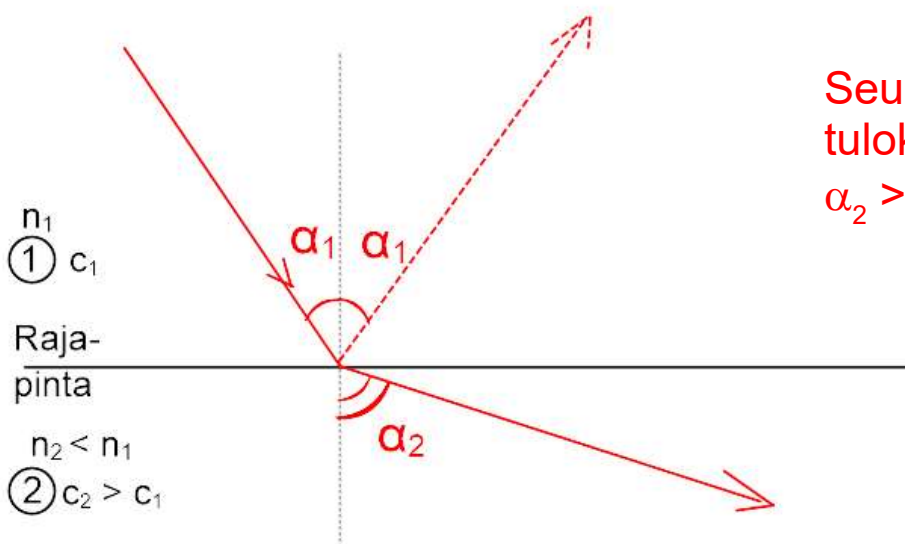
Saadaan ehto $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ eli

$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$$

Snelliuksen laki

KOKONAISHEIJASTUMINEN

Lähtökohta: Valon etenemisnopeus KASVAA rajapinnan ylittämisen jälkeen.



Seuraus: Taitekulma on tulokulmaa suurempi eli $\alpha_2 > \alpha_1$.

Kokonaisheijastuksen rajakulma saavutetaan, kun $\alpha_2 = 90^\circ$ eli $\sin\alpha_2 = 1$.

Merkitään, että silloin $\alpha_1 = \alpha_r$ eli kyseessä on rajakulma. Snelliuksen lain perusteella

$$n_1 \sin\alpha_r = n_2 \underbrace{\sin\alpha_2}_1 \text{ eli } n_1 \sin\alpha_r = n_2 \quad | :n_1$$

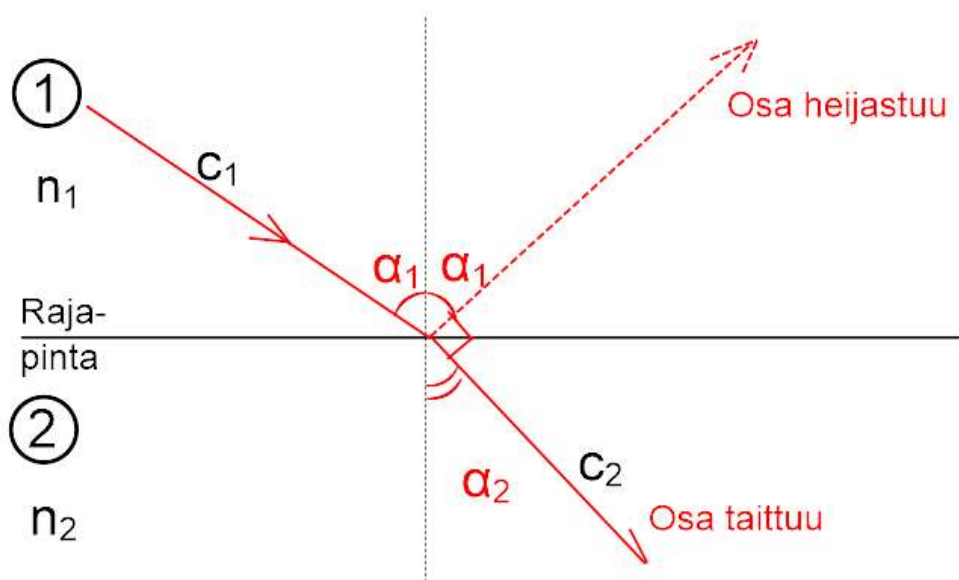
eli siis

$$\sin\alpha_r = \frac{n_2}{n_1}$$

Huomaa, että $n_2 < n_1$

Heijastuspolarisaatio

- rajapinnassa osa valosta heijastuu ja osa taittuu



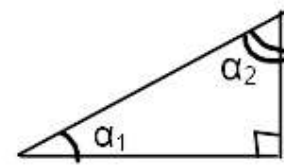
Rajapinnasta heijastunut säde on ainakin osittain polarisoitunut.

Polarisaatio on täydellinen, kun heijastuneen ja taittuneen säteen välinen kulma on 90° .

Silloin $\alpha_1 + 90^\circ + \alpha_2 = 180^\circ$ eli

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ - 90^\circ \text{ eli}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ.$$



Snelliuksen laki:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \quad | \alpha_2 = 90^\circ - \alpha_1$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \underbrace{\sin(90^\circ - \alpha_1)}_{\cos \alpha_1}$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \cos \alpha_1 \quad | : n_1 \cos \alpha_1$$

$$\underbrace{\frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1}}_{\tan \alpha_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{eli siis}$$

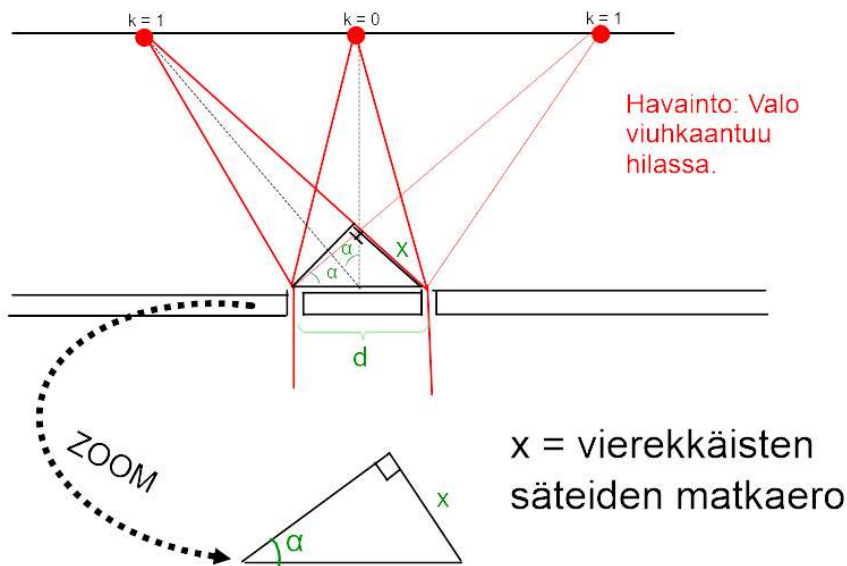
$$\boxed{\tan \alpha_1 = \frac{n_2}{n_1}}$$

Brewsterin laki MAOL s. 130

Heijastuminen tulee tapahtua sähköeristeestä.

16 Valon interferenssi ja diffraktio

Valon taipuminen hilassa



Surendranath

$$\sin \alpha = \frac{x}{d} \quad \text{eli} \quad x = d \sin \alpha$$

Walter Fendt

Vahvistavan interferenssin ehto:

Säteiden matkaero on aallonpituuden monikerta eli $x = k\lambda$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

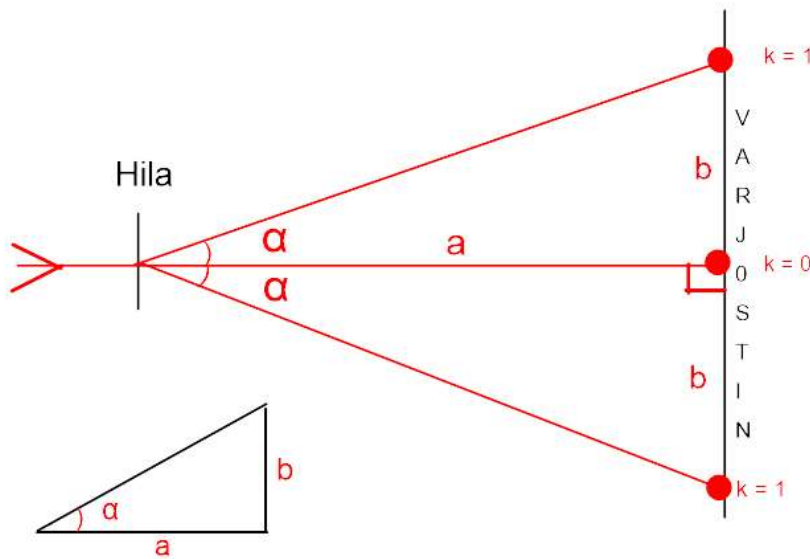
Siis

$$d \sin \alpha = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

MAOL s. 130

ESIMERKKI: Laserin aallonpituuden määrittäminen

Simulaatio



$$\text{Hilavakio } d = \frac{0,0010 \text{ m}}{570} \approx 1,754 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$$

$$b = 0,715 \text{ m} \quad a = 1,1835 \text{ m}$$

$$d = 1,754 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\tan \alpha = \frac{b}{a} = \frac{0,715 \text{ m}}{1,1835 \text{ m}} \approx 0,3896... \quad \text{eli } \alpha \approx 21,288^\circ$$

$$\text{Hilayhtälö: } d \sin \alpha = k \lambda \text{ ja } k = 1.$$

$$\text{Silloin } \lambda = d \sin \alpha = 1,754 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \sin 21,288^\circ \\ \approx 636,805 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 637 \text{ nm.}$$

Todellinen aallonpituus on 635 nm.